# 两种瑞利衰落信道模型的研究

#### 孙得娣 徐荣蓉

(河海大学计算机与信息学院 南京 211100)

摘 要:信道建模和仿真是研究移动无线通信中各种技术和网络规划的基础和关键。在给出的移动无线信道建模的数学参考模型基础上,分析了传统 Jakes 模型中存在的不足。后人因此提出了两种改进型的模型: Pop 模型和 Zheng模型。将两种改进型模型进行了理论上的对比,区分两者是如何分别引入随机相位来改善原有模型的,还对两种模型进行了 MATLAB 仿真研究,对比两种模型的性能。研究表明两种模型都能通过随机相位的引入解决 Jakes 模型中的稳定性问题,但是 Zheng 模型的性能更好且更容易实现。Zheng 模型对于瑞利衰落信道的建模具有更大的价值。

关键词: Jakes 模型; Pop 模型; Zheng 模型; 随机相位; 性能

中图分类号: TP391; TN911 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

# Research of two kinds of Rayleigh fading channel model

Sun Dedi Xu Rongrong

(College of Computer and Information, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: The modeling and simulating of the channel is the basis and key to research the various techniques and internet planning in mobile radio communications. On the basis of the mathematical reference model, analyzing the deficiency of Jakes' model. The descendants mentioned two kinds of modified model, this is Pop's model and Zheng's model, respectively. The theory comparison has carried out concerning these two models to tell how these two models improve their performance by introducing the random phase. What's more, the simulation of those two models with matlab has done to make a contrast of their performance. Research shows that they both can solve the stationary problems, but Zheng model has a better performance. In conclusion, Zheng model is of much more value for the modeling of Rayleigh fading channel.

Keywords: Jakes' simulators; Pop's model; Zheng's model; random phase; performance

## 0 引 言

移动无线信道的建模因其成本低和可重复性高在实验室里有着广泛的应用。在过去的三十多年里,研究人员提出了很多关于移动无线信道的建模和仿真的方法[1-7]。最经典的模型是 Clarke 模型和 Jakes 模型。但是,经典模型中存在着一些不可忽视的问题,比如平稳性问题。

本文分析了能够解决平稳性问题的两种改进型模型, 并进行了模型之间的仿真对比与分析。通过分析两种改进 型模型的统计特性,选择出更适合瑞利信道建模的模型。

## 1 数学参考模型

Clarke 模型[1] 将复衰落包络定义为:

$$g(t) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{j(\omega_n t \cos \alpha_n + \varphi_n)}$$
 (1)

式中: N 是传播路径数,  $\omega_a = 2\pi f_a$  是最大的角多普勒频移,  $C_n$  是第 n 条路径的路径增益,  $\alpha_n$  是第 n 个到达移动端入射波的到达角,  $\varphi_n$  是第 n 条传播路径的随机初始相位。假设  $C_n$  是实数,那么式(1)可以写成如下形式:

$$g(t) = g_{\epsilon}(t) + jg_{s}(t)$$

$$g_{\epsilon}(t) = \sum_{n=1}^{N} C_{n} \cos(\omega_{n} t \cos \alpha_{n} + \varphi_{n})$$

$$g_{s}(t) = \sum_{n=1}^{N} C_{n} \sin(\omega_{n} t \cos \alpha_{n} + \varphi_{n})$$
(2)

这个由N条传播路径组成的平坦衰落信道,其归一化低通衰落过程[1-3]如下给出:

$$g(t) = g_{\epsilon}(t) + jg_{s}(t)$$

$$g_{\epsilon}(t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^{N} \cos(2\pi f_{d}t \cos\alpha_{n} + \varphi_{n})$$

$$g_{s}(t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^{N} \sin(2\pi f_{d}t \cos\alpha_{n} + \varphi_{n})$$
(3)

