

# 基于群一致性的大规模无线传感网时间同步

金彦亮 邓伟 方昌立

(上海大学通信与信息工程学院 上海 200072)

**摘要:** 时间同步对无线传感器网络的设计和应用起着至关重要的作用。只有当传感器网络中的所有节点保持同步,用户才能精确的知道在其检测的区域的信息。提出了一种新颖的完全分布式的无线传感器网络时间同步协议,称为 GCTS(group consensus time synchronization)。每一个节点通过收集其周围一群节点的时钟信息,然后利用群一致性协议对这些时钟信息进行处理并将此值更新为新的时钟。该协议的优点是完全分布式,并且计算简单,收敛快速,能耗较低。同时利用 Lyapunov 稳定性理论和图论,对该同步算法的收敛性进行了理论证明。最后将此适合大规模无线传感器网络的协议在 MATLAB 中实现,其实验结果符合预期分析。

**关键词:** 时间同步;群一致性;分布式;大规模无线传感器网络

**中图分类号:** TP393 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.5015

## Distributed synchronization in large-scale wireless sensor networks using group consensus protocol

Jin Yanliang Deng Wei Fang Changli

(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** Time synchronization is an important theoretical research in wireless sensor networks. The users can know accurately know the information in the monitoring area, only when the sensors have a consensus clock. An innovative distributed time synchronization protocol, called GCTS(group consensus time synchronization), was proposed for large-scale wireless sensor networks. Each sensor node collects the clock information of the neighbors. The sensor update the clock information according to the result of calculation using group consensus protocol. The advantage of the protocol is fully distributed and it has simple calculation, fast convergence rate and low energy consumption. At the same time, the proof for the convergence of the proposed protocol is carried out using Lyapunov stability theory and graph theory. Finally, the proposed protocol for large-scale wireless sensor networks is implemented in Matlab, and the experimental results meet the expected analysis.

**Keywords:** time synchronization; group consensus; distributed; large-scale WSNs

## 1 引言

随着通信技术、嵌入式计算技术和传感器技术的飞速发展和日益成熟,无线传感器网络引起了国内外的研究人员的广泛关注<sup>[1]</sup>。而时间同步也是无线传感器网络各种协议和功能实现的重要保障,如 MAC 协议<sup>[2]</sup>、定位算法<sup>[3]</sup>、数据融合<sup>[4]</sup>等等。为了能够实现无线传感器的时间同步,需要克服许多挑战,如传播时延、收敛性、扩展性、鲁棒性等<sup>[5]</sup>。

一致性时间同步<sup>[6-9]</sup>不需要参考节点和固定的拓扑结构,而是依靠与周围节点之间信息交换实现时间同步,使得整个网络收敛于同一时钟。因为这些算法的扩展性和鲁棒

性较好,所以一致性算法已经广泛应用于大规模时间同步。但是文献[6-9]所提的算法都是基于点与点之间的信息交换,而忽略了其周围邻居节点的信息。这意味着要进行频繁的数据交换,存在同步通信开销大、能耗高的不足。

因此本文利用无线传感器网络侦听和广播特性同时考虑节点周围一群节点的信息,结合一致性协议<sup>[10]</sup>,提出了基于群一致性的大规模无线传感网时间同步。

## 2 系统模型

### 2.1 无线传感器网络模型

无线传感器网络的拓扑可以用图来表示<sup>[11]</sup>。图大致可分为有向图和无向图 2 种。对于图  $G$ ,它主要包括 2 部

分:第1部分是顶点集,记为 $V(G)$ 。设顶点的个数为 $N$ ,则可知 $V(G)$ 包含元素的个数为 $N$ ,对应于实际的无线传感器网络,则表示该无线传感器网络的节点个数为 $N$ 可令 $V(G) = \{v_1, \dots, v_N\}$ ,其中的 $v_i, i = 1, \dots, N$ 代表第 $i$ 个顶点;第2部分是边集,通常记为 $E(G)$ 。由于边是以顶点为端点的,所以如果顶点 $i$ 到顶点 $j$ 可以有信息流,则记为 $(v_i, v_j)$ ,这种流向是有向性的体现。如果对于 $E(G)$ 中的任意元素 $(v_i, v_j)$ ,总有 $(v_j, v_i)$ 也属于 $E(G)$ ,则称图 $G$ 为无向图,否则,图 $G$ 为有向图。无向图本质上是一种特殊的有向图。无向图体现了一种信息交互的对称性。

