

# 应答式旋转目标的微多普勒研究

屈文星<sup>1</sup> 杨文革<sup>2</sup> 张若禹<sup>3</sup>

(1. 装备学院 研究生管理大队 北京 101416; 2. 装备学院 光电装备系 北京 101416;

3. 北京跟踪与通信技术研究所 北京 100094)

**摘要:** 在旋转飞行目标的飞行过程中,目标旋转产生的微多普勒会在接收信号中产生调制,会对运动参数测量产生影响。微多普勒频率由于其时变的性质,在不同条件下对运动参数的测量也有不同程度的影响。通过结合应答机工作模式,推导了合作式旋转目标的微多普勒模型,基于此模型给出了接收信号的理论模型,验证了微多普勒对接收信号的调制及频谱影响,通过试验仿真验证了模型的正确性,并分析了试验仿真结果,最后给出了适于不同运动参数测量的观测区间。

**关键词:** 微多普勒;应答式目标;正弦调频;最大频偏

**中图分类号:** V45 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** V556.6

## Micro-doppler research on cooperative spinning target

Qu Wenxing<sup>1</sup> Yang Wenge<sup>2</sup> Zhang Ruoyu<sup>3</sup>

(1. Department of Graduate Management, Equipment Academy, Beijing 101416, China; 2. Department of Optical and Electrical, Equipment Academy, Beijing 101416, China; 3. Beijing Institute of Tracking Telemetry and Communication, Beijing 100094, China)

**Abstract:** In the velocity measurement of the spinning flying target, the receiving signal would be modulated by the micro-Doppler caused by the spinning of target, which would effects the measurement of motion parameter. The micro-Doppler with a property of time varying would different effects on the measurement of motion parameter under different conditions. In this paper the micro-Doppler model of cooperative spinning target is deduced with the operating mode of transponder. And the theoretical model of receiving signal is derived based on the micro-Doppler model. Then we have verified the micro-Doppler modulation and the effect of the frequency spectrum, and validated the correctness of the model through the simulation. At last the measurement interval applied to the measurement of different motion parameter is concluded by the analysis of the simulation.

**Keywords:** Micro-Doppler; cooperative target; sinusoidal frequency modulation; max frequency deviation

## 1 引言

对于某一类应答式飞行目标,其在飞行过程中为了维持定向性会伴有自旋运动,此自旋运动会在下行信号中产生边带调制,这种现象称为微多普勒效应<sup>[1]</sup>。在飞行目标运动参数测量中,包括目标的速度,姿态角以及自旋频率等,为了得到更为精确的结果,在考虑基本的振源稳定度,采样频率以及布站几何等因素时,由目标旋转带来的微多普勒效应影响也是必须要考虑问题。

微多普勒效应自2003年提出以来<sup>[1]</sup>,现已成为信号处理领域较为热门的问题,近年来关于微多普勒的研究有:微多普勒模型研究<sup>[2]</sup>、目标微动特征识别与检测<sup>[3-4]</sup>与微多普勒参数估计<sup>[5-6]</sup>等。这类研究大多集中于基于雷达散射特

性的非合作目标,由于应答式目标在信息传播形式上与非合作式目标有所不同,以往所得模型和结论并不能直接用于应答式目标,而且相比下合作式目标的微多普勒研究为之较少,只有较早期的一些研究给出了一定的结论<sup>[7-8]</sup>。

针对应答式旋转飞行目标,通过分析飞行目标空间几何,结合应答机工作方式建立了应答式目标的微多普勒数学模型,讨论了微多普勒频率与姿态角,自旋频率以及空间位置等因素之间的关系,通过推导信号模型验证了微多普勒调制影响,根据所推导的模型推断出适于目标速度以及角频率提取的参数环境以及测量区间。