当  $N \to \infty$  时,中心极限定理证实  $g_{\epsilon}(t)$  和  $g_{\epsilon}(t)$  可以近似等价于高斯随机过程。假设对所有的 n 而言, $\alpha_n$  和  $\varphi_n$  是相互独立并且都均匀分布在 $[-\pi,\pi]$ 上,应用 Clarke 的二维各向同性散射理论,衰落仿真器的理想二阶统计特性由自相关函数和互相关函数给出如下[1-3]:

$$\begin{split} R_{g,g,}(\tau) &= E [g_{\varepsilon}(t)g_{\varepsilon}(t+\tau)] = J_{0}(2\pi f_{d}\tau) \\ R_{g,g,}(\tau) &= R_{g,g,}(\tau) = J_{0}(2\pi f_{d}\tau) \\ R_{g,g,}(\tau) &= 0 \\ R_{g,g,}(\tau) &= 0 \\ R_{g,g}(\tau) &= E [g(t)g^{*}(t+\tau)] = 2J_{0}(2\pi f_{d}\tau) \\ R_{|g|^{2}+|g|^{2}}(\tau) &= 4 + 4J_{0}^{2}(2\pi f_{d}\tau) \end{split}$$

$$(4)$$

# 2 传统 Jakes 模型

在 Clarke 模型的基础上, Jakes 做了如下工作:

$$C_{n} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\alpha_{n} = \frac{2\pi n}{N} n = 1, 2, \dots, N$$
(5)

 $\varphi_n 0, n = 1, 2, \cdots, N$ 

从而得到了了瑞利衰落信道仿真的著名的 Jakes 模型[4]。

根据文献[4]中的公式推导,可以得到 Jakes 仿真的统计平均概率密度函数,如式(6)所示,而且发现该函数既是 t的函数,也是包络电平r的函数<sup>[8-10]</sup>。由此可知,Jakes 仿真模型是不稳定的,更不具有广义平稳性。

$$f_{\bar{R}}(r) = r \times \int_{0}^{\infty} \left[ J_{0} \left( \frac{2q \cos \omega_{d} t}{\sqrt{2M+1}} \right) \times \right]$$

$$\prod_{i=1}^{M} J_{0} \left( \frac{4q \cos \omega_{n} t}{\sqrt{4M+2}} \right) \times J_{0}(qr) q dq$$
(6)

式(5)中的简化关系使得 Jakes 仿真模型是确定性的<sup>[2]</sup>,但不是广义平稳的<sup>[4]</sup>。因此,针对 Jakes 仿真器的不同的改进被提出<sup>[1-10]</sup>,下面将重点介绍针对传统 Jakes 模型存在稳定性问题而做出改进的两种模型,即 Pop 模型和 Zheng 模型。

# 3 PopandBeaulieu 模型

PopandBeaulieu模型的归一化低通衰落过程给出如下<sup>[4]</sup>:

$$u(t) = u_{c}(t) + ju_{s}(t)$$

$$u_{c}(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{M} a_{n} \cos(\omega_{n} t + \varphi_{n})$$

$$u_{s}(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{M} b_{n} \cos(\omega_{n} t + \varphi_{n})$$
(7)

其中, $a_n$ , $b_n$ , $\rho_n$ , $\omega_n$  都与传统的 Jakes 模型中所给的变量一致,而对所有的 n 来说, $\phi_n$  是均匀分布在 $[-\pi,\pi)$ 上的随机变量。

PopandBeaulieu 模型的一些二阶统计特性[5]如下:

$$R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau) = \frac{4}{N} \left[ \sum_{n=0}^{M} \frac{a_{n}^{2}}{2} \cdot \cos(\omega_{n}\tau) \right]$$

$$R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau) = \frac{4}{N} \left[ \sum_{n=0}^{M} \frac{b_{n}^{2}}{2} \cdot \cos(\omega_{n}\tau) \right]$$

$$R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau) = \frac{4}{N} \left[ \sum_{n=0}^{M} \frac{a_{n}b_{n}}{2} \cdot \cos(\omega_{n}\tau) \right]$$

$$R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau) = R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau)$$

