# 电磁波斜入射分层介质问题 FDTD 分析\*

#### 常 慧 张玉强 吕忠亭 周学军

(延安大学物理与电子信息工程学院 延安 716000)

摘 要:分层半空间二维斜入射问题一般转化为一维情况来处理,但该处理方法的有效性与入射角的大小紧密相关。
 对一维修正处理方法斜入射角度的适用范围进行了研究,同时,利用该方法研究了介质的介电常数、电导率和色散特性对反射波时域、频域特性的影响,结论对分层半空间问题 FDTD分析、地物反演等应用有重要指导作用。
 关键词:分层介质;电磁波反射;斜入射;时域有限差分方法(FDTD)
 中图分类号:TN011 文献标识码:A 国家标准学科分类代码: 510.1015

# FDTD analysis for electromagnetic wave by layered medium problem under oblique incidence condition

Chang Hui Zhang Yuqiang Lv Zhongting Zhou Xuejun

(Physics and Electronic Information Engineering, Yan'an University, Yan'an 716000, China)

**Abstract**: Two-dimensional oblique incidence problem of layered half space is generally translated into one-dimensional condition to process, however, the effectiveness of this treatment method is closely related to the size of the angle of incidence. In this paper, the oblique incidence angle size of a one-dimensional corrected processing method is researched, in the same time, using this method the impact on the time domain, frequency domain characteristics of the reflected wave is researched caused by dielectric constant, conductivity and dispersion characteristics of medium. The conclusion has a good guidance for FDTD analysis of layered half space and engineering applications such as the inversion of ground object.

Keywords: layered media; electromagnetic wave reflection; oblique incidence(FDTD)

### 1 引 言

分层介质的概念非常广泛,大至大气、地壳、海洋,小至 电路板、光子晶体、微带天线,都属于分层介质。对分层介 质中电磁波传播机理及传播、散射特性的研究在诸多学科 和工程应用中都是一个重要的课题,也一直是国内外研究 的热点。其中,二维分层半空间电磁波斜入射问题是备受 各位专家、学者的关注问题之一。近年来,针对分层介质中 斜入射平面波源引入这一难题,姜彦南等人<sup>[1-2]</sup>提出了二维 斜入射平面波的一维修正引入法,并对其做了多次算法的 改进,樊永永等人<sup>[3]</sup>进行了电磁波斜入射等离子体一维 FDTD算法的研究等。然而,文献中一维修正引入方法有 效性与斜入射角度的关系研究。实践证明,角度恰当时计 算可得比较准确的结果,而当角度不恰当时,计算得结果将 对所处理的问题毫无意义。

针对二维斜入射问题的一维修正 FDTD 方法,计算了

不同入射角下分层介质对电磁波的反射系数,并将其与理 论解进行对比,总结出该方法下入射角的适用范围。在此 基础上,将该斜入射处理方法运用于分层介质电磁反射特 性分析,研究了介质的介电常数、电导率以及色散特性对反 射波的时域特性和频域特性的影响。

# 2 二维斜入射平面波的一维修正引入方法

二维分层均匀一般介质的 TE 模式频域 Maxwell 方程为:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = j_{\alpha\varepsilon} E_x \tag{1}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -j_{\alpha\varepsilon} E_y \tag{2}$$

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{x}}{\partial y} = -j\omega\mu H_{z}$$
(3)

式中:ε、μ是波所在层的介电常数和电导率。

收稿日期:2015-03

<sup>\*</sup>基金项目:陕西省自然科学基金基金(2012JM8012)、陕西省教育厅专项科研计划(14JK1824)资助课题



图 1 分层介质二维斜入射示意

平面电磁波进行如图 1 所示的斜入射, θ 为入射角。 通过式(4)波数关系:

$$\frac{\partial^2}{\partial_x^2} = -K_x^2 = -K^2 \sin^2(\theta)$$
 (4)

以及 Maxwell 方程求二阶偏导对二维一般介质 Maxwell 方程进行修正,修正后得到 TE 模式 *x* 方向上的 分层均匀一般介质一维 Maxwell 修正时域方程为:

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial x} = -cf\mu \frac{\partial H_{z}}{\partial t} \tag{5}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_n \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_n E_y \tag{6}$$

式中:  $cf = 1 - \frac{\varepsilon_{1r}}{\varepsilon_{mr}} \sin^2(\theta)$ ,是唯一的修正因子,  $\mu_n \times \varepsilon_n \times \sigma_n$ 是 波所在介质层的介质参数。因此电场强度  $E_y$ 的 FDTD 差 分离散公式不变, 而磁场强度  $H_z$ 的 FDTD 差分离散公 式为:

$$H_{z}^{n+1}(i) = H_{z}^{n}(i) - \frac{\Delta t}{cf\mu} \cdot \frac{E_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}\right) - E_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}\right)}{\Delta x}$$
(7)