## 2 微多普勒空间几何

微多普勒空间几何可以反映目标旋转微动,为分析简

单起见,设目标为理想的圆柱体,应答机天线贴于目标表面,现对目标上应答机的质心  $P$  的空间位置变化进行分析。如图 1 所示,雷达站位于地面固定不动的测量坐标系  $(X, Y, Z)$  的原点  $Q_c$  处,目标质心位于空间中的弹体坐标系  $(x_{DR}, y_{DR}, z_{DR})$  的原点  $Q$  处,距离雷达距离为  $R_0$ ,相对于雷达站点  $P$  在时间  $t$  内存在平移与旋转运动。由于飞行目标的姿态方向是相对于发射坐标系而言,引入一个发射坐标系  $(x_{ef}, y_{ef}, z_{ef})$ ,设发射坐标系的原点为  $O_f$ ,即在  $t = 0$  时刻,弹体坐标系与发射坐标系原点重合。 $\alpha$  和  $\beta$  分别为目标在测量坐标系中的方位角和俯仰角。

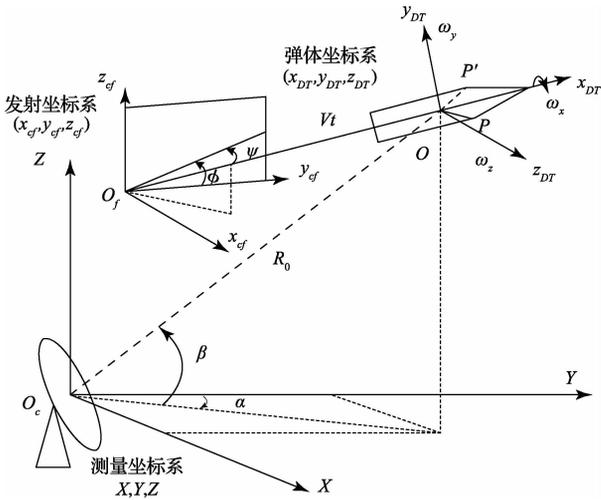


图 1 旋转目标空间运动模型

现有目标相对于地面雷达站的速度为  $\mathbf{V} = (v_x, v_y, v_z)$ 。在经过时间  $t$  后,目标的位移分解为两种运动的叠加,一为平动引起的位移  $Vt$ ,平移至点  $P'$ 。二为目标旋转引起的旋转位移,旋转至点  $P$ ,由点  $P'$  到点  $P$  可以由旋转矩阵  $T_{sp}$  来描述,旋转位移表示为  $T_{sp} \hat{r}_p$ 。 $r_p$  为应答机质心在弹体坐标系中的位置向量,通过初始矩阵  $\mathbf{R}_{m0}$  来反映目标在弹体坐标系中的初始姿态角  $(\varphi, \theta, \psi)$ ,即  $\hat{r}_p = \mathbf{R}_{m0} \cdot r_p (\hat{r}_{px}, \hat{r}_{py}, \hat{r}_{pz})^T$ 。

在弹体坐标系中角速度矢量可以用  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  来表示,  $\boldsymbol{\omega}' = \frac{\boldsymbol{\omega}}{\|\boldsymbol{\omega}\|} = (\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z)^T$  为单位角速度。目标以单位矢量  $\boldsymbol{\omega}'$  为轴并以旋转速率  $\Omega = \|\boldsymbol{\omega}\|$  进行转动。

根据罗德里格斯公式<sup>[3]</sup>旋转矩阵  $T_{sp}$  可表示为:

$$\mathbf{T}_{sp} = \exp(\hat{\boldsymbol{\omega}}t) = \mathbf{I} + \hat{\boldsymbol{\omega}}' \sin(\Omega t) + \hat{\boldsymbol{\omega}}'^2 (1 - \cos(\Omega t)) \quad (1)$$

$\hat{\boldsymbol{\omega}}'$  为与  $\boldsymbol{\omega}'$  为有关的斜对称矩阵,可表示为:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}' = \begin{bmatrix} 0 & -\omega'_z & \omega'_y \\ \omega'_z & 0 & -\omega'_x \\ -\omega'_y & \omega'_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

