

低信噪比条件下的信噪比估计算法

王朋云 廖育荣 倪淑燕

(装备学院光电装备系 北京 101416)

摘要: 针对低信噪比条件下(<0 dB)经典信噪比估计算法估计精度不高的问题,在经典最大似然信噪比估计算法的基础上,提出基于二分法和基于梯度下降法的循环迭代搜索算法,利用循环迭代寻优的方法提高低信噪比条件下的参数估计精度,降低信噪比估计偏差,理论分析了梯度搜索算法的优势,仿真结果表明,在设定信噪比范围内,两种迭代搜索算法在低信噪比条件下均具有优于基础最大似然信噪比估计算法的估计性能,且梯度迭代搜索算法的收敛速度相对较快。

关键词: 信噪比估计;低信噪比;最大似然估计;梯度搜索

中图分类号: TN36 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.5015

Signal-to-noise ratio estimation algorithm at low signal-to-noise

Wang Pengyun Liao Yurong Ni Shuyan

(Department of Optical and Electronic Equipment, Equipment Academy, Beijing 101416, China)

Abstract: For problem that performance of classic SNR estimation algorithm is poor. Maximum likelihood amplitude estimation algorithm is improved in this paper. It used method of bisection and steepest descend iterative search method to improve the parameter estimation accuracy and reduces the SNR estimation bias. Simulation results show that within the scope of set SNR, two iterative search algorithm performance better than ML estimation algorithm, and steepest descend iterative search method with less number of iterations.

Keywords: SNR estimation; low SNR; maximum likelihood estimate; steepest descend search

0 引言

信噪比(signal to noise ratio, SNR)是通信系统中一个重要的参数,它能够很好的反应信号在传输过程中受到的干扰情况,是表征信道质量的重要参数,能够为自适应通信技术提供信道状态信息,如信道资源分配^[1]、功率控制^[2]、调制编码方式选择^[3]。随着通信技术的快速发展,通信环境复杂多变、人为刻意干扰使得信道质量恶化、空间距离损耗(如深空测控)都使得接收信号的 SNR 降低^[4],因此,研究低信噪比条件下的 SNR 估计算法对通信系统非常重要。

经典的 SNR 估计算法包括新型的部分信噪比估计算法那在低信噪比条件下估计精度不高^[4-7],最大似然(maximum likelihood)算法是一种性能较优的经典信噪比估计算法,但该算法是有偏估计^[7-10],文献[11]在最大似然法的基础上提出迭代搜索算法,用于解决低信噪比条件下的 SNR 估计问题,但该算法收敛速度较慢。本文将梯度搜索用于最大似然求解过程,可以在确保低信噪比下估计精度的同时提升收敛速度。

1 基于最大似然幅度估计的 SNR 估计算法

基于最大似然幅度估计的 SNR 估计算法基本原理是通过最大似然估计方法估计信号的功率参数,然后根据接收信号总功率-信号功率=噪声功率,求得噪声功率,以此求得 SNR。

假设信号已经经过载波同步和匹配滤波,以 BPSK 调制信号为例,接收信号表示为:

$$r_k = s_k + n_k \quad (1)$$

式中: s_k 表示幅度在 $(-A, A)$ 的信号, n_k 表示方差为 δ^2 的实加性高斯白噪声,则接收序列 r_k 的概率密度函数可以表示为:

$$f(r_k) = \frac{1}{2} [f_+(r_k) + f_-(r_k)] \quad (2)$$

式中: $f_+(r_k) = 1/(\sqrt{2\pi}\delta) e^{-(r_k-A)^2/(2\delta^2)}$, $f_-(r_k) = 1/(\sqrt{2\pi}\delta) e^{-(r_k+A)^2/(2\delta^2)}$ 。

根据上面的结果可以得到接收信号的 (r_1, r_2, \dots, r_N) 的概率密度函数可以表示为:

$$f_N(r_1, r_2, \dots, r_N) = \prod_{k=1}^N f(r_k) \quad (3)$$

式(3)对 A 求偏导, 令其为 0, 则:

$$\frac{\partial f_N(r_1, r_2, \dots, r_N)}{\partial A} = 0 \quad (4)$$

对上述方程求解可以近似得到:

$$A = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r_k \text{th} \left(\frac{Ar_k}{\delta^2} \right) \quad (5)$$

