DOI:10.19651/j.cnki.emt.1802293

# 基于S参数的共轭匹配 MIMO 系统注水容量研究

## 张燕华 吴 猜 周 涛 黄留群

(河海大学 计算机与信息学院 南京 211100)

摘 要:大规模 MIMO系统需要在有限的空间里采用多副天线,这将不可避免的引入耦合,耦合会影响 MIMO系统 性能。研究基于S参数的匹配网络 MIMO系统注水容量。通过S参数网络模型,在传输端功率分配上引入注水定 理,推导分析不同匹配条件下的容量闭合公式,通过 Matlab 对不同的接收端匹配条件下的容量进行仿真,包括:无耦 合、自阻抗匹配和最优匹配几种情况。结果表明引入注水定理最大化传输端功率并且在接收端最佳共轭匹配的情况 下,系统性能得到很大的改善和提高。

关键词:紧耦合;MIMO系统;匹配网络;信道容量

中图分类号:TN311.1 文献标识码:A 国家标准学科分类代码: 510.40

# The water-pouring principle capacity of S parameter conjugate matched MIMO system

Zhang Yanhua Wu Cai Zhou Tao Huang Liuqun

(College of Computer and Information, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract**: Large-scale MIMO systems need multiple antennas in a limited space, which will inevitably introduce coupling and will affect the performance of MIMO systems. This paper studies the Water-Pouring capacity of MIMO systems based on S-parameters. Through the S-parameter network model, the Water-Pouring Principle is introduced on the power distribution of the transmission end, and the capacity closure formula under different matching conditions is derived. The capacity under different matching conditions of the receiver is simulated by Matlab, including: no coupling, self-impedance matching, optimal matching. The results show that the introduction of the Water-Pouring Principle maximizes the power of the transmission end and the system performance is greatly improved under the condition of optimal conjugate matching at the receiving end.

Keywords: compact coupling; MIMO system; matching network; channel capacity

# 0 引 言

随着 5G 通信系统大规模 MIMO 技术的提出,国内外 许多学者针对紧耦合 MIMO 系统展开相关研究。该技术 在输入和输出端分别采用多天线,相较于单输入单输出系 统(SISO),MIMO 技术大大提高了信道的容量,为无线通 信系统提供了更好的链路质量和更高的数据传输速率。但 是在有限的空间内放置数量较多的天线会引入耦合,互耦 导致电路的特征阻抗和天线输入阻抗的不匹配,从而对性 能产生负面影响<sup>[1]</sup>。研究紧耦合系统 MIMO 系统有两种 方法,一种是 S 参数分析,反映了网络端口的波传输;另一 种是 Z 参数分析法,反映的是端口电压和电流的关系。本 文采用的 S 参数网络分析法更具有代表意义。文献[2]在 信道对传输端未知的情况下,提出了一个严格的 S 参数网 络模型。文献[3-4]研究在何种匹配方式下,系统容量最 大。近年来的研究涉及了天线阵互耦效应的建模与分析、 空域相关以及互耦对容量性能的影响等。本文基于之前的 研究采用S参数网络模型分析在匹配的模式下引入注水定 理,研究在匹配网络和传输端的功率分配影响下系统性能 的改善情况。

# 1 基于 S 参数的 MIMO 系统匹配网络接收模型

# 1.1 负载端电压传输波矢量 b<sub>2</sub>

如图 1 所示,  $\bar{S}_{TT}$ ,  $\bar{S}_{RR}$ ,  $\bar{S}_M$  分别是天线网络传输端矩 阵、接收端矩阵和匹配网络矩阵, S 参数研究 MIMO 系统 性能更加有代表性,根据微波网络理论,可知入射波和反射 波的关系式为<sup>[2]</sup>:



图 1 S参数接收端匹配网络模型

$$\bar{b} = \bar{S}\bar{a} \tag{1}$$

式中: $\bar{a}$ 代表入射波矢量; $\bar{b}$ 代表反射波矢量; $\bar{S}$ 为S参数 网络矩阵。

为了最大化提高从源端到负载端的传输功率,在接收端引人匹配网络 $\overline{S}_{M}$ ,由图1可知

其中下标1和2分别代表输入和输出端且:

$$\bar{a}_R = b_1, b_R = \bar{a}_1 \tag{3}$$

理想情况下,匹配网络是互易无损的<sup>[3]</sup>,假设系统终端 匹配负载,则 $\bar{a}_2 = 0$ ,由式(2)可得:

$$\bar{b}_1 = \bar{S}_{11} \bar{a}_1 \tag{4}$$

$$b_2 = S_{21} a_1 \tag{5}$$

由 S 参数网络模型可知<sup>[5]</sup>

$$b_{R} = b_{0} + \bar{S}_{RR} \bar{a}_{R}$$
(6)  
将式(3)代人式(6),则:

$$\bar{b}_2 = \bar{S}_{21} \bar{b}_R \tag{7}$$

其中 b<sub>R</sub> 即可表示成:

$$\bar{b}_{R} = \bar{b}_{0} + \bar{S}_{RR} \, \bar{S}_{11} \, \bar{a}_{1} = \bar{a}_{1} \tag{8}$$