邻接矩阵 $A$ :是一个 $N \times N$ 的矩阵, $N$ 为传感器节点的个数,简单常用的定义如下:如果节点 $i$ 和 $j$ 相邻,且信息可从 $i$ 传向 $j$ ,则有 $a_{ij} = 1$ ,否则 $a_{ij} = 0$ 。对于 $A$ 阵中的对角线上的元素,定义为0。由以上所述可知,邻接矩阵描述的是传感器之间的邻居关系,无向图对应的邻接矩阵是一个对称阵。

度矩阵 $D$ :详细区分,度矩阵可分为出度矩阵和入度矩阵。所谓度,也有称顶点化合价,是针对具体顶点而言的,与该节点与周边的节点拓扑关系有关,度矩阵是一个对角阵。定义如下:

$$D_{\text{out}} = \text{diag}(d_{11}, d_{22}, \dots, d_{NN}), d_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$D_{\text{in}} = \text{diag}(d_{11}, d_{22}, \dots, d_{NN}), d_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ji}, i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

对于无向图来说,入度矩阵和出度矩阵相同。

拉普拉斯矩阵 $L$ :这是最重要的一类矩阵,因为下文的分析主要围绕该矩阵,它和邻接矩阵和度矩阵有以下等式关系: $L = D - A$ 。

拉普拉斯矩阵有很多很有用的性质,它的谱特性是分析经典线性一致性协议的有效工具。

定理1:如果无向图 $G$ 是连通的,则 $\text{rank}(L) = N - 1$ 。

由上述定理及以上3类矩阵的关系,可知如下几条明显的结论。

结论1:0为 $L$ 矩阵的单特征根,且 $(1, 1, \dots, 1, 1)_{N \times 1}^T$ 的列向量为0对应的特征向量。

结论2:如果图 $G$ 连通且 $L$ 阵为对称阵,则 $L$ 阵所有的特征值非负,可表示为 $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$ 。

## 2.2 时钟模型

节点 $v_i$ 的本地时间可表示为:

$$x_i(t) = \omega_i t + x_i(0) + v_i(t), i = 1, \dots, N \quad (3)$$

式中: $x_i(t)$ 是节点 $v_i$ 在 $t$ 时刻的本地时间, $\omega_i$ 是节点的时钟的频率, $x_i(0)$ 是 $t = 0$ 时的初始时间。 $v_i(t)$ 为随机噪声。

在无线传感器网络中一次迭代就表示所有节点的本地

时间变化一次。

设 $t = 0$ 开始同步,经历数次更新之后,可以得出 $t$ 时刻的所有节点的时间为:

$$\begin{cases} x_1(t) = \omega_1 t + \varepsilon_1(t) + v_1(t) \\ x_2(t) = \omega_2 t + \varepsilon_2(t) + v_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) = \omega_N t + \varepsilon_N(t) + v_N(t) \end{cases} \quad (4)$$

式中:变量 $\varepsilon_i(t)$ 为 $t$ 时刻节点 $v_i$ 的时间偏置。因为不管无线传感器网络是否,所有节点的本地时间总变化的,但 $\varepsilon_i(t)$ 不会变。由上式可知,当无线传感器网络同步时,变量 $\varepsilon_i(t)$ 为定值。因此,使用变量 $\varepsilon_i(t)$ 来代替 $x_i(t)$ 来分析节点时钟同步的演化过程是更加方便。

然后对节点时钟进行离散化处理,节点的本地时钟可以表示为

$$\begin{cases} x_1(k) = \omega_1 t(k) + \varepsilon_1(k) + v_1(k) \\ x_2(k) = \omega_2 t(k) + \varepsilon_2(k) + v_2(k) \\ \vdots \\ x_N(k) = \omega_N t(k) + \varepsilon_N(k) + v_N(k) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $x_i(k)$ 是节点 $v_i$ 经过 $k$ 次更新得到的本地时间, $v_i(k)$ 是第 $k$ 次更新后的离散随机噪声, $t(k)$ 是经过 $k$ 次更新后的离散时间。 $\varepsilon_i(k)$ 是节点 $v_i$ 经过 $k$ 次更新后的时间偏置,上式可得:

$$\varepsilon_i(k) = x_i(k) - \omega_i t(k) - v_i(k), i = 1, \dots, N。$$

同理,下文将研究无线传感器网络是否同步,只需要研究离散时间偏置 $\varepsilon_i$ 即可。

## 3 基于群一致性的时间同步算法

### 3.1 群一致性时间同步协议

在群一致性时间同步算法中,一个节点在向其邻居节点发送时钟信息时处于其广播域中的很多节点也能够收到此信息。同样,一个节点在接收时钟信息时能够收到许多其他邻居节点的时钟信息。每个节点根据收集到它周围节点的时钟信息,利用一致性控制器对这些信息进行处理,然后在更新自己的时钟信息,最后再将更新过的时钟信息广播出去。具体算法实现步骤如下。