其中, $\text{th}(x) = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$

当 SNR 较高时, 可以近似的得到:

$$\text{th} \left(\frac{Ar_k}{\delta^2} \right) \approx \begin{cases} +1, & r_k > 0 \\ -1, & r_k < 0 \end{cases} \quad (6)$$

通过式(5)和(6)可以得到 A 的估计值:

$$\hat{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |r_k| \quad (7)$$

式(7)是直接判决 A 的估计值, 噪声功率可以用接收信号的总功率减掉信号功率, 因此, SNR 的估计式可以表示为:

$$\text{SNR} = \frac{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |r_k| \right)^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r_k^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |r_k| \right)^2} \quad (8)$$

上述估计方法是在高信噪比条件下估计结果比较接近真实值, 但由于是有偏估计, 当信噪比较低(低于 0 dB)时, 会出现较大的偏差, 使得估计结果准确度大大降低^[8]。

为了提高精度, 提出一种迭代搜索算法用于求 A 更准确的估计值, 该算法实际是一种二分法求近似解的方法, 可求得式(4)里更接近真实值的解, 相比较最大似然法估计结果更接近真实值, 但该算法在迭代寻优的过程中每次都需要多次求和运算, 使得算法的收敛性较差。

2 基于梯度搜索的 ML 算法

为了保证最大似然估计算法在低信噪比条件下的估计精度, 提升迭代搜索的效率, 本文将梯度搜索算法用于 ML 幅度估计算法, 提升算法的收敛速度。

梯度搜索法是一阶最优化算法, 也称之为最速下降法(steepest descend method, SDP), 该方法主要是用来求取多元函数最值的常用方法, 属于无约束条件的优化问题; 基本思路是利用梯度表示函数沿某个方向变化最快矢量的定义, 沿梯度负方向来决定每次迭代的新的搜索方向, 使得每次迭代按照最快接近最优值的方向进行逼近。其迭代公式为:

$$A_{k+1} = A_k + \rho_k \bar{s}^{(k)} \quad (10)$$

式中: $\bar{s}^{(k)}$ 表示梯度方向负方向, ρ_k 表示梯度方向的搜索步长。基于梯度下降法的迭代搜索算法基本过程如公式, 基于梯度下降的迭代搜索算法利用数学上梯度的定义, 以最快速度逼近真值, 降低迭代次数, 提升算法时效性。

基于上述分析提出的基于梯度法的迭代搜索算法基本

步骤如下:

- 1) 确定迭代初始值 A_k ;
- 2) 求函数 $f(A_k)$ 的原函数 $F(A_k)$ 的梯度 \vec{s}_k ;
- 3) 按照迭代步长和迭代公式 $A_{k+1} = A_k + \rho_k \bar{s}^{(k)}$ 进行迭代运算;
- 4) 迭代终止条件是梯度向量的模接近 0。

初始值 $A_0 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N |r_k|$, 迭代因子:

$$A_{k+1} = A_k - \frac{f(A_k)}{f'(A_k)} \quad (11)$$

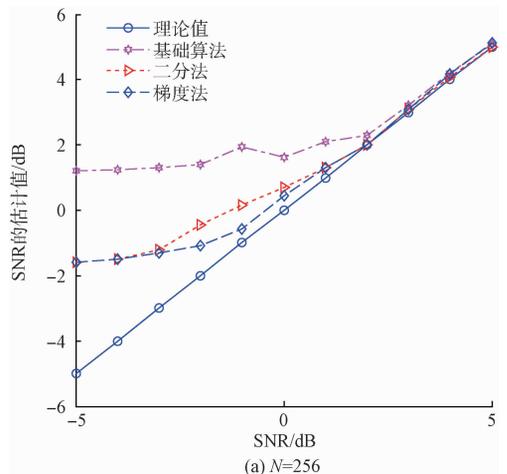
$$f'(A_k) = 1 - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K r_k \text{th}' \left(\frac{A_k r_k}{\delta^2} \right) \quad (12)$$