联立式(7)、(8),求出传输到匹配负载入射的表达式

*b*2为:

$$\bar{b}_2 = \bar{S}_{21} (I - \bar{S}_{RR} \bar{S}_{11})^{-1} \bar{b}_0$$
(9)

已知包含发射天线,物理信道和接收天线的散射矩阵 参数<sup>[4]</sup>:

$$\bar{\bar{S}}_{H} = \begin{pmatrix} \bar{\bar{S}}_{TT} & \bar{\bar{S}}_{TR} \\ \bar{\bar{S}}_{RT} & \bar{\bar{S}}_{RR} \end{pmatrix}$$
(10)

可得散射矩阵两端的矢量关系为:

假设接收端天线和发射端天线的距离足够远,可以大

胆假设 $\overline{S}_{TR} = 0^{[6]}$ ,将式(11)和式(8)比对可得 $\overline{b}_0 = \overline{S}_{RT}$  $\overline{a}_T$ ,则最终的入射波表达式为:

$$\bar{b}_{2} = \bar{S}_{21} (I - \bar{S}_{RR} \bar{S}_{11})^{-1} \bar{S}_{RT} \bar{a}_{T}$$
(12)
考虑接收端噪声模型,则接收端电压的表达式为:

$$\bar{V}_{R} = \underbrace{Z_{0}^{1/2} \bar{S}_{21} (I - \bar{S}_{RR} \bar{S}_{11})^{-1} \bar{S}_{RT}}_{=\bar{H}(\bar{S}_{11})} \underbrace{\bar{a}_{T}}_{\bar{x}} + \bar{N}$$
(13)

### 1.2 匹配网络端口反射系数矩阵求解

已知 $\overline{S}_M$ 是互易无损网络,则 $\overline{S}_M\overline{S}_M^H = I^{[7]}$ ,经过奇异 值分解(SVD)可得:

$$\bar{S}_{11} = \bar{U}_{11}\bar{\Lambda}_{22}\bar{V}_{11}^{H} 
\bar{S}_{12} = \bar{U}_{11}({}^{I}-\bar{\Lambda}_{22}) 1/2\bar{V}_{22}^{H} 
\bar{S}_{21} = -\bar{U}_{22}({}^{I}-\bar{\Lambda}_{22}) 1/2\bar{V}_{11}^{H} 
\bar{S}_{22} = \bar{U}_{22}\bar{\Lambda}_{22}^{1/2}\bar{V}_{22}^{H}$$
(14)

式中:  $\overline{U}_{11} = \overline{U}_{22}$  和 $\overline{V}_{11} = \overline{V}_{22}$ 

# 1.3 几种常见的匹配网络模式

为了比较有无匹配网络对性能影响的程度,本文也加 入无耦合时系统的性能<sup>[8]</sup>。

1)无耦合匹配

此时信号源与天线之间没有接匹配网络 $\bar{S}_{M}$ ,此种情况下, $\bar{S}_{11} = \bar{S}_{22} = 0$ , $\bar{S}_{12} = \bar{S}_{21} = \bar{I}$ ,不失一般性,假设 $Z_{0}^{1/2} = 1$ ,则此时信道矩阵:

$$\bar{H} = \bar{S}_{RT}$$
(15)
2) 自阻抗匹配
$$自阻抗匹配时, \bar{S}_{11} = diag(\bar{S}_{RR}^{*}), 信道矩阵为: \\
\bar{H} = \bar{S}_{21} (I - \bar{S}_{RR} diag(\bar{S}_{RR}^{*}))^{-1} \bar{S}_{RT}$$
(16)
3) 多端口共轭匹配

在多端口共轭匹配的条件下,  $S_{11} = S_{RR}^{H}$ , 信道矩阵为:  $\bar{H} = \bar{S}_{21} (I - \bar{S}_{RR} \bar{S}_{RR}^{H})^{-1} \bar{S}_{RT}$  (17)

