

# 基于掩膜预处理的稀疏表示和压缩感知图像重建

李攀 黄黎青 宋允东

(上海工程技术大学 上海 200437)

**摘要:**近年来兴起的压缩感知(compressive sensing, or compressed sampling, CS)理论对信号稀疏性的要求,使信号的稀疏表示得到了前所未有的关注。考虑到现实信号往往是非稀疏性的,而压缩感知理论要求被测信号必须满足稀疏性或在某个规范正交基下满足稀疏性,因此信号的稀疏性表示变得十分重要。主要研究探索了二值掩膜预处理的稀疏表示方法。结合二值掩膜的算法去除人眼不敏感的DCT系数,在不影响图像主观质量的前提下提高测量系数的稀疏度。实验表明提出的预处理方法减少了CS的重建时间,并且提高了图像的重建质量。

**关键词:** 压缩感知;二值掩膜;DCT;稀疏表示

**中图分类号:** TP301.6    **文献标识码:** A    **国家标准学科分类代码:** 510.4050

## The reconstruction of compressive sensing and sparse representation based mask pretreatment

Li Pan Huang Liqing Song Yundong

(Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 200437, China)

**Abstract:** In recent years, the rise of the theory of compressed sensing signal sparsity requirements, so sparse representation of the signal received unprecedented attention. Taking into account the real signal is often non-sparsity, and compressive sensing theory must meet the requirements of the measured signal sparsity or meet at a certain sparseness orthonormal base, so sparse representation of the signal becomes very important. This paper studies explored the sparse representation of the binary mask pretreatment. The algorithm combines the binary mask the human eye is not sensitive to the removal of the DCT coefficients to improve the measurement sparsity factor in subjective image without compromising quality. Experimental results show that our proposed method reduces pretreatment CS reconstruction time and improve the quality of the reconstructed image.

**Keywords:** compressive sensing(CS); binary mask; DCT; sparse representation

## 1 引言

传统的信号采样是在奈奎斯特采样定理的规则下进行的,信号带宽的增大使得2倍以上信号带宽的采样频率变得越发困难。压缩感知指出可以以低于奈奎斯特带宽的频率进行采样,并且能够精确地重建出原始信号。

信号的稀疏性是应用压缩感知理论的前提条件。自然界中的大多数信号很难满足稀疏性,可以采用某个变换基使其成为稀疏的表示,也就是其满足可压缩性,这种信号同样可以适用于压缩感知理论。

Mallat和Zhang在研究小波的基础上提出了基于过完字典的信号分解思想,过完字典为信号自适应选择特征原子提供了可能<sup>[1]</sup>。这种过完字典可以用最少的函数

基来尽可能精确的表达原始信号,并能保证得到稀疏信号。随着一维稀疏信号研究的积累,以图像为代表的二维信号的稀疏表示也取得了相当的成果。

图像变换后的稀疏度对压缩感知的重建质量有很大的影响,经常用到的小波变换和DCT变换不能有效地去除人眼的视觉冗余,也就意味着不够稀疏。为了使得压缩感知测量前的信号足够稀疏,我们提出对DCT系数进行掩膜预处理以增加其稀疏性<sup>[2]</sup>。

## 2 基于掩膜预处理的稀疏表示

RIP理论是测量矩阵的充分不必要条件<sup>[3]</sup>。根据测量矩阵的性质,研究发现当一个矩阵与变换矩阵满足不相关时,可用此矩阵作为测量矩阵。

高斯随机测量矩阵作为压缩感知理论中最经常用到的高斯随机测量矩阵<sup>[4]</sup>,其矩阵构造形式如下:设矩阵  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ,且矩阵中每个元素独立服从均值  $\mu = 0$ ,方差  $\delta = \frac{1}{\sqrt{M}}$  的高斯分布,表达式为:

$$\Phi_{i,j} \sim N\left(0, \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \quad (1)$$

理论上可证明高斯随机测量矩阵满足 RIP 理论,并且高斯随机矩阵与绝大部分正交稀疏变换基都满足非相干性。当原始信号或可压缩信号  $X$  的长度为  $N$ ,稀疏度为  $K$  时,高斯随机测量矩阵的测量值只需要  $M (M \geq CK \log \frac{N}{K})$  个测量值便能以高概率精确重建原始信号。基于高斯随机测量矩阵这样的特性,使得其成为最常用的测量矩阵之一。