因此经过时间后从雷达站到点的距离矢量可表示为:

$$\mathbf{QP} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p \quad (3)$$

表示为距离标量为:

$$r(t) = \mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p = \sqrt{(\mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)^T (\mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)} \quad (4)$$

### 3 微多普勒数学模型

对于非合作目标的微多普勒模型分析常采用的是点散射模型,合作目标微多普勒模型要基于现有的点散射模型进行分析。因此根据文献[1]中所述,设单频连续波信号  $s(t)$  为地面发射信号:

$$s(t) = \rho \exp\left\{j2\pi f_1 \frac{2r(t)}{c}\right\} = \rho \exp\{j\Phi[r(t)]\} \quad (5)$$

结合式(4),对相位函数  $\Phi[r(t)]$  求导,可得目标的多普勒频移,其包括平动多普勒与微动多普勒:

$$f_{d1} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} = 2f_1 \frac{\dot{r}(t)}{c} = \frac{2f_1}{c} \left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n} \quad (6)$$

式中:  $f_1$  为信号载频,  $\mathbf{n}$  为雷达视线方向向量,可表示为  $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p}{|\mathbf{R}_0 + \mathbf{V}t + \mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p|}$ ,也可由方位角和俯仰角表示为  $\mathbf{n} = (\cos\beta \cos\alpha, \cos\beta \sin\alpha, \sin\beta)^T$ 。

当雷达信号发射端与接收端存在不同的运动形式时,其接收端多普勒频率有所不同<sup>[10]</sup>。正如应答机与地面站上下行信号中的多普勒频率。具体表现为:

信号上行,地面站不动,应答机端动,多普勒频率为:

$$f_{d1} = f_1 \frac{\dot{r}(t)}{c} \quad (7)$$

信号下行,应答机端动,地面站不动,多普勒频率为:

$$f_{d2} = f_3 \frac{\dot{r}(t)}{c + \dot{r}(t)} \quad (8)$$

$f_1$  与  $f_3$  分别为上行与下行信号频率。

因此结合应答机的转发工作方式<sup>[11]</sup>可得:

$$f_3 = \eta f_2 = \eta(f_1 + f_{d1}) \quad (9)$$

式中:  $\eta$  ( $\eta \neq 1$ ) 为应答机转发比,  $f_2$  为应答机接收频率,结合式可得应答机发射的下行信号中的多普勒频率:

$$f_{d2} = f_3 \frac{\dot{r}(t)}{c + \dot{r}(t)} = \eta(f_1 + f_{d1})$$

$$\frac{\left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n}}{c + \left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n}} = \eta \frac{f_1}{c} \left(c + \left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n}\right) \\ \frac{\left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n}}{c + \left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n}} = \eta \frac{f_1}{c} \left(\mathbf{V} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)\right)^T \mathbf{n} \quad (10)$$

其中自旋引起的微多普勒频移为:

$$f_{Rot} = \frac{\eta f_1}{c} \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{sp} \hat{r}_p)^T \mathbf{n} = \frac{\eta f_1}{c} d\mathbf{n} \quad (11)$$

定义  $d\mathbf{n}$  为目标旋转速度在雷达视线上的投影,由于目标旋转速度与平动方向正交,因此我们可推断平动多普勒最大时旋转微多普勒应最小,即目标运动方向同雷达视线

重合时,反之正交时微多普勒最大。

代入式(1),可将式(11)化为:

$$f_{R\alpha} = \frac{\eta f_1}{c} \frac{d}{dt} [\exp(\hat{\omega}t) \hat{r}_p]^\top \mathbf{n} = \frac{\eta f_1}{c} (\hat{\omega} \exp(\hat{\omega}t) \hat{r}_p)^\top \mathbf{n} = \frac{\eta f_1}{c} [\hat{\omega}' (I + \hat{\omega}' \sin(\Omega) + \hat{\omega}'^2 (I - \cos(\Omega))) \mathbf{R}_{\text{int}} \cdot \mathbf{r}_p]^\top \mathbf{n} = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} [\hat{\omega}' (\hat{\omega}' \sin(\Omega) + I \cos(\Omega)) \mathbf{R}_{\text{int}} \cdot \mathbf{r}_p]^\top \mathbf{n} \quad (12)$$