$$R_{u_{\iota}u_{\iota}}(\tau) = \frac{4}{N} \left[ \sum_{n=1}^{M} 2\cos(\omega_{n}\tau) + \cos(\omega_{d}\tau) \right]$$

$$R_{|u|^{2} |u|^{2}}(\tau) = 4 + 2R_{u_{\iota}u_{\iota}}^{2}(\tau) + 2R_{u_{\iota}u_{\iota}}^{2}(\tau) + 4R_{u_{\iota}u_{\iota}}^{2}(\tau) + \frac{8}{N} J_{0}(2\omega_{d}\tau) + \frac{16(N-1)}{N^{2}}$$

(8)

其中, $R_{u_eu_e}(\tau)$  和  $R_{u_eu_e}(\tau)$  分别是同相分量和正交分量各自的自相关函数, $R_{u_eu_e}(\tau)$  和  $R_{u_eu_e}(\tau)$  是同相分量和正交分量之间的互相关函数, $R_{uu}(\tau)$  和  $R_{|u|^{\pm}|u|^{\pm}}(\tau)$  分别是复包络和平方包络的自相关函数。尽管当  $M \rightarrow \infty$  时,复包络的自相关函数  $R_{uu}(\tau)$  接近于理想自相关函数  $R_{uu}(\tau)$  接近于理想自相关函数  $R_{uu}(\tau)$  但是将式(8)和式(4)对比发现,式(8)中所有的二阶统计特性都不与理想值相匹配。而且,即使当正弦波的数量趋于无穷时,PopandBeaulieu 模型的同相分量和正交分量的自相关函数和互相关函数,还有平方包络的自相关函数都不能与参考模型的理想值相匹配。

## 4 Zheng 模型

基于现存模型的不足,提出了一个新的改进型的模型——Zheng模型。在这里对该模型的统计特性也进行了分析。分析表明,即使当正弦波的数量比较少时,该模型的二阶统计特性也与理想值十分接近。当正弦波的数量趋于无穷时,该模型的四阶统计特性接近于理论值。

为了更好的对 3 个随机变量  $C_n$ ,  $\alpha_n$ ,  $\varphi_n$  引入随机性, 讨论下面的仿真原型函数:

$$\widetilde{C}_{n} = \frac{\exp(j\psi_{n})}{\sqrt{N}}, \qquad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\widetilde{\alpha}_{n} = \frac{2\pi n - \pi + \theta}{N}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\widetilde{\phi}_{n} = -\widetilde{\phi}_{\frac{N}{2}+n} = \phi, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$
(10)

 $\frac{N}{2}$  是一个整数, $\phi_n$ , $\theta$ , $\phi$  是相互独立的随机变量并且均匀分布在 $[-\pi,\pi)$ 上。

通过相关计算和分析<sup>[5-7]</sup>,可以得到 Zheng 模型的归一 化低通衰落过程如下:

$$X(t) = X_{c}(t) + jX_{s}(t)$$

$$X_{c}(t) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{n=1}^{M} \cos(\phi_{n}) \cdot \cos(\omega_{d}t \cos\alpha_{n} + \varphi)$$

$$X_{s}(t) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{n=1}^{M} \sin(\phi_{n}) \cdot \cos(\omega_{d}t \cos\alpha_{n} + \varphi)$$
(11)

其中, 
$$M = N/4$$
,  $\alpha_n = \frac{2\pi n - \pi + \theta}{4M}$ ,  $n = 1, 2, \dots, M_{\circ}$ 