式中: $f'(A_k)$ 和 $\text{th}' \left(\frac{A_k r_k}{\delta^2} \right)$ 表示 $f(A_k)$ 和 $\text{th} \left(\frac{A_k r_k}{\delta^2} \right)$ 对 A_k 的偏导数。该算法的迭代步长对于算法非常重要, 文献已有最优步长的求解方法, 在此不再赘述, 直接引用。

3 算法仿真及分析

对上述的 SNR 估计算法在 AWGN 信道条件下进行蒙特卡洛仿真, 仿真选择 BPSK 调制方式, 参数设置: 为确保仿真结果的可靠性, 蒙特卡洛仿真次数设定为 2 000 次, 分别最大似然幅度估计算法和迭代搜索算法以及改进算法进行 MATLAB 仿真, 二分法迭代次数设定为 10 次, 初始值 $A_{\min} = 0.1, A_{\max} = 10$; 对梯度下降算法迭代次数为 5 和 10 次两种情况分别进行仿真; 为更直观的体现该算法在低信噪比条件下的性能, SNR 范围设定在 $-5 \sim 5$ dB, 数据长度为 $N=256$ 和 $N=1\ 024$ 两组, MATLAB 仿真结果如图 1、2 所示。

根据图 1 仿真结果可以得出, 两种迭代搜索算法的估计结果比取近似值的基础算法在低信噪比条件下更接近真实值, 与之前理论分析结果一致。当 SNR 低于 0 dB 时最差近与真实值相差 2 dB, 相比经典的信噪比估计算法估计性能提升最少 1 dB, 如图 2(b) 所示; 二分法迭代次数为 10 次的结果基本才达到梯度跌倒搜索算法的迭代次数为 5 次