从式(12)可以看出应答式旋转目标与非合作目标的微多普勒数学模型相差为前者为双程,后者为单程且有了转发比的乘积,其微多普勒频率仍与旋转速率,载频频率以及雷达视线有关。由于旋转速率和雷达视线在实际飞行过程中常为一个变化的量,因此需要研究其分别对微多普勒频率的影响。仿真过程如下:

设地面雷达工作于 5 GHz,目标位于  $(x = -30, y = 10, z = 30)$  km 高空,目标以 0.6 Hz 的自旋频率,沿着  $x$  轴方向飞行,应答机转发比为 0.8,观测时间为 10 s。应答机在目标上的位置如图 2 所示,双应答机对称置于目标表面。为了完整地体现微多普勒时频特性,暂假设应答机天线的方向图中无间断的情况。

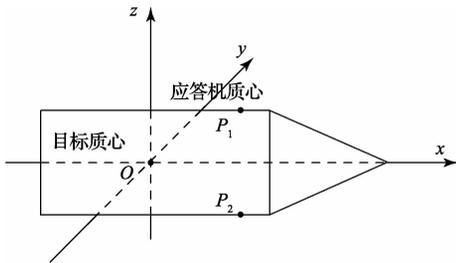


图 2 应答机质心空间位置

通仿真可得微多普勒时频曲线,如图 3 所示。

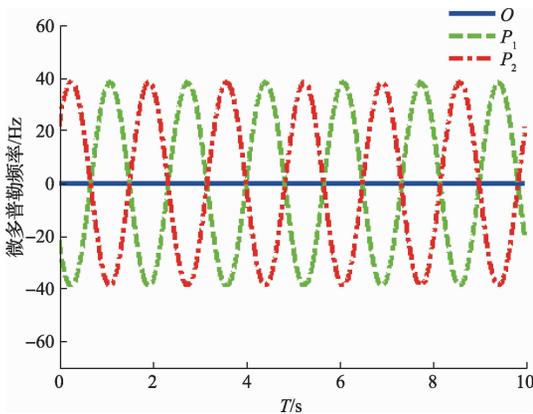


图 3 应答机质心微多普勒特征

如图所示为不考虑平动带来的影响,可认为信号处理中做了平动速度补偿。可以看出时频曲线变化频率与自旋频率相同。现增加自旋频率为 0.8 Hz,如图 4 所示。

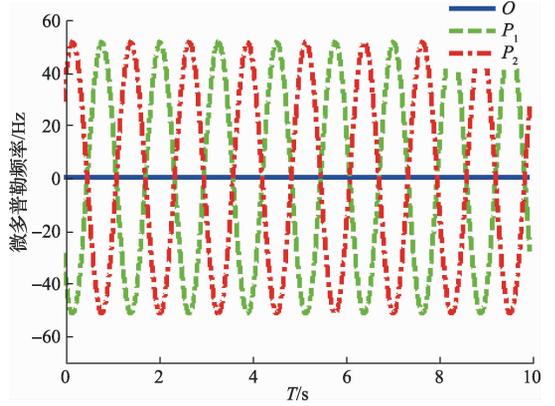


图 4 改变自旋频率后的微多普勒特征

可看出微多普勒频率幅值与变换频率均有增加。在信号处理中即使补偿了平动速度,但平动带来的雷达视线变化仍会影响微多普勒频率,如图 5 所示。

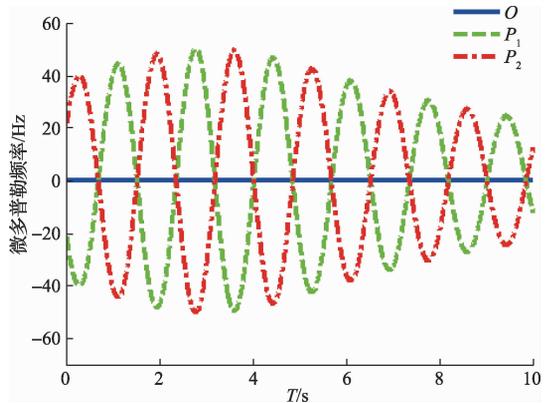


图 5 雷达视线变化下的微多普勒特征

可以看作是目标从雷达站上空掠过的情形,目标在与雷达视线正交时,微多普勒频率达到最大值,在远离雷达站,飞行方向与雷达视线不断趋于重合,微多普勒频率逐渐趋于零,证明了旋转速率和雷达视线对微多普勒频率有直接影响。

因此现假设其飞行轨迹沿着测量坐标系的  $X$  或  $Y$  轴,由远及近地从雷达站上空飞过,即其运动方向正交于  $Z$  轴。此时目标的自旋频率  $\omega$  与目标相对地面的俯仰角  $\beta$  的变化对最大微多普勒的变化起主要影响作用。

根据前文仿真参数与式(12),通过控制变量仿真可得微多普勒频率在目标的自旋角频率  $\omega$  和俯仰角  $\beta$  分别改变时可取得的最大值,如表 1 所示。

表 1 最大微多普勒频率与自旋频率和俯仰角的关系

$\omega$ /Hz	$\beta$ ( $^{\circ}$ )						
	30	45	60	90	120	135	150
0.5	29.3	41.5	50.8	58.6	50.8	41.5	29.3
1	58.6	82.9	101.6	117.3	101.6	82.9	58.6
2	117.3	165.9	203.1	234.6	203.1	165.9	117.3