现在,把衰落信号 X(t) 的相关特性在下面理论中陈述出来:

$$R_{X_{i}X_{i}}(\tau) = J_{0}(\omega_{d}\tau)$$

$$R_{X_{i}X_{i}}(\tau) = J_{0}(\omega_{d}\tau)$$

$$R_{X_{i}X_{i}}(\tau) = 0$$

$$R_{X_{i}X_{i}}(\tau) = 0$$

$$R_{XX}(\tau) = 2J_{0}(\omega_{d}\tau)$$

$$R_{+X^{-1}}{}_{+X^{-1}}{}_{+X^{-1}}{}_{+X^{-1}}(\tau) = 4 + 4J_{0}^{2}(\omega_{d}\tau) = 4 + 4J_{0}^{2}(\omega_{d}\tau), \text{ if } M \to \infty$$

$$(12)$$

# 5 Pop 模型和 Zheng 模型的性能对比

#### 5.1 两种模型的理论区别

#### 5.1.1 Pop 模型与 Jakes 模型

瑞利信道有着极其广泛的应用 $[^{9\cdot11}]$ 。考虑到原始的 Jakes 模型存在非广义平稳性这一缺陷,Pop 和 Beaulieu 对 Jakes 模型进行了改进,引入了随机相位  $\phi_n$ 。显而易见,Pop 模型与传统 Jakes 模型的不同之处就在于随机相位  $\phi_n$ , $n=0,1,\cdots,M$ ,因为传统 Jakes 模型是令  $\phi_n=0$ ,对所有的 n 都成立。随机相位  $\phi_n$  的引入消除了传统 Jakes 模型中的平稳性问题。但是,该改进型模型的高阶统计特性存在问题。5.1.2 Zheng 模型和 Jakes 模型

Zheng 模型的特点是对 3 个随机变量  $C_n$ 、 $\alpha_n$  和  $\varphi_n$  都引入了随机性<sup>[8]</sup>,从而实现了广义平稳性。Zheng 模型的统计特性与参考模型相差不大,但存在的问题是该模型不具备各态历经性。

#### 5.2 两种模型的仿真比较

从上述对两种模型的分析可知, Pop 模型和 Zheng 模型都能解决传统 Jakes 模型中存在的不平稳问题,这里将 Pop 和 Zheng 模型的二阶统计特性进行对比, 查看在实现 平稳性的基础上哪个模型的性能更好。

从上述自相关函数的对比来看, Zheng 模型更接近参考模型。即使当仿真所用的正弦波数量很少时, Zheng 模型也有较好的统计特性, 因此就实现复杂性而言, Zheng 模型更容易实现。在使用瑞利衰落信道时, 为了解决平稳性问题, 建议优先采用 Zheng 模型。

#### 6 结 论

本文以 Clarke 的模型为依据,对传统 Jakes 模型、Pop模型和 Zheng 模型进行了详细的介绍和分析。通过上述理

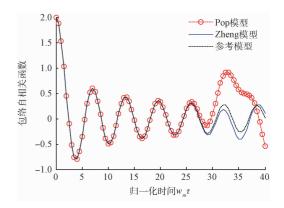


图 1 两种模型的包络自相关函数对比

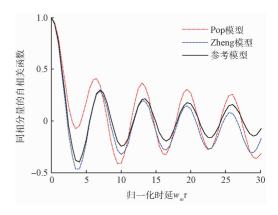


图 2 两种模型同相分量的自相关函数的对比

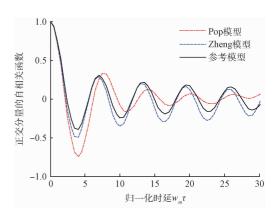


图 3 两种模型正交分量的自相关函数的对比

论分析和仿真,可以知道 Pop 模型和 Zheng 模型都能通过随机相位的引入来解决传统 Jakes 模型中存在的不稳定的问题。就两者的二阶统计特性而言, Zheng 模型优于 Pop模型。因此,为了解决瑞利衰落信道的平稳性问题,建议优先采用 Zheng 模型。

#### 参考文献

[1] 金鑫. 无线信道传播模型的研究与实现[D]. 北京:北京邮电大学,2010.