由对偶原理可以得到二维分层均匀一般介质 TM 模式下 *x* 方向的一维 Maxwell 修正时域方程为:

$$\frac{\partial H_{y}}{\partial x} = cf\varepsilon_{n} \frac{\partial E_{z}}{\partial t} + \sigma_{n}E_{z}$$
(8)

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \tag{9}$$

式中:  $cf \, , \mu \, , \epsilon_n \, , \sigma_n$ 同上。此时,磁场强度  $H_y$ 的差分离散 公式不变,电场强度  $E_z$ 差分离散为:

$$E_{z}^{n+1}(i) = \frac{2cf\varepsilon_{n}(i) - \sigma_{n}(i)\Delta t}{2cf\varepsilon_{n}(i) + \sigma_{n}(i)\Delta t}E_{z}^{n}(i) + \frac{2\Delta t}{2cf\varepsilon_{n}(i) + \sigma_{n}(i)\Delta t} \bullet$$

$$\frac{H_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}\right) - H_{y}^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}\right)}{\Delta x}$$
(10)

# 3 算例及波形分析

#### 3.1 电磁波斜入射角度问题分析

将一维修正差分方法用于二层均匀一般介质,如图 1 所示,沿 X 轴小于 0 的介质区域是自由空间,其相对介电 常数  $\epsilon_0 = 1$ , $\sigma_0 = 0$  S/m,沿 X 轴大于 0 的介质区域是海水, 其相对介电常数  $\epsilon_1 = 81$ , $\sigma_1 = 0$  S/m,两层介质的磁导率均 与真空中磁导率相同,选择频率为 7.324 2×10<sup>6</sup> Hz,分别 计算不同入射角  $\theta$  对应于 TE、TM 模式下的反射系数,并 将此数值解与理论解对比得到如图 2 所示结果。其中, FDTD 计算过程选用脉冲源作为入射源,空间采用均匀对 称网格离散,网格尺寸选为  $\delta$ =0.02 m,时间间隔取为 dt =  $1/3 \times 10^{-10}$  s,计算空间为 X 轴-165 到 165,电磁波做图 1 所示的斜入射,当沿 X 轴大于 0 区域为自由空间时,在  $(-1)\delta$ 点读取到入射波电场和磁场,当沿 X 轴大于 0 区域 为上述海水介质时,在  $(-1)\delta$ 点读取到入射波和反射波叠 加的总电场和磁场,两者相减得到反射波电场和磁场,最终 求得如图 2 所示反射系数。



图 2 反射系数随入射角的变化

可以看出,入射角从0°~47°反射系数的数值解和理论 解有很好的一致性,入射角从48°~60°反射系数数值解偏 离理论解比较大,而当入射角大于60°,此时修正一维方法 不能用来计算二维斜入射问题。出现这种结果有可能跟以 下两个因素有关,一是在入射角比较大的情况下反射过程 中产生的半波损失造成的;二是入射角比较大时,投影在一 维 *x* 方向的分量比较小,此时电磁波穿过介质时,介质对其 衰减作用比较大造成的。

#### 3.2 电磁波斜入射到一般介质时波形的时、频域分析

电磁波以 5°的入射角分别斜入射到均匀的二层介质 (真空、淡水、真空、湿土壤、真空、海水)中,且每种介质的参数分别为真空相对介电常数  $\epsilon_0 = 1$ 、 $\sigma_0 = 0$  S/m,淡水相对 介电常数  $\epsilon_1 = 81$ 、 $\sigma_1 = 1$ . e-3 S/m,湿土壤相对介电常数 

图 3 入射电场和反射电场时域波形图

经过时域波形对比可以得到,电磁波斜入射到介质上, 反射波较入射波会有时间延迟,并且延迟的时间长短跟介 质类型无关,除此之外,反射波较入射波都有一定的衰减, 衰减情况随电磁波照射的介质不同而不同。介电常数相 同、电导率不同时(图 3(a)),反射波没有衰减,但是电导率 越大,幅值整体越向下平移;电导率相同、介电常数不同时 (图 3(b)),介电常数越小,衰减越大,反射波幅值变得 越小。

若将介质当作滤波器来看待,那么介电常数和电导率 均为影响滤波器性能的参数。将入射波和不同介质情况下 的反射波进行傅里叶变换得到的如图 4 所示"滤波器"的幅 频特性曲线。

从图中曲线可以看出,介电常数和电导率的值均对幅 频特性有影响:当介电常数一定时,电导率越小,反射波形 的频域幅值衰减越慢;当电导率一定时,介电常数越小,反 射波形衰减越慢。因而介电常数、电导率均越大的介质相 对来说更接近于一个低通滤波器。介质各参量对反射波的 相位影响不大。