可以看出角频率的增加会引起微多普勒频率的增加, 只有在俯仰角为  $90^\circ$  时, 即目标飞行方向与雷达视线正交时微多普勒才能取到最大值。

#### 4 地面接收信号模型

通过前文的分析可知, 在实际测量中比较关注微多普勒所能取到的最大值, 因此将式(12)做如下化简:

$$f_{Rot} = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} [\hat{\omega}' (\hat{\omega}' \sin(\Omega t) + \mathbf{I} \cos(\Omega t)) \hat{r}_p]^\top \mathbf{n} = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} (\hat{\omega}' \hat{r}_p)^\top \mathbf{n} \sin(\Omega t) + (\hat{\omega}' \hat{r}_p)^\top \mathbf{n} \cos(\Omega t) = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} (\mathbf{Q} \sin(\Omega t) + \mathbf{P} \cos(\Omega t)) = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} \sqrt{\mathbf{Q}^2 + \mathbf{P}^2} \sin(\Omega t + \phi) \quad (13)$$

其中系数  $\mathbf{Q}$  与  $\mathbf{P}$  分别为  $(\hat{\omega}' \hat{r}_p)^\top \mathbf{n}$  与  $(\hat{\omega}' \hat{r}_p)^\top \mathbf{n}$ , 均为只与目标旋转轴向和雷达视线方向有关的量, 可定义其为方向系数, 其中  $\phi = \text{atan}(\mathbf{P}/\mathbf{Q})$ 。

根据式(13)所得正弦函数形式,  $f_{Rot}$  也可表示为三参数的余弦函数<sup>[12]</sup>:

$$f_{Rot} = A \cos(2\pi f_m t + \phi_m) \quad (14)$$

式中:  $A$  为微多普勒最大频率表示为:

$$A = \frac{\eta f_1 \Omega}{c} \sqrt{\mathbf{Q}^2 + \mathbf{P}^2} \quad (15)$$

$f_m$  为微多普勒时频曲线的频率, 且  $2\pi f_m = \Omega$ ,  $\phi_m$  为时频曲线初相, 根据式(13)可知初相  $\phi_m$  为  $\frac{\pi}{2}$ 。