由于稀疏度  $K$  一定时,测量值  $M$  越大,重建的精确度就越大。当  $M$  增大到一定值时,信号基本能完全精确重建。同时对于同样的重建质量,  $K$  的取值越大,则需要  $M$  的值越大。 $K$  与  $M$  满足如下关系式:

$$M \geq CK \log(N/K) \text{ 远小于 } N \quad (2)$$

式中:  $C$  是一个与  $M/N$  相关的常数。当选择 OMP 做重建算法时,  $K$  与  $M$  的关系可表达为:

$$M \approx 2K \ln N \quad (3)$$

考虑到式(2)对稀疏与重建关系的表达,说明稀疏度越高,相同测量下的重建质量越好。同时,由组合变换对图像的联合稀疏表示启发我们对图像稀疏变换后再进行预处理来提高稀疏度,如经过 DCT 稀疏变换后的系数,由于其中存在很多对图像总体影响不大的小系数,因此可以滤除这些小系数。通过预处理不仅可以使得变换系数的稀疏度增强,而且不会破坏图像整体效果,从而使压缩感知有更好的重建质量。我们提出了基于二值掩膜的预处理方法。其中掩膜值的选择是根据图像变换的性质决定。变换系数中相对较小的系数被舍去,只留下对整幅图像贡献大的系数,

使得压缩感知测量的变换系数更加稀疏。对于 DCT 系数,每个系数代表相应的权重值。左上角是代表图像整个框架的低频系数,相应的右下角则是高频的纹理系数。根据人眼对低频敏感、对高频系数不敏感的特性,可以舍去右下角的高频小系数,以此来达到进一步稀疏 DCT 系数的目的。

对经过 DCT 变换的图像系数采用文献[5-6]所用到的分块 DCT 的方法来屏蔽掉右下角的较小系数,本实验加入了掩膜置零步骤来增强稀疏性。选取 JPEG 中常用的  $8 \times 8$  尺寸来做宏块,根据 DCT 系数的性质,每个系数代表相应的权重值。其中,左上角是代表图像整个框架的低频系数,相应的右下角则是高频的纹理系数。根据人眼对低频敏感、对高频系数不敏感的特性,可以舍去右下角的高频小系数,以此来达到进一步稀疏 DCT 系数的目的。实验选取  $256 \times 256$  的 Lena 图作测试图,选择高斯随机矩阵做压缩感知测量矩阵,采用 OMP 算法作压缩感知的重建算法。实验中,选取的二值掩膜矩阵如下:

$$\text{mask} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 3 实验仿真与分析

实验记录重建图像的 PSNR 和 OMP 重建算法的耗时如表 1 所示,其中  $\Delta\text{PSNR}/\text{dB}$  和  $\Delta T$  表示分块 DCT 压缩感知重建在有无二值掩膜下的客观质量和耗时变化量,正值表示采用二值掩膜时性能提高,负值则表示其性能降低。

表 1 分块 DCT 稀疏的压缩感知重建与掩膜关系

| M 值 | PSNR/dB |        | OMP 算法耗时/s |         | $\Delta\text{PSNR}/\text{dB}$ | $\Delta T/\text{s}$ |
|-----|---------|--------|------------|---------|-------------------------------|---------------------|
|     | 掩膜      | 无膜     | 掩膜         | 无膜      |                               |                     |
| 140 | 26.993  | 27.019 | 16.274     | 54.042  | 0.026                         | 37.768              |
| 160 | 27.704  | 28.984 | 19.776     | 80.703  | 1.280                         | 60.927              |
| 180 | 27.911  | 30.613 | 22.540     | 120.892 | 2.702                         | 98.352              |
| 200 | 28.022  | 33.441 | 26.054     | 168.827 | 5.419                         | 142.773             |
| 220 | 28.062  | 35.504 | 27.392     | 244.043 | 7.442                         | 216.651             |
| 240 | 28.067  | 40.135 | 25.824     | 336.907 | 12.068                        | 311.083             |
| 256 | 28.067  | 47.486 | 25.306     | 413.204 | 19.419                        | 387.898             |

从表 1 可以看出,随着压缩感知测量行数的增加,采用二值掩膜过滤 DCT 系数的重建图像 PSNR 增幅小于无过滤的 DCT 系数,即  $\Delta\text{PSNR}$  随着测量值变大其

增长率变大。图 1 表示了有无掩膜两种情况下重建质量差和耗时差观测数量的关系,当  $M \leq 200$  时,测量行数的多少对 PSNR 的差值影响不大;但无论测量值为多