# 2 端接匹配网络的 MIMO 系统修正容量性能分析

#### 2.1 考虑发端耦合的系统修正容量

在接受信道噪声模型下,互信息  $S_{11} = S_{RR}^{H}$  的表达 式为:

$$I(Y;X) = \log_2 \left| \frac{\bar{H} \bar{K}_X \bar{A} \bar{H}^H}{\sigma^2} + \bar{I} \right|$$
(18)

式中:  $\overline{H} = \overline{H}_M$ ;  $\overline{K}_X = E\{\overline{X}\ \overline{X}^H\}$ 。

紧耦合的一般情况下,传输端和接收端都存在耦合<sup>[9]</sup>, 所以传输端功率限制应修改, $\bar{K}_x$ 对应的传统的功率限制 为 $P_T = Tr(\bar{K}_x) \leqslant P_{max}$ ,但考虑耦合以后,功率应该修 改为:

• 64 •

$$P_{T}^{inst} = \| \bar{a}_{T} \|^{2} - \| \bar{\bar{S}}_{TT}\bar{a}_{T} \|^{2} = \underbrace{\bar{a}_{T}}_{\bar{x}^{n}} \underbrace{(\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{S}}_{TT}^{H} \bar{\bar{S}}_{TT})}_{\bar{\bar{A}}} \underbrace{\bar{a}_{T}}_{\bar{x}}$$

$$(19)$$

此时的功率约束为 $P_T = Tr(K_X A) \leqslant P_{max}$ ,则修正后的互信息量为<sup>[10]</sup>:

$$I(Y;X) = \log_2 \left| \frac{\bar{H} \bar{K}_X \bar{A} \bar{H}^H}{\sigma^2} + \bar{I} \right|$$
(20)

#### 2.2 基于注水定理的修正容量

注水定理是指给对应不同信道增益的传输天线分配不同的功率<sup>[11]</sup>。若信道增益大,则分配较高的权重,反之,则 分配较低的权重;若信道状况极差,则选择这一路不分配。 注水定理是一种最佳的功率分配算法<sup>[12]</sup>。

$$I(Y;X) = \sum_{i=1}^{r} \log_2 \left( 1 + \frac{\bar{K}_X \bar{A}}{\sigma^2} \gamma_i \lambda_i \right)$$
(21)

式中: $\lambda_i$ 为HH''的特征值; $\gamma_i$ 为在第i个子信道上分配的 功率比,  $\sum_{r} \gamma_i = M_T^{[13]}$ 。

为了最大化互信息,使用拉格朗日算法,最佳功率分配 即为:

$$\gamma_i^{opt} = \mu - \frac{M_T \sigma^2}{\bar{K}_X \bar{A}} \tag{22}$$

则:  $\sum_{i=1} \gamma_i^{opt} = M_T$  [14],其中  $M_T$  为发端的天线数, 得到:

$$\mu = \frac{M_T}{r - p + 1} \left( 1 + \frac{\sigma^2}{\bar{K}_X \bar{A}} \sum_{i=1}^{r-p+1} \frac{1}{\lambda_i} \right)$$
(23)

如果功率分配时,信道的最低增益是负数,则令  $\gamma_{r-p+1}^{ev}$  = 0,并且迭代计数的 P 为 2。最佳功率分配的子信道增益一定是非负的<sup>[15]</sup>,注水定理只是关注质量好的信道而舍弃质量不好的信道,显然这样的算法相比较于不管信道状况而均匀分配的方法能够提高信道容量。

### 3 数值仿真与结果分析

为了说明接收端功率限制的影响,传输端的天线距离 设置为理想的距离 1 $\lambda$ 。分为无耦合,自阻抗匹配,多端口 共轭匹配几种情况下的容量,结果如图 2 所示。当天线间 距较大时,互耦对于容量的影响是比较小的,最优的多端口 共轭匹配在  $d < 0.2\lambda$ 时,平均容量没有受耦合的影响反而 很高,说明在小间距的情况下,耦合能够使容量增加。

为了说明传输端功率限制的影响,接收端的天线距离 设置为理想的距离 1λ。分为无耦合的,自阻抗匹配,多端 口共轭匹配几种情况下的容量,结果如图 3 所示。标准注 水的容量高于修正注水容量,可见耦合影响系统容量;在 20 dB SNR 基础上,加入注水算法的容量明显高于一般容 量;最佳多端口共轭匹配下的容量最高。