图 4 幅频特性

二维 TE 模式下可以得到类似的结论,在此不赘述。

#### 3.3 电磁波入射到色散介质时波形的分析

自然界中绝大部分物质都是色散介质,研究色散介质中各个电磁参数对电磁波在色散介质表面反射的影响具有很好的现实意义。为方便,本文采用电磁波以0度入射角入射到色散和非色散的土壤层表面为例进行分析。土壤介质可以等效为 Debye 模型处理,假设两种介质的电磁参数分别为色散土壤相对介电常数  $\epsilon_s = 5$ ,  $\epsilon_{\infty} = 3.3$ , $\sigma = 0.106$  S/m,非色散土壤相对介电常数  $\epsilon_s = 5$ ,  $\epsilon_{\infty} = 3.3$ , $\sigma = 0.106$  S/m,非色散土壤相对介电常数  $\epsilon_s = \epsilon_{\infty} = 3.3$ , $\tau = 0.106$  s。空间间隔  $\delta = 3.75 \times 10^{-6}$  m,时间间隔  $dt = \delta/2/c0$  s,空间取(0~400) $\delta$ 为色散(非色散)土壤介质区域,在(-1) $\delta$ 处读取不同时间步下的入射电场值和总电场值,总电场值减去入射电场值 便得到电磁波作用于两种介质下的反射波电场。数值 计算结果如图 5 所示。



图 5 介质色散与否对反射波随时间的变化

从图 5 中可以看到:第一,电磁波入射到不同介质时, 色散介质对其的反射强度较一般介质对其的反射强度小, 表现在波形上即色散介质下的反射波形幅值要小于一般介 质下的反射波形幅值;除此之外,色散介质下反射波波形明 显较一般介质下反射波波形有一定幅度的展宽,而介质的 色散与否对反射波的相位影响不大。从图 6 可以看出无论 介质色散与否,电磁波被其反射后反射波不会有频率的扩 展,但是色散介质对电磁波的低频分量会有更大的衰减 作用。



图 6 介质色散与否对反射波幅频特性的影响

# 4 结 论

本文针对分层介质二维斜入射问题的修正一维处理方法,分析了该方法下斜入射角度的适用范围,即斜入射角为 0°~47°时,修正一维方法可以较精确地解决二维斜入射问题,48°~60°时有较大的偏差,而当斜入射角为61°~90°时, 该方法将不再适用。在此基础上,进一步对电磁波在介质 表面的入射和反射波形的时频域特性进行了分析,得到了 介质的介电常数会导致反射波幅度的衰减,电导率会导致 反射波波形偏移,介质的色散会导致反射波波形展宽、低频 分量衰减。这些性质将对光学元件无损探测、地质勘探等 工程问题起到很好的指导作用。

# 参考文献

- [1] 姜彦南,葛德彪,魏兵.分层背景2维FDTD中斜入射 平面波的引入[J].强激光与粒子束,2008,20(4): 633-636.
- [2] 姜彦南,葛德彪. 层状介质时域有限差分方法斜入射 平面波引入新方式[J]. 物理学报,2008,57(10): 6283-6289.
- [4] 周珩.基于 FDTD 的多层煤质中电磁波反射与透射研 究[J].南京工程学院学报,2014,6(2):34-38.
- [5] 葛德彪,闫玉波.电磁波时域有限差分方法[M].3版. 西安:西安电子科技大学出版社,2011.
- [6] 姜彦南,葛德彪.分层背景空间二维 FDTD 中平面波 的引入[J].电波科学学报,2007(22):214-216.
- [7] 田雨, 童玲. 微波多层电路过孔散射参数测量方法[J]. 电子测量与仪器学报,2010,24(6):555-560.
- [8] 郭江,曹俊兴,何晓燕.有耗色散地质介质中电磁波传播特性的 FDTD 计算分析[J].成都理工大学学报 (自然科学版),2010,37(1):96-102.
- [9] 余硕军. 层状介质中 FDTD 算法分析与应用研 究[D].上海:同济大学电子与信息工程学院,2008.
- [10] 王毅,许乔,柴立群,等. 熔石英表面划痕附近电磁场 分布模拟分析[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(1): 67-70.
- [11] 刘春乐. 磁化铁氧体电磁参数的测试[J]. 电子测量技 术,2012,35(1):68-70.

# 作者简介

常慧,1988年出生,在读硕士研究生。主要研究方向 为信息传输及通信信号处理。

E-mail:1223140652@qq. com

**张玉强**,1970年出生,博士研究生,副教授,硕士生导师,主要研究方向为电波传播和散射、高性能计算、信号与信息处理等方面的研究。

**吕忠亭**,1988年出生,在读硕士研究生。主要研究方 向为信息传输及通信信号处理。