1)对于无线传感器中的节点 $v_i, i = 1, 2, \dots, N, i = 1, 2, \dots, N$ 在 $k$ 时刻, $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$ 分别广播自己当前的时间偏置 $\varepsilon_i(k), i = 1, 2, \dots, N$ 。

2)处于节点 $j$ 广播域中的节点 $i$ 接收来自其邻居节点的相位信息时间偏置 $j \in N_i$ 。节点 $i$ 执行 $\varepsilon_i(k+1) = \varepsilon_i(k) + \alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\varepsilon_j(k) - \varepsilon_i(k))$ 一致性协议,并将此值作为下一时刻 $k+1$ 的时间偏置。

3)节点 $i$ 将更新后的时间偏置 $\varepsilon_i(k+1)$ 并广播给其邻居节点。

4)上述过程反复进行直至网络所有节点的时间偏置达到一个本文设定同步的阈值,即整个网络达到分布式时间

同步。

### 3.2 群一致性算法收敛性证明

有上述算法可知,本文是用上一个时刻的偏差作为校正当前时刻节点的时间偏置,该算法的关键是要给出常数  $\alpha$  的可保证算法收敛的取值范围。

为了证明算法的收敛性,将  $N$  个节点组成的无线传感器网络时间同步协议写为矩阵表达式形式为:

$$\mathbf{E}(k+1) = (\mathbf{I} - \alpha \mathbf{L})\mathbf{E}(k) = \mathbf{P}\mathbf{E}(k) \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{E}(k) = (\epsilon_1(k), \epsilon_1(k), \dots, \epsilon_1(k))^T$ ,  $\mathbf{I}$  为单位阵,  $\mathbf{L}$  为拓扑图对应的拉普拉斯矩阵,  $\mathbf{P}$  阵可视为状态转移阵。

要想证明一致性收敛,就是要证明  $\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{E}(k)) = \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{P}^k \mathbf{E}(0))$  是存在的,所以问题转化为是否极限存在  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P}^k$ 。

又因为  $\mathbf{E}(k+1) = (\mathbf{I} - \alpha \mathbf{L})\mathbf{E}(k) = \mathbf{P}\mathbf{E}(k)$ , 可知  $\mathbf{P} = \mathbf{I} - \alpha \mathbf{L}$ 。

$\mathbf{L}$  的特征值可记为在:

从而有矩阵变换:  $\mathbf{J}_L = \mathbf{S}_L \mathbf{L} \mathbf{S}_L^{-1}$ ,

对矩阵  $\mathbf{P}$  做类似的变换有:

$$\mathbf{J}_P = \mathbf{S}_L \mathbf{P} \mathbf{S}_L^{-1} = \mathbf{S}_L (\mathbf{I} - \alpha \mathbf{L}) \mathbf{S}_L^{-1} = \mathbf{I} - \alpha \mathbf{J}_L$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P}^k = \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{S}_L \mathbf{J}_P \mathbf{S}_L^{-1})^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{S}_L (\mathbf{J}_P)^k \mathbf{S}_L^{-1}$$

由于  $\mathbf{S}_L, \mathbf{S}_L^{-1}$  都为固定的矩阵,只要  $\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{J}_P)^k$  收敛即可。

由于  $\mathbf{J}_L$  的对角线元素分别为  $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N < \max(d_i)$  对应的  $\mathbf{J}_P$  的对角线元素为:  $\sigma_i = 1 - \alpha \lambda_i$ 。

要想保证  $\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{J}_P)^k$  收敛,需保证  $(\sigma_i)^k$  是收敛的,这要求:  $|\sigma_i| = |1 - \alpha \lambda_i| \leq 1$ 。

$$\text{求解上述不等式可得: } 0 < \alpha < \frac{1}{\max(d_i)}$$

在此范围内,有  $1 = \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N > 0$ , 所以有:  $\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{J}_P)^k$  的元素中只有  $\sigma_1$  对应的对角线元素为 1,其余全为 0。

