

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2106424

# 基于双幂次趋近律的移动机器人 反演滑模路径跟踪控制方法<sup>\*</sup>

马晓敏 杨 煜 冯子金 尚慧慧 董 免

(西安工程大学 电子信息学院 西安 710000)

**摘要:** 针对传统滑模控制在移动机器人路径跟踪过程中收敛速度慢和抖振严重等不足,提出了一种基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制方法,构建了基于 Kinect 的移动机器人远程控制平台,以削弱抖振并提高收敛的快速性。该方法首先对 Kinect 采集到的地面路径图像进行金字塔分割和阈值分割,并对分割后的图像采用 Zhang 快速并行细化算法得到参考路径的骨架像素点集;然后通过一元线性回归算法对细化获取的骨架像素点集进行拟合,得到路径参数;接着通过本文设计的路径跟踪控制器计算控制律,最终实现了移动机器人对地面路径的准确和快速跟踪。通过两种方法的仿真实验对比,可以看出本文方法的距离偏差和角度偏差分别在 2.3 s 和 2.5 s 达到收敛且具有更好的稳态性能。基于真实场景的 iRobot Create 移动机器人路径跟踪远程控制实验结果可知,路径跟踪误差仅为 0.012 7 m。仿真和实验结果均验证了所提控制系统和远程控制平台在削弱抖振和提高收敛速度方面的有效性。

**关键词:** 双幂次趋近律;反演滑模;移动机器人;路径跟踪

中图分类号: TN209 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510. 8050

## A path tracking method based on sliding mode control and double power reaching law for a mobile robot

Ma Xiaomin Yang Ye Feng Zijin Shang Huihui Dong Mian

(School of Electronics and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** To overcome the problem of long convergence time and severe shaking occurred in the path tracking control of a mobile robot adopting traditional sliding mode control approach, a path tracking method is developed for guiding a mobile robot by employing the backstepping sliding model control technique and double power reaching law, a remote control platform for a mobile robot is build based on Kinect. First, pyramid and threshold segmentation algorithms are used to preprocess the original images which containing the desired path are captured by the Kinect. Then, skeleton pixels of the desired path are extracted from segmented images by Zhang fast parallel thinning algorithm and further converted into the physical coordinate frame. Next, the linear regression algorithm is adopted to identify path parameters by fitting transformed physical coordinates. Finally, backstepping sliding mode control and double power reaching law are synthesized to design the proposed path following controller capable of guaranteeing a fast cross-track error minimization and convergence rate. Through simulation experiment, the distance deviation and angle deviation of the proposed can converged in 2.3 s and 2.5 s respectively, and have better steady-state performance. Based on the real scene, the iRobot Create mobile robot path tracking remote control experiment results show that the path tracking error is only 0.012 7 m. Simulation and experimental results verify that the proposed control method and remote control platform can weaken the shaking and increase the speed of convergence.

**Keywords:** double power reaching law; backstepping sliding mode control; mobile robot; path tracking

## 0 引言

移动机器人在工业、农业和军事等领域的广泛应用,使

其运动控制问题受到国内外学术界的广泛关注<sup>[1-5]</sup>。然而,自身的高度非线性、多变量和强耦合特性,使其运动控制较为困难<sup>[6-8]</sup>。路径跟踪控制是重要的运动控制问题之一。

收稿日期:2021-04-19

\* 基金项目:省级大学生创新创业计划(S202010709109)、陕西省教育厅专项科研计划(20JK0647)、陕西省自然科学基础研究计划(2021JQ692)资助

文献[9]提出了一种模糊自适应控制跟踪控制方法。文献[10]采用分布控制方法来解决路径跟踪问题。文献[11]利用 PSO 算法对分数阶 PID 算法进行优化,实现了良好的路径跟踪控制。为了增强对外部环境适应能力,视觉传感器被广泛应用到移动机器人的路径跟踪控制中。文献[12]基于视觉信息,提出了一种模糊控制器来解决移动机器人的路径跟踪问题。而在实际应用中,模糊规则难以制定,设计方法复杂且没有考虑系统外干扰等不确定性因素影响。反演滑模控制<sup>[13]</sup>作为一种非线性系统的有效控制方法,具有设计简单、对参数变化及外界干扰不敏感等优点,因此对于移动机器人的路径跟踪控制比较有利。文献[14]设计了一种基于分数阶指数趋近律的模型跟踪变结构控制模型,更有效地削弱抖振且具有更好的鲁棒性。然而,指数趋近律存在趋近速度慢的问题。