少,重建耗时的差值本身非常大。而压缩感知的测量行数往往是比较少的,因此在不大影响图像重建质量的基础上这种二值掩膜对于提高压缩感知重建的计算速度有很好的作用。

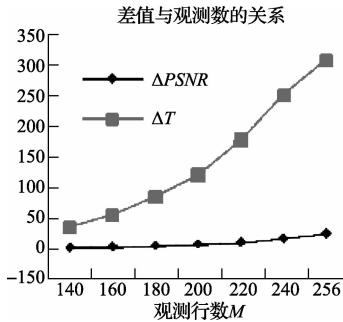
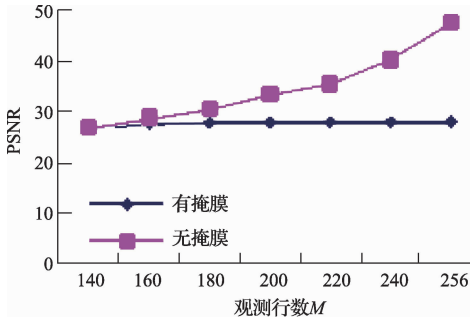
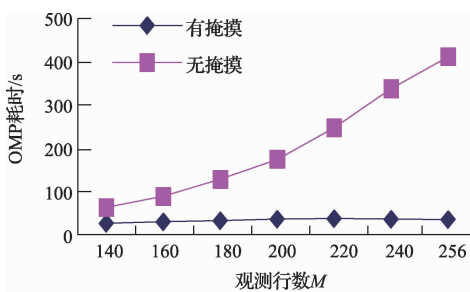


图1 有无掩膜下, $\Delta PSNR$ 与 $\Delta T$ 的均值与测量行数的关系

以Lena图像的重建PSNR与OMP耗时为例,分析有无掩膜对其的影响。从图2(a)可看到对于采用二值掩膜过滤DCT稀疏的方案,由于测量行数对压缩感知重建图像质量影响不大,可用比较少的测量数目得到理想的重建效果;图(b)则说明,采用二值掩膜置零DCT系数后,压缩感知重建的OMP耗时显著减小。



(a)掩膜对Lena重建质量影响



(b)有无掩膜对Lena重建耗时的影响

图2 掩膜对Lena图像压缩感知重建影响

图3从主观效果上说明了有无掩膜对压缩感知图像重建质量的影响。通过以上分析对比,验证了图像的稀疏变换对压缩感知图像重建具有重要影响<sup>[7]</sup>。



(a)Lena原始图像 (b)无掩膜重建,  $M=200$  (c)有掩膜重建, DCT

图3 在 $M=200$ 时图像不同稀疏变换下对比效果

## 4 结论

对于采用二值掩膜过滤DCT稀疏的方案,由于测量行数对压缩感知重建图像质量影响不大,可用相对少的测量数目得到理想的重建效果;由于压缩感知的测量行数往往是比较少的,因此在不大影响图像重建质量的基础上这种二值掩膜对于提高压缩感知重建的计算速度有很好的作用。采用二值掩膜置零DCT系数后,压缩感知重建的OMP耗时显著减小,为压缩感知的广泛应用提供了可能性。

## 参考文献

- [1] 李攀,刘书朋,李联鑫,等.基于ARM的新型凝胶成像系统[J].电子测量技术,2013,36(5):78-82.
- [2] 卢永刚,黄建元,丁海龙,等.智能型手指静脉图像采集与控制系统的研究[J].电子测量与仪器学报,2010,24(2):184-189.
- [3] AHUMADA JR A J, PETERSON H A. Luminance-model-based DCT quantization for color image compression[C]//SPIE/IS&T 1992 Symposium on Electronic Imaging: Science and Technology. International Society for Optics and Photonics, 1992: 365-374.
- [4] CANDÈS E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346(9): 589-592.
- [5] BARANIUK R G. Compressive sensing[J]. IEEE signal processing magazine, 2007, 24(4):118-121.
- [6] CANDÈS E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [7] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.

## 作者简介

李攀,1987年出生,工学硕士,助教。主要研究方向为嵌入式系统开发,医学图像处理,生物医学仪器。

E-mail: lipan\_fkl@163.com

黄黎青,1888年出生,助理工程师。主要研究方向为医学图像处理,生物医学仪器。

宋允东,1987年出生,工学硕士。主要研究方向为图像处理,算法。