在地面信号处理截断时间  $T$  内, 为分析调频项带来的影响, 认为平动多普勒频移斜率已由可变化的跟踪环路得到抵消<sup>[13]</sup>, 即为常值。则目标的多普勒频率为:

$$f_d = f_T + A \cos(2\pi f_m t + \phi_m) \quad (16)$$

由于  $f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$ , 则下行信号的相位函数  $\phi(t)$  通过积分可得:

$$\phi(t) = 2\pi f_T t + \frac{A}{f_m} \sin(2\pi f_m t + \phi_m) \quad (17)$$

下行信号的信号模型可设为:

$$s(t) = \exp(j(2\pi f_3 t + \phi(t))) = \exp(j(2\pi(f_3 + f_T)t + \frac{A}{f_m} \sin(2\pi f_m t + \phi_m))) \quad (18)$$

调频项为:

$$u(t) = \exp(j(\frac{A}{f_m} \sin(2\pi f_m t + \phi_m))) \quad (19)$$

式中:  $f_3$  为下行频率, 由式(18)微多普勒对于载波的影响可以看作是正弦调频调制, 地面站接收信号可以看作是正弦调频信号。  $\frac{A}{f_m}$  为调制指数  $m_f$ 。在实际计算中  $m_f$  可由

$\frac{\Delta f}{f_m}$  得到,  $\Delta f$  为最大频偏, 即为最大微多普勒频率  $A$ 。

通过仿真可得如图 6 所示, 载频在 4 s 内的时频特征,

和与其相对应的时域波形, 其中微多普勒最大频率为 80 Hz, 即载频的最大频偏为 80 Hz, 微多普勒调频频率为 0.5 Hz, 信号信噪比为 20 dB。

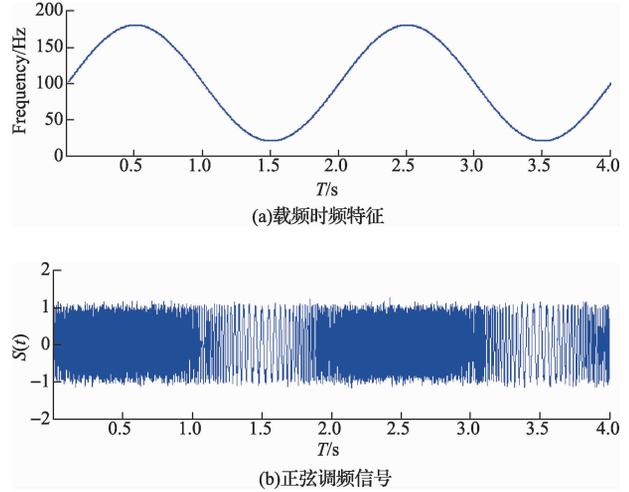


图 6 载频时频特征与时域波形

从时域波形可以看出信号频率由于微多普勒频率的调制影响, 产生了周期性的频率变化。对此段基频信号做频谱分析, 可得一具有一定带宽且频偏为微多普勒最大频率的谱线。在测量时间内, 谱峰对应频点已经偏离于真实频点, 具体如图 7 所示。