再根据 Perron 定理可知:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [(1)^{-1} \mathbf{E}]^k = \mathbf{xy}^T = \frac{1}{N} \mathbf{1}^{N \times 1} \cdot (\mathbf{1}^{N \times 1})^T, k \in N$$

又因为  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{E}(k) = (1/N) \cdot \mathbf{1}^{N \times 1} \cdot (\mathbf{1}^{N \times 1})^T \mathbf{E}(0)$ , 因此算法收敛于初始状态时间偏置的平均值。

## 4 仿真结果与分析

为了验证群一致性同步算法的性能,利用 MATLAB 仿真软件对算法进行数值仿真。首先在 4 种不同拓扑类型的小型网络中仿真和分析群一致性同步算法的同步性能。而这些小型网络真是大规模网络的局部,然后在考虑在大规模网络条件下对群一致性算法的收敛性和扩展性进行验证。仿真条件是:有 100 个无线传感器网络均匀分布在  $1\,000\text{ m} \times 1\,000\text{ m}$  的区域内,节点的初始误差均匀的分布在  $0 \sim 1\,000$  ticks 之间。

### 4.1 不同的网络拓扑类型下的仿真

为了验证群一致性时间同步算法在大规模无线传感器网络局部环境下的性能,本文分别在如图所示的 4 种由 8 个节点组成的小型网络中进行仿真实验,它们分别为线形网络(L8)、环形网络(R8)、星形网络(S8)和全连接网络(F8)。

同时为了衡量整个网络的同步程度,引入复杂网络的 Kuramoto 同步准则。Kuramoto 同步准则可以表示如下:

$$r = \frac{1}{N} \cdot \exp(-j2\pi \bar{\phi}) \cdot \sum_{i=1}^N \exp(j2\pi \phi_i) \quad (8)$$

式中:  $\bar{\phi}$  是该时刻所有节点的瞬时平均相位,  $\phi_n$  是第  $n$  个节点的瞬时相位。  $r$  只在所有节点相位相同时为 1,此时网络达到同步。而在所有节点相位随机分布时为 0。因此, Kuramoto 参数可以将同步时间和收敛率融合到一个简单容易计算的参数上。

仿真结果如图所示,仿真结果如图 1 所示,群一致性算法在四种拓扑中都能够实现同步,只是收敛到虚拟时钟的速度不同。算法在全连接网络中收敛速度最快,星形网络次之,线形网络最慢。算法在 4 种网络中达到稳态同步需要的迭代次数由快到慢依次为 2, 8, 12, 23。在全连接网络中,每一个节点都能够和其他所有节点交换信息,所以其收敛最快;星形网络也可以通过中心节点和其他节点进行信息交换,故其收敛速度次之;然而在环形网络和线形网络中,都只能通过多跳才能将信息传递到全网,存在时间信息传递的过程,收敛速度较慢,当环形网络可以通过两个方向传播信息,故其收敛速度较快。

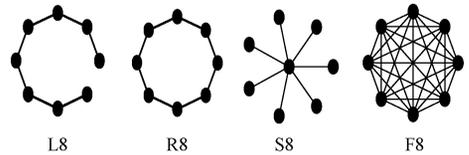


图 1 4 种不同的类型的网络拓扑

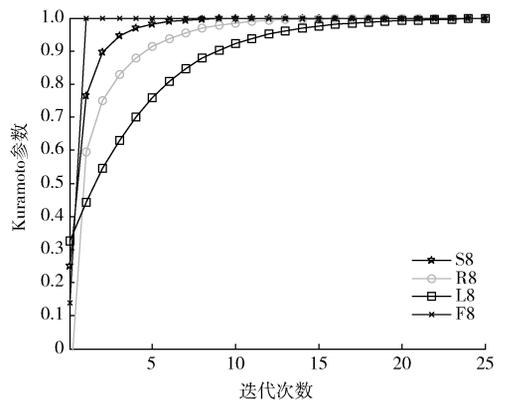


图 2 群一致性算法在不同的网络拓扑中的仿真结果

### 4.2 大规模无线传感器网络的仿真

以上 4 种拓扑就是大规模无线传感器网络的局部结

构,所以上仿真结果表明在大规模的无线传感器网络的局部能过实现同步。下面来研究就整个大规模无线传感器网络的时间同步。在  $1\ 000 \times 1\ 000$  的平面区域内均匀分布着 100 个传感器节点。