为了使路径跟踪控制系统同时具备良好的快速性和动态品质,本文提出一种基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制方法,构建了基于 Kinect<sup>[15]</sup>的移动机器人远程控制平台。设计仿真实验和基于 iRobot Create 的实际路径跟踪实验来验证本文方法对提高收敛速度和削弱抖振的有效性,以提高路径跟踪的动态和稳态性能,具有一定研究意义。

本文创新点主要有:1)提出了一种基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制系统,满足了路径跟踪控制对快速性和动态品质的要求。2)在机器人操作系统下,构建了基于 Kinect 的移动机器人远程控制平台。

## 1 问题描述

以差速驱动移动机器人为研究对象,研究移动机器人的直线路跟踪问题,图 1 所示为跟踪示意图。定义全局坐标系  $XOY$ ,移动机器人质心和两轮轴线中心重合于点 C,令其速度为  $v = [v, w]^T$ ,虚线框为摄像头(图 1 中三角形)的视野区,移动机器人与参考路径之间的距离偏差为  $x_e$ ,角度偏差为  $\theta_e$ 。

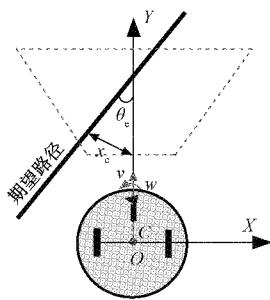


图 1 移动机器人直线路跟踪示意图

令  $x_1 = x_e$ ,  $x_2 = \theta_e$ ,  $u = w$  并假设移动机器人以恒定的速度  $v$  运动,且满足纯滚动无滑动条件,则有:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v \sin x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (1)$$

路径跟踪的控制目标为:设计控制输入  $u$ ,使得移动机器人在  $t \rightarrow \infty$  时,实现对期望路径的准确快速跟踪,即  $x_e \rightarrow 0$ ,  $\theta_e \rightarrow 0$ 。基于指数趋近律的滑模控制器,虽然保证了跟踪误差的收敛,但收敛速度慢且存在抖振。针对这一问题,本文提出了一种基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制系统,其框架如图 2 所示。

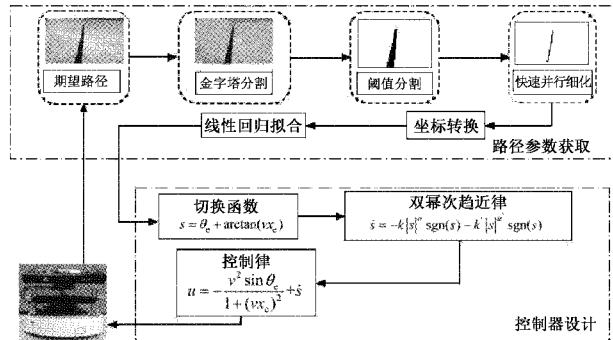


图 2 基于双幂次趋近律的快速路径跟踪控制系统框架

根据图 2 可知,为了实现参考路径的准确和快速跟踪,首先对期望路径图像进行金字塔分割、阈值分割和 Zhang 快速并行细化(图 2 中给出了一幅参考路径图像各环节的处理结果);其次根据细化得到的单像素点信息进行一元线性回归拟合,并通过拟合后的直线方程计算距离偏差  $x_e$ ,角度偏差  $\theta_e$ ;然后根据获得的路径参数  $x_e$  和  $\theta_e$ ,设计基于双幂次趋近律的反演滑模控制器,并计算出控制律  $u$ ;最后移动机器人在控制律  $u$  的作用下对期望路径进行准确和快速地跟踪。

## 2 路径参数的获取

### 2.1 图像分割与快速并行细化

采用金字塔分割和阈值分割对原始图像进行初步处理,以区别路径区域与背景区域。采用 Zhang 快速并行细化算法,将分割图转化为像素值为 0、1 的待细化图,然后根据路径的宽度,选取合适的算法迭代次数,以快速获得细化的路径骨架像素点集。