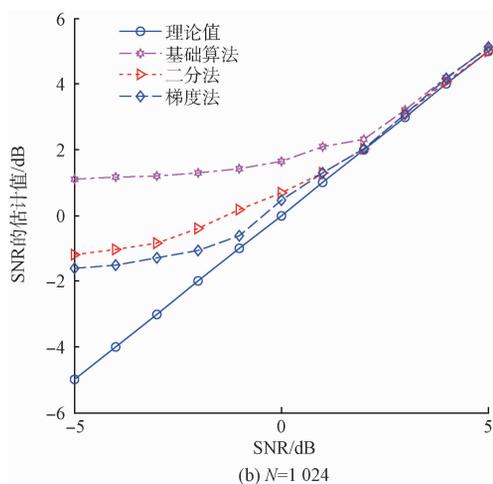


图1 迭代次数为5次的仿真结果

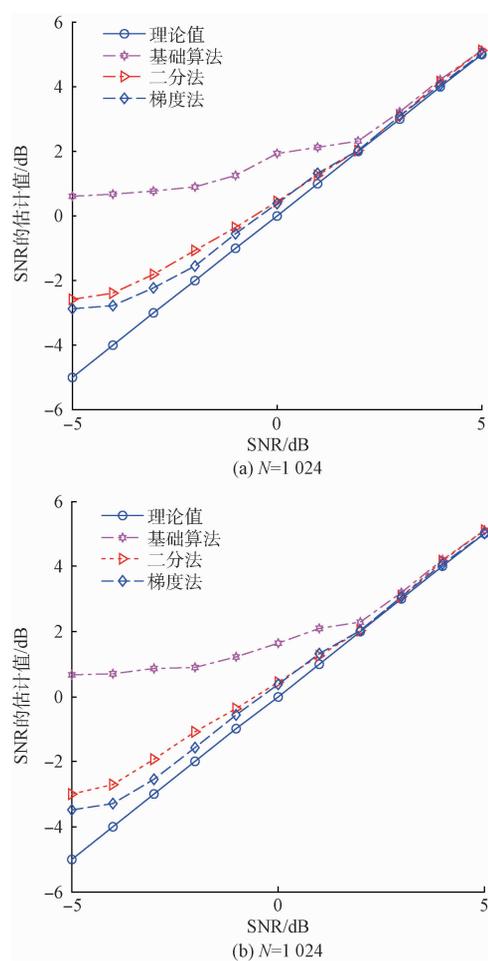


图2 迭代次数为10次仿真结果

时的性能,梯度算法迭代次数设定为10次时,其估计性能在SNR低于0 dB时条件下优于二分法,即梯度法的收敛速度相对较快,如图2所示。

为进一步比较二分法和梯度法的算法迭代收敛性,分别在两种SNR条件下,对其迭代次数进行仿真结果如图3所示。

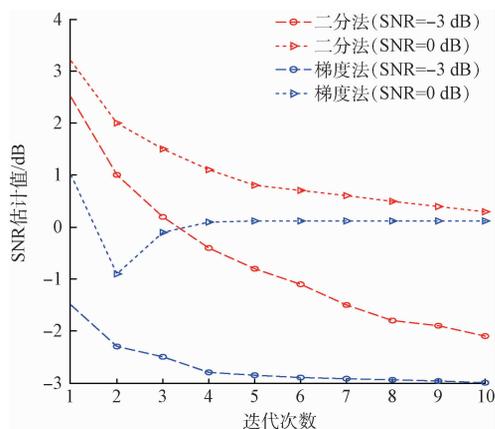


图3 迭代次数比较

图3的仿真结果可以看出在0和-3 dB两种低信噪比条件下进行比较,当信噪比为0 dB时,梯度法仅需5次即可达到二分法迭代约9次的估计结果,当SNR为-3 dB时,二分法需10多次迭代才可实现与梯度法迭代7次左右相同的精度。

4 结 论

低信噪比条件下的SNR估计算法对于通信系统非常重要,为了解决低信噪比下的估计问题,本文将梯度搜索算法用于求最大似然解,一方面参数估计更接近真实值,降低算法估计的偏差,同时梯度寻优是按照梯度负方向迭代,使得算法收敛较快;仿真结果表明,基于梯度的迭代搜索算法在信噪比低于0 dB的条件下具有优于ML算法约1.5 dB的性能,梯度搜索算法迭代5次的估计结果可基本满足SNR的估计要求,即迭代5次收敛,使得SNR估计结果较快的接近真实值;该算法在低信噪比条件下实现收发两端的信息互通,提升基于最大似然SNR估计算法的适用范围。

参考文献

- [1] 陆阳,谢凯,官骏鸣,等. 一种基于信道性能的MR-MC Ad Hoc网络信道分配算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2010, 24(5):430-436.
- [2] 程世伦,杨震. 基于信干比的认知无线电自适应功率控制算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(1):59-62.
- [3] 方昕,王君,冯忠娜,等. 信道预测对自适应调制系统性能的影响分析[J]. 新能源进展, 2010, 15(4):65-69.
- [4] 田浩,杨霖,李少谦. LTE上行链路中基于探测参考信号的信噪比估计[J]. 电子与信息学报, 2014,

- 36(2):353-357.
- [5] 余晟,程云鹏,李振海,等. 一种精确的基于周期序列的信噪比估计算法[J]. 军事通信技术, 2013(1):23-27,38.
- [6] 许维伟,叶江峰,张伟. 用于 APSK 和 QAM 信号信噪比估计的改进分段数据拟合算法[J]. 电讯技术, 2015, 55(6):671-677.
- [7] 陈熙,许华. 改进的经验模态分解盲信噪比估计方法[J]. 信号处理, 2015, 31(10): 1383-1388.
- [8] BELLILI F, MEFTEHI R, AFFES S, et al. Maximum likelihood snr estimation of linearly-modulated signals over time-varying flat-fading SIMO channels [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(2):441-456.
- [9] 徐卓异,王兵. 信噪比估计方法研究[J]. 电子设计工程, 2013, 21(6):135-137.
- [10] 张金成,彭华,赵国庆. 信噪比估计算法研究[J]. 信息工程大学学报, 2011, 12(5):535-543.
- [11] IJAZ A, AWOSEYILA A B, EVANS B G. Low-complexity time-domain SNR estimation for OFDM systems[J]. Electronics Letters, 2011, 47(20):1154-1156.

作者简介

王朋云,工学硕士,主要从事空间信息处理方面的研究。

E-mail:540993100@qq.com