图 4 显示了传输端和接收端耦合对系统 MIMO 容量



的影响,在考虑传输端耦合的情况下,性能较低。共轭匹 配、自阻抗匹配以及无匹配情况下的容量依次降低,最佳共 轭匹配情况下容量最高;且引入注水定理的情况下,控制其 他条件相同,相较于平均功率分配高出 6 bit/s/Hz,容量有 很大程度的提高;并且当接收端和发射端都考虑耦合的时 候,容量相比只考虑一端耦合而降低。在间距小于 0.2λ 时,耦合对容量的影响比较大,在间距大于 0.5λ 时,曲线接 近平稳,耦合对于系统的影响几乎不存在。



# 4 结 论

本文分析了 2×2 MIMO 系统基于信道噪声模型,讨

论了在原有的研究多端口 MIMO 容量的基础上对传输端 功率引入注水定理分配,推导了加入注水定理后的闭合容 量公式。仿真结果表明,注水定理的引入能够提高接近 50%的系统容量;一般情况下,耦合使得系统性能降低,但 是在特定的距离内,耦合对容量反而有积极的影响;并且通 过最佳共轭的匹配方式能够很大程度降低耦合影响,证实 了最佳共轭匹配是使得系统容量最佳的匹配方式。最佳共 轭匹配虽然能够很大限度提升系统容量,但是很难实现并且 只能在很小的带宽上才能实现,具有很大的局限性。希望未 来的研究能够在提高容量的基础上,减小实现的局限性。

#### 参考文献

- WALLACE J, JENSEN M. Mutual coupling in MIMO wireless systems: A rigorous network theory analysis[J].
   IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(4):1317-1325.
- [2] JANKIRAMAN M. Space-time codes and MIMO systems[M]. Fitchburg: Artech House, 2004.
- [3] FEI Y Y, FAN Y J, LAU B K, et al. Optimal singleport matching impedance for capacity maximization in compact MIMO arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2008, 56(11):3566-3575.
- [4] LAU, B K, ANDERSEN, J B, MOLISCH A, et al. Antenna matching for capacity maximization in compact MIMO systems[C]. Wireless Communication Systems, 2006 3rd International Symposium on. IEEE, 2006:253-257.
- [5] SVANTESSON T, RANHEIM A. Mutual coupling effects on the capacity of multielement antenna systems[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings. IEEE, 2001, 4: 2485-2488.
- [6] JANASWAMY R. Effect of element mutual coupling on the capacity of fixed length linear arrays[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2002, 1(1):157-160.
- [7] JUNGNICKEL V, POHL V, VON HELMOLT C. Capacity of MIMO systems with closely spaced antennas[J]. IEEE Communications Letters, 2003, 7(8):361-363.
- [8] KRUSEVAC S M, KENNEDY R A, RAPAJIC P B.

Effect of signal and noise mutual coupling on MIMO channel capacity[J]. Wireless Personal Communications, 2007, 40(3):317-328.

- [9] ANDERSEN J B, LAU B K. On closely coupled dipoles in a random field [J]. IEEE Antennas &. Wireless Propagation Letters, 2006, 5(1):73-75.
- [10] BALANIS C A. Antenna theory: Analysis and design[M]. New York: Harper & Row, 1982.
- [11] WALDSCHMIDT C, HAGEN J V, WIESBECK W. Influence and modelling of mutual coupling in MIMO and diversity systems [C] IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. IEEE, 2002,3,190-193.
- [12] ZHANG J, ZHU H B. Performance analysis on compact MIMO antenna arrays based on network theory [C] 2009 5th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing. IEEE, 2009, 2: 1314-1318.
- [13] ZHANG J, ZHU H B, CAI Y. Capacity analysis of compact MIMO system [C] 2009 15th Asia-Pacific Conference on Communications. IEEE Press, 2009: 1-5.
- [14] LUSY, HUIHT, BIALKOWSKIME, et al. The effect of antenna mutual coupling on channel estimation of MIMO-OFDM systems [C] 2007 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. IEEE, 2007, 6: 2703-2706.
- [15] WALLACE J W, JENSEN M A. Impact of antenna coupling on diversity performance: complete network theory analysis [C] IEEE International Conference on Communications. IEEE, 2004,2: 947-951.

#### 作者简介

**张燕华**,硕士,主要研究方向为紧耦合 MIMO 系统性能 研究。

E-mail: 2863049377@qq.com

**吴猜**,研究生,主要研究方向为大规模 MIMO 信道模型 研究。

周涛,研究生,主要研究方向为大规模 MIMO 信道模型 研究。

黄留群,研究生,主要研究方向为 FPGA 与系统仿真。