### 2.2 坐标转换

为了便于实际的机器人路径跟踪控制,需要将相机由默认位置向前移动到便于采集路径图像的位置。假设细化后的路径像素点坐标为  $(u, v)$ ,将坐标  $(u, v)$  转换到机器人坐标系  $X, Y, Z$  下的实现如下。

1) 根据式(2)将  $(u, v)$  转换到相机坐标系  $X'_c Y'_c Z'_c$  下,得到  $(x'_c, y'_c, z'_c)$ :

$$\begin{bmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \end{bmatrix} = z'_c \begin{bmatrix} 1/f & 0 & 0 \\ 0 & 1/f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (u - u_0)d_x \\ (v - v_0)d_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $(u_0, v_0)$  为主点坐标,  $(d_x, d_y)$  为单位像素尺寸,  $f$  为相机焦距。

2) 根据式(3)将  $(x'_e, y'_e, z'_e)$  转换到默认相机坐标系  $X_e Y_e Z_e$  下, 得到  $(x_e, y_e, z_e)$ 。

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x'_e \\ y'_e \\ z'_e \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_{y_e} \\ d_{z_e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $d_{y_e}$ 、 $d_{z_e}$  和  $\alpha$  为实际相机坐标系与默认相机坐标系之间的平移量以及角度差, 可以通过测量得到。

3) 根据  $X_e Y_e Z_e$  与机器人坐标系  $X_r Y_r Z_r$  之间的旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $T$ , 可将坐标  $(x_e, y_e, z_e)$  转换到机器人坐标系下, 最终得到  $(x_r, y_r, z_r)$ 。

### 2.3 一元线性回归拟合

假设已获得  $n$  个坐标点  $x_{r_i} = x_i, y_{r_i} = y_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ , 采用一元线性回归拟合直线, 步骤如下。

1) 计算均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (4)$$

2) 计算相关系数

$$l_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, l_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (5)$$

3) 计算回归系数  $k$  和常数  $b$

$$k = l_{xy}/l_{xx}, b = \bar{y} - k\bar{x} \quad (6)$$

4) 得到直线方程

$$y = kx + b \quad (7)$$

5) 距离偏差  $x_e$  和角度偏差  $\theta_e$  可由式(8)得到:

$$x_e = -(b/k)\cos\theta_e, \theta_e = \arctan(1/k) \quad (8)$$

## 3 路径跟踪控制器的设计

本文在设计控制器时, 首先采用反演方法设计切换函数以保证滑动模态具有良好的动态品质、且渐近稳定; 然后采用具有更快趋近速度和更好运动品质的双幂次趋近律来提高系统跟踪过程的快速性和稳定性。具体如下:

1) 设计切换函数

引理 1: 对任意  $x \in R$  且  $|x| < \infty$ , 有  $\varphi(x) = x \sin(\arctan x) \geq 0$ , 当且仅当  $x=0$  时“=”成立。

证明: 讨论如下:

(1) 当  $x=0$  时,  $\varphi(0)=0$ ;

(2) 当  $x \in (0, +\infty)$  时, 有  $\arctan x \in (0, \pi/2)$ , 则  $\sin(\arctan x) > 0$ , 即  $\varphi(x) > 0$ ;

(3) 当  $x \in (-\infty, 0)$  时, 有  $\arctan x \in (-\pi/2, 0)$ , 则  $\sin(\arctan x) < 0$ , 即  $\varphi(x) > 0$ 。

由引理 1, 基于反演方法来设计切换函数, 过程如下。

选取 Lyapunov 函数:

$$V_x = \frac{1}{2}x_e^2 \quad (9)$$

假设  $\theta_e = -\arctan(vx_e)$ , 结合式(9)有:

$$\dot{V}_x = x_e \dot{x}_e = x_e v \sin\theta_e = x_e v \sin(-\arctan(vx_e)) =$$

$$-vx_e \sin(\arctan(vx_e)) \quad (10)$$

由引理 1 可知:  $vx_e \sin(-\arctan(vx_e)) \geq 0$  (当且仅当  $vx_e = 0$  时“=”成立) 则  $\dot{V}_x \leq 0$ 。