- [2] PATEL C S, STUBER G L, PRATT T G. Comparative analysis of statistical models for the simulation of Rayleigh faded cellular channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(6): 1017-1026.
- [3] 熊鹏鹏. Jakes 仿真器及其改进型的研究[J]. 中国科技论文在线,2007.
- [4] ZAJIC A G, STUBER G L. Efficient simulation of rayleigh fading with enhanced de-correlation properties [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(7):1866-1875.
- [5] XIAO C, ZHENG Y R, BEAULIEU N C. Second-order statistical properties of the WSS Jakes' fading channel simulator[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(6):888-891.
- [6] TZOLD M, WANG C X, HOGSTAD B, et al. Two new sum-of-sinusoids-based methods for the efficient generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6);3122-3131.

- [7] WANG C X, YUAN D, CHEN H H, et al. An improved deterministic SoS channel simulator for multiple uncorrelated rayleigh fading channels [J]. IEEE Transaction on Wireless Commucation, 2008, 7(9):3307-3311.
- [8] 邹琮. 移动通信信道建模技术研究[D]. 西安:西安 电子科技大学, 2009.
- [9] 马万治, 唐友喜, 赵贤, 等. 瑞利信道中无线通信设备误码率测试仪实现[J]. 电子测量与仪器学报, 2010, 24(5):414-419.
- [10] 王欣, 酆广增. 多径非相关瑞利信道生成的改进[J]. 通信学报, 2007, 28(5):122-125.
- [11] 彭章友,刘若然,李林霄,等. 非视距环境下 Massive MIMO 信道的构建与分析[J]. 电子测量技术,2015,38(7):141-146.

# 作者简介

**孙得娣**,在读硕士研究生,主要研究方向为通信信号处理。

E-mail:15705189261@163.com

#### (上接第22页)

# 参考文献

- [1] 姜宇柏,游思晴. 软件无线电原理与工程应用[M]. 北京: 机械工业出版社,2006.
- [2] 曾菊容. 基于 FPGA 和 DDS 技术的任意波形发生器设[J]. 现代电子技术, 2010, 17(24): 98-100.
- [3] 奉泽昊. 基于 DDS 的数字频率合成研究与实现[J]. 科学技术与工程,2011,11(17):3958-3962.
- [4] 韩旭,郑磊. 基于 FPGA 的任意波形发生器的设计与 实现[J]. 电子测量技术,2013,36(7):62-67.
- [5] 刘青松,刘亮范,吉伟,等. 基波变频技术在频率合成器中的应用研究[J]. 国外电子测量技术,2016,35(5):66-69.
- [6] 徐述武,汪海勇,唐云峰.基于 ADF4350 锁相频率 合成器的频率源设计与实现[J].电子器件,2010,33(6):725-729.
- [7] 杜冬, 尹学峰, 吉小军. 基于 FPGA 的脉冲信号发生/测试仪一体化设计[J]. 电子测量技术, 2015, 38(1): 64-69.
- [8] 张朋. 塔康设备信号模拟器设计[D]. 成都: 电子科技大学, 2009:32.
- [9] 倪淑艳,李晓波,于涵. 单片机 C8051F303 在数字锁

- 相式频率合成器中的应用[J]. 现代电子技术,2006,29(8):19-21.
- [10] 李翔. 基于 ADF4351 宽带频率合成器的频率源设计与实现[J]. 科技展望,2014(11):112-114.
- [11] 何继爱, 陈兴. 基于 CDCE913 锁相环频率合成器的设计[J]. 现代电子技术, 2016, 39(9): 89-91.
- [12] 单月忠,刘太君,叶敌,等. 基于 ADF4351 的频率源设计与实现[J]. 无线电通信技术,2014,40(6):85-88.
- [13] 宋晓梅,李根,闫树柏. 基于 LabVIEW 和单片机的 信号 发生器的设计 [J]. 电子测量技术,2014,37(7):93-97.
- [14] 廖小健. 锁相环频率合成器相位噪声改善方法研究[J]. 舰船电子工程, 2014, 34(3): 84-87.

# 作者简介

李文海,1969年出生,博士生导师,研究方向为自动测试系统集成。

E-mail: ythylwh@vip. 163. com

唐曦,1992年出生,硕士研究生,研究方向为自动测试系统。

E-mail: 910073134@qq. com