在仿真中,设置节点的传播距离为 100m,即只要 2 个节点之间的距离  $\leq 100$  m,这 2 个节点之间就可以进行数据包的交换。如图 3 所示为网络中的各节点的时间平均误差随群一致性算法迭代次数的变化情况。从图中可以看出,随着迭代次数的增加,各节点的平均误差逐渐减少。这表明群一致性算法的最终达到了收敛,全网实现了时间同步。

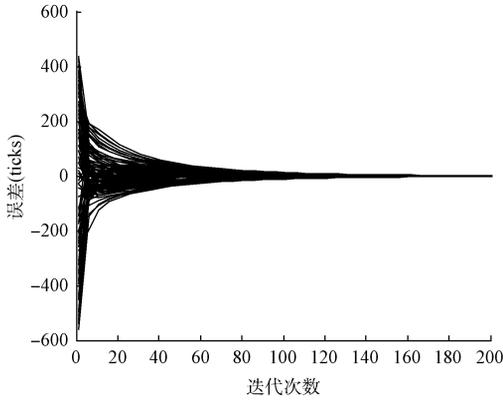


图 3 运行群一致性算法的 100 个节点的平均误差仿真

为进一步对收敛性能进行验证,比较了在运行群一致性算法前后网络各节点的平均时间误差区域分布图。根据图 4(a),我们可以看出在没有执行群一致性算法之前,网络中节点的相对时间误差最大可达 500 ticks。而从图 4(b)可以看出网络中节点的最大相对时间误差减少到小于 100 ticks。而且,执行群一致性算法之后的时间误差分布更加平稳。

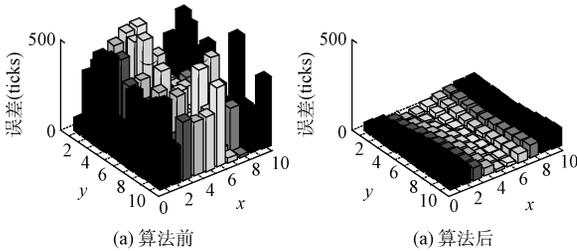


图 4 运行群一致性算法前、后的各节点的平均时间误差区域分布图

如图 5 所示为群一致性协议运行前后所有节点平均误差的统计直方图。由图 5(a)可知,在运行群一致性之前时间误差的标准差为 293.33,但是运行群一致性算法之后网络各节点的时间误差的标准差为 43.69。因此运行群一致性算法之后,网络的时间同步性能有明显改善。

如图 6 所示为节点的传播距离对群一致性算法性能的影响。将节点的传播距离设置为 100m、150m 和 200m,

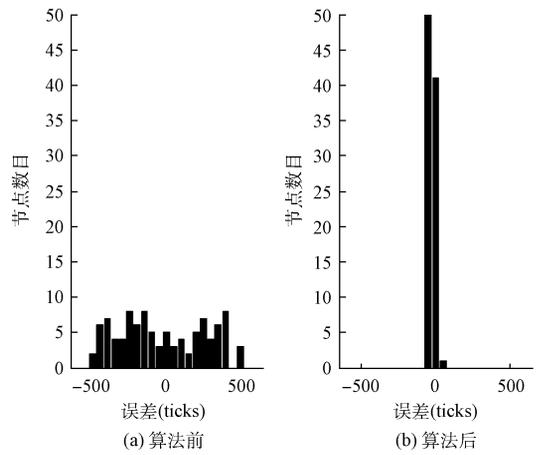
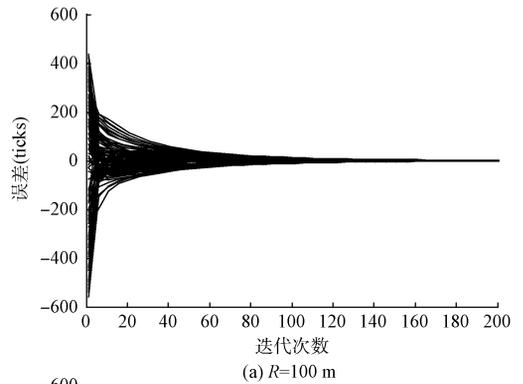
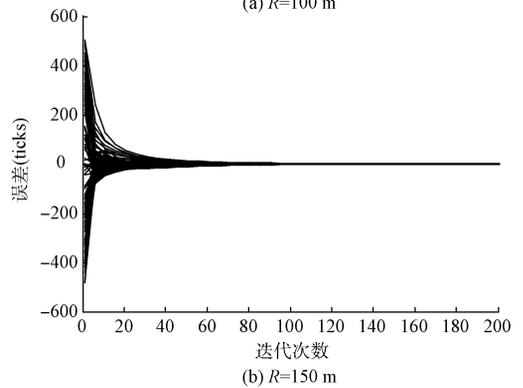