可得到结论: 只要  $\theta_e$  收敛到  $-\arctan(vx_e)$ , 则系统状态  $x_e$  收敛到 0。根据该结论, 可设计切换函数为:

$$s = \theta_e + \arctan(vx_e) \quad (11)$$

通过设计控制器, 使  $s \rightarrow 0$ , 即实现  $\theta_e$  收敛到  $-\arctan(vx_e)$ , 从而实现  $x_e \rightarrow 0$  和  $\theta_e \rightarrow 0$ 。

2) 控制器的设计

选择双幂次趋近律:

$$\dot{s} = -k |s|^{\alpha} \operatorname{sgn}(s) - k' |s|^{\alpha'} \operatorname{sgn}(s) \quad (12)$$

其中,  $k > 0, k' > 0, \alpha > 1, 0 < \alpha' < 1$ 。当系统状态远离滑动模态 ( $|s| > 1$ ) 时, 式中  $-k |s|^{\alpha} \operatorname{sgn}(s)$  起主导作用; 反之,  $-k' |s|^{\alpha'} \operatorname{sgn}(s)$  起主导作用, 两项结合可以使得系统状态在滑动模态的全过程具有更快的收敛速度和更好的运动品质。结合式(8)和(11)可得到:

$$\dot{s} = \dot{\theta}_e + \frac{vx_1}{1 + (vx_1)^2} = -k |s|^{\alpha} \operatorname{sgn}(s) - k' |s|^{\alpha'} \operatorname{sgn}(s) \quad (13)$$

控制律为:

$$u = -\frac{v^2 \sin x_2}{1 + (vx_1)^2} - k |s|^{\alpha} \operatorname{sgn}(s) - k' |s|^{\alpha'} \operatorname{sgn}(s) \quad (14)$$

为了进一步削弱抖振, 将符号函数用连续函数代替, 得到基于双幂次趋近律的反演滑模路径跟踪控制律:

$$u = -\frac{v^2 \sin x_2}{1 + (vx_1)^2} - k |s|^{\alpha} k_1 \frac{s}{|s| + \delta} - k' |s|^{\alpha'} k_1 \frac{s}{|s| + \delta} \quad (15)$$

式中:  $k_1 > 0, \delta$  为正小数。

## 4 实验研究

在 MATLAB 平台进行路径跟踪控制器的仿真实验, 通过观察距离偏差和角度偏差的收敛时间与稳态性能, 来验证本文所提控制方法的在提高收敛速度和削弱抖振方面的有效性; 在 Linux 环境下构建了 iRobot Create 移动机器人远程控制平台, 通过观察跟踪误差, 验证本文方法在实际环境进行路径跟踪的准确性。

### 实验 1 MATLAB 仿真实验

将本文设计的基于双幂次趋近律的反演滑模控制器记为“DBSMC”, 将基于指数趋近律的滑模控制器记为“EDSMC”。参数设置为: 给定初始位姿误差为  $(0.5, -\pi/6)$ , 移动机器人的线速度  $v=1$  m/s, 仿真时间为 8 s。

本文控制器“DBSMC”下的跟踪误差能够更加快速的收敛, 图 3(a)中控制器“DBSMC”使得距离偏差在 2.2 s 左右收敛于 0, 而控制器“EDSMC”下的距离偏差在 4 s 之后才达到收敛; 图 3(b)中控制器“DBSMC”使得角度偏差在 2.5 s 左右收敛于 0, 而控制器“EDSMC”下的角度偏差在

4 s之后才达到收敛。从图3(c)和(d)可以知,稳定阶段控制器“EDSMC”的控制律存在波动且 $\dot{s}$ 的变化曲线存在抖振,而控制器“DBSMC”的控制律和 $\dot{s}$ 平滑无抖振,验证了本文控制器能够提高跟踪误差收敛的快速性且具有更好的稳态性能。