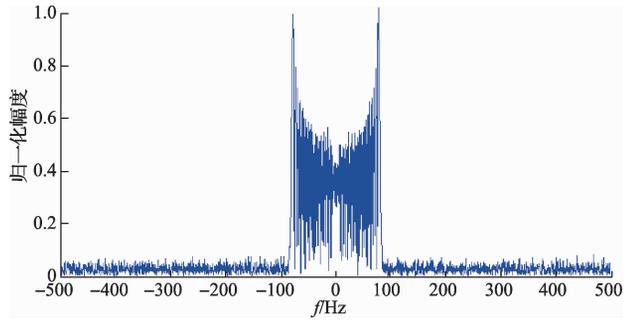


图 7 正弦调频信号频谱

因此可以看出微多普勒调制会使得接收信号的频域谱线增宽, 验证了微多普勒频率在载频上的调制特性。需要说明的是谱线宽带的一半为载频测量时的最大偏差, 与微多普勒最大频偏  $A$  成正比, 因此根据式(15)可得目标的自旋频率、方向系数、载频频率以及应答机的转发比的增加均会使得频域谱线增宽, 影响频率测量。因此选择微多普勒频率较低的一段会有利于信号多普勒频率的测量。微多普勒最大频偏与自旋频率以及空间位置的关系已在前文讨论过, 这里不再赘述。

## 5 结 论

以经典的非合作目标的微多普勒为基础, 结合应答机工作模式, 得出了应答式目标的微多普勒模型, 并讨论了地

面接收信号模型,并通过仿真验证微多普勒的调制影响,综上所述可得出如下结论:

1)根据所得应答式目标的微多普勒模型,得出新的乘积项:应答机转发比。因此我们可以通过设置转发比的大小控制可获得的微多普勒频率大小,这一点相比非合作目标有所不同。

2)通过仿真试验可发现,若为了获得较大的微多普勒频率,便于参数的估计,来提取目标的自旋频率等参数,观测时间应截取飞行器飞行方向与雷达视线正交时的前后时间。

3)由正弦调频信号模型可知,目标的转速、方向系数、载频频率以及应答机的转发比均会影响信号频域谱线的宽度。在测量过程中应选择合适的载频、转发比等参数,并选取目标飞行方向与雷达视线较小的一段来进行测量。

本文所做工作尚有不完善之处,比如出于突出分析问题,并未考虑应答机天线方向性、平动多普勒变化等因素的影响。但所得模型与结论也将会为下一步信号处理,参数估计,精度分析等工作打下基础。

## 参考文献

- [1] CHEN V C, LI F. Analysis of micro-Doppler signatures [J]. IEEE Proc. Radar Sonar Navig. 2003, 150 (4): 271-276.
- [2] 田巴睿,蒋跃红,郭汝江,等. 基于时频变换的弹道目标微多普勒特征提取[J]. 现代雷达. 2012(1): 40-43.
- [3] AI X F, ZOU X H, YANG J H, et al. Feature extraction of rotating target based on bistatic micro-Doppler analysis[C]. Chengdu; 2011: 609-612.

- [4] 李晋,皮亦鸣,杨晓波. 基于微动特征提取的太赫兹雷达目标检测算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2010,24(9): 803-807.
- [5] 李飞,纠博,邵长宇,等. 目标微动参数估计的曲线跟踪算法[J]. 电波科学学报,2013(2): 278-284.
- [6] CLEMENTE C. Characterization of vibrating targets in bistatic SAR[C]. London: IET, 2011.
- [7] 吴皓东. 弹载应答机多普勒测速误差分析[J]. 制导与引信,1986: 10-25.
- [8] 张洪祥. 应答式目标旋转运动对雷达速度测量的影响[J]. 宇航学报,1987(3): 68-77.
- [9] MURRAY R M, LI Z, SASTRY S S, et al. A mathematical introduction to robotic manipulation [M]. CRC press, 1994.
- [10] 李崇虎. 适用于不同条件的多普勒效应公式[J]. 西南师范大学学报:自然科学版,2007, 32(2): 145-148.
- [11] 江晓凤. S频段联试应答机的改进设计[J]. 电讯技术,2012(6): 873-877.
- [12] 程旭,刘进,王雪松,等. 微多普勒特征提取中的时频分布选择[J]. 应用科学学报,2011(4): 397-404.
- [13] 朱江华,鲍其莲. 高动态环境下GPS信号处理与分析[J]. 电子测量技术,2011,34(1): 31-34.

## 作者简介

屈文星,在读硕士研究生。主要研究方向为航天测控技术。

E-mail:qwx1231@gmail.com