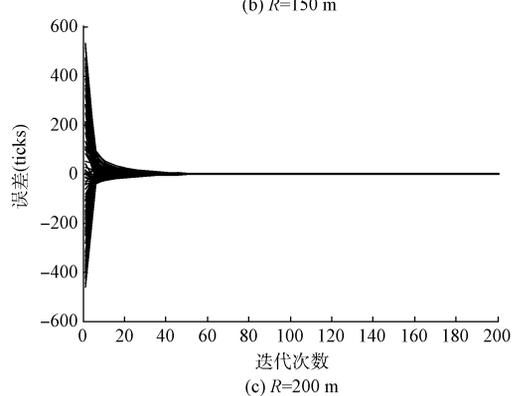
图 5 运行群一致性算法前、后网络节点个数的直方图



(a)  $R=100$  m



(b)  $R=150$  m



(c)  $R=200$  m

图 6 节点传播距离分别为 100 m、150 m 和 200 m 的群一致性算法收敛速度比较

然后比较它们的收敛速度。从图 6 的实验结果,我们可以看出随在节点的传播距离的增减,群一致性算法的收敛速度变快,时间误差变小。主要是因为节点传播距离的增加,则节点其附近节点信息交换的就多,这样就加快了收敛速度和降低同步误差。另一方面,由于传播距离的增加,相应节点的发送功率也会增加。因此在实际设计时,需要权衡能量消耗和收敛速度。

## 5 结 论

通过把群一致性的概念引入传感器网络,提出了一种新颖的完全分布式的无线传感器网络时间同步协议。在该协议中,各个节点广播自己当前的时钟信息,相应的邻居节点接收到这些信息后,对接收到的信息进行一致性处理,然后将处理后的值作为下一个时刻的时钟,再进行广播。此过程反复执行,直达网络中的所有节点都到达同步为止。因此提出的群一致性时间同步是完全分布式,而且适合大规模无线传感器网络。最后,我们进行了一系列的仿真证明了此协议有很好的性能。

## 参考文献

- [1] 张翠. 无线传感网协议测试平台研究[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(6): 54-57.
- [2] HUANG P, XIAO L, SOLTANI S, et al. The evolution of MAC protocols in wireless sensor networks: A survey[J]. Communications Surveys & Tutorials, IEEE, 2013, 15(1): 101-120.
- [3] 孟东阳, 何秀凤, 桑文刚. 基于无线网络传感器的定位技术研究[J]. 电子测量技术, 2012, 35(9): 4-9.
- [4] 邱立达, 刘天键, 傅平. 基于稀疏滤波的无线传感器网络数据融合[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(3): 352-357.

- [5] LASASSMEH S M, CONRAD J M. Time synchronization in wireless sensor networks: A survey [C]. IEEE SoutheastCon 2010 (SoutheastCon), Proceedings of the. IEEE, 2010: 242-245.
- [6] SCHENATO L, FIORENTIN F. Average TimeSync: A consensus-based protocol for clock synchronization in wireless sensor networks [J]. Automatica, 2011, 47(9): 1878-1886.
- [7] MAGGS M K, O'KEEFE S G, THIEL D V. Consensus clock synchronization for wireless sensor networks[J]. Sensors Journal, IEEE, 2012, 12(6): 2269-2277.
- [8] AKHLAQ M, SHELTAMI T R. Rtsync: An accurate and energy-efficient protocol for clock synchronization in wsns[J]. Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, 2013, 62(3): 578-589.
- [9] WU J, BAI Y, ZHANG L. Distributed time synchronization in wireless sensor networks via second-order consensus algorithms[J]. Transactions of Tianjin University, 2015, 21(2): 113-121.
- [10] 杨文. 多智能体系统一致性问题研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
- [11] 陈珍萍, 李德权, 黄友锐, 等. 无线传感器网络混合触发一致性时间同步[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10): 2193-2199.

## 作者简介

金彦亮, 博士, 副教授, 研究方向为无线传感网、移动通信、无线通信等。

E-mail: jinyanliang@staff. shu. edu. cn