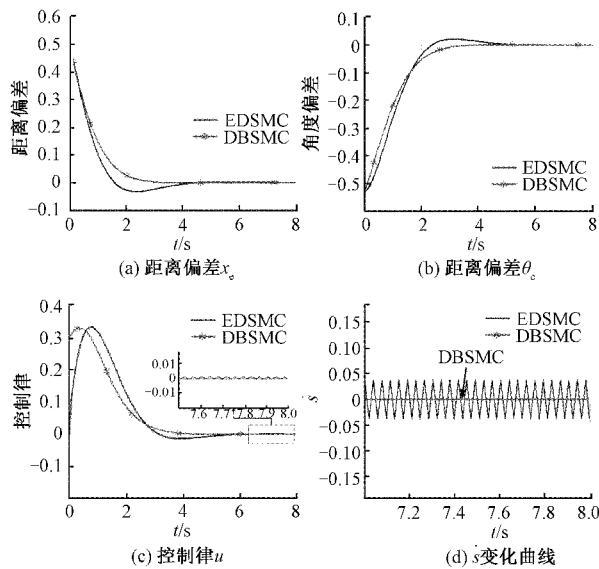


图3 仿真结果

## 实验2 真实场景下的直线路径跟踪实验

本文以 iRobot Create 移动机器人为被控对象,构建了基于移动机器人操作系统 ROS 的路径跟踪控制平台,通过分析 iRobot Create 移动机器人对地面期望路径的跟踪情况,来验证本文系统在真实场景中的有效性。

### 1) 移动机器人路径跟踪控制平台

移动机器人路径跟踪控制平台整体结构如图 4 所示。

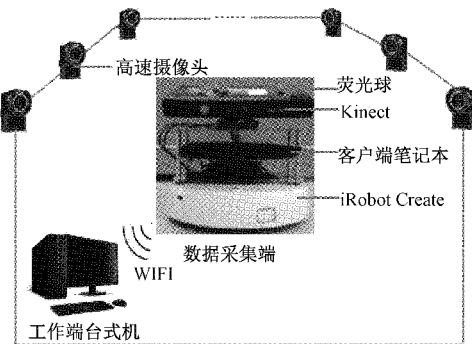


图4 移动机器人路径跟踪控制平台总体框架

该平台由数据采集端(Kinect、客户端笔记本和 iRobot Create 移动机器人)、工作站台式机、以及 24 个高速摄像头构成的运动捕获系统组成。

### 2) 实验与结果分析

为了进行直观地描述,将移动机器人路径跟踪控制过程中 3 个阶段(初始阶段、中间阶段和结束阶段)的跟踪情况及各环节图像的处理结果整理如图 5 所示。

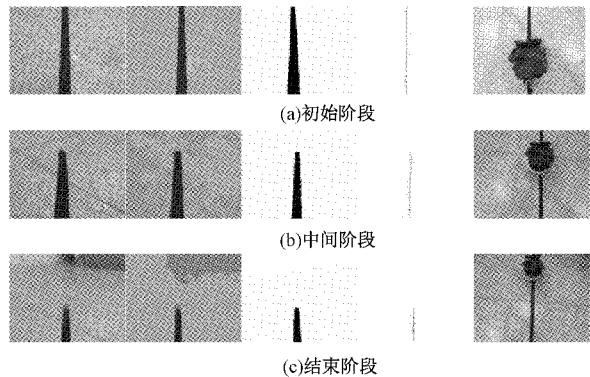


图5 不同阶段下的图像处理和路径跟踪结果

图 5 中,每个阶段下的 5 幅图从左到右依次描述了 Kinect 采集到原始期望路径图像、金字塔分割结果、阈值分割结果、细化结果和路径跟踪效果。可以看出,金字塔分割算法能够将期望路径从背景中粗略的提取出来;阈值分割算法能够精确得到背景为白色,期望路径为黑色的二值分割图;细化算法能够得到连通且无噪点的单像素点集。为了对路径跟踪的准确性进行定量分析,采用运动捕获系统获取移动机器人实际运动路径,并与期望路径进行位置坐标对比分析。结果如图 6 所示。

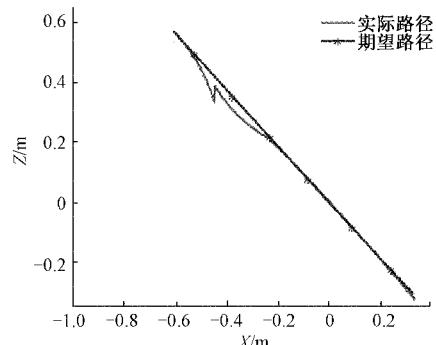


图6 移动机器人运动轨迹对比

图 6 中,初始阶段移动机器人的实际路径和期望路径存在一定的跟踪误差,但在本文控制器的作用下移动机器人很快实现了沿期望路径的跟踪。结束位置的微小偏差是由于移动机器人运动到期望路径的末端,Kinect 无法采集到包含期望路径的图像造成的,不影响对控制系统性能的验证。

对应于图 5,各选择初始阶段、中间阶段和结束阶段的 1 个点进行实际路径和期望路径坐标( $x,z$ )对比,如表 1 所示。

表1 不同阶段位置坐标对比

两种轨迹	初始阶段	中间阶段	结束阶段
期望路径	(-0.58, 0.52)	(-0.21, 0.14)	(0.20, -0.26)
实际路径	(-0.57, 0.48)	(-0.23, 0.13)	(0.18, -0.24)

由表1可知,不同阶段下本文设计的路径跟踪控制系统实际位置坐标均能较好跟踪上期望路径坐标。统计整个跟踪过程所有点的期望路径和实际路径之间的位置,可计算得到对应的位置均方根误差为0.0127 m,验证了本文所提移动机器人路径跟踪控制系统的准确性。

## 5 结 论

本文提出了一种基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制方法,构建了基于Kinect的移动机器人远程控制平台,解决了传统滑模控制下路径跟踪误差收敛速度慢和抖振严重的不足。通过对Kinect采集到的地面上路径图像进行一系列处理得到距离和角度偏差,并将其应用到本文设计的基于双幂次趋近律的路径跟踪控制器中,实现了准确快速和无抖振的路径跟踪。仿真实验和基于真实场景的移动机器人远程控制实验结果表明本文提出的控制系统和平台的优越性。下一步的研究工作将围绕存在障碍物时的路径跟踪展开研究。

## 参考文献

- [1] 郭世凯,孙鑫. 基于改进粒子群算法的移动机器人路径规划[J]. 电子测量技术,2019,42(3):54-58.
- [2] TICK D, SATICI, GANS N. Tracking control of mobile robots localized via chained fusion of discrete and continuous epipolar geometry, IMU and odometry[J]. IEEE Transactionson Cybernetics, 2013, 43 ( 4 ): 1237-1250.
- [3] HWANG C L, FANG W L. Global fuzzy adaptive hierarchical path tracking control of a mobile robot with experimental validation[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(3):724-740.
- [4] 高美娟,杨智鑫,田景文. 移动机器人实时语音控制的实现[J]. 电子测量技术,2011,34(7):50-53.
- [5] 林沛群. 使用LabVIEW与CompactRIO开发轮脚复合式移动机器人[J]. 国外电子测量技术,2011,30(11):16-18.
- [6] HAYET T, NACER K M, JILANI K. Optimization of a mobile robot's path tracking [C]. International Conference on Communications, 2011:1-6.
- [7] PARK J B, BAE S H, KOO B S, et al. When path tracking using look-ahead distance about the lateral error method and the velocity change method tracking comparison[C]. International Conference on Control, Automation and Systems(ICCAS), 2014:1643-1647.
- [8] 刘奇,宋凯,张世平,等. 基于目标向量的非全向测距机器人路径规划[J]. 电子测量技术,2012,35(5):73-77.
- [9] CHWA D. Fuzzy adaptive tracking control of wheeled mobile robots with state-dependent kinematic and dynamic disturbances[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(3):587-593.
- [10] ZHANG Q, LAPIERRE L, XIANG X, et al. Distributed control of coordinated path tracking for networked nonholonomic mobile vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 472-484.
- [11] ALMAYYAH A, WANG W, BIRCH P. Path tracking of autonomous ground vehicle based on fractional order PID controller optimized by PSO[C]. IEEE International Symposium on Applied Machine Intelligence & Informatics, 2015:109-114.
- [12] VANS E, VACHKOV G, SHARMA A. Vision based autonomous path tracking of a mobile robot usingfuzzy logic[C]. Asia-Pacific World Congress on Computer Science and Engineering(APWC on CSE), 2014:1-8.
- [13] 宁远明,刘晏,明建. 基于反演设计的机器人动态滑模控制理论对月表机械臂模型的分析[J]. 仪器仪表学报,2013,34(S1):78-82.
- [14] 陈炎冬,许轰烈,陈宁. 含分数阶指数趋近律的变结构控制悬架研究[J]. 控制工程,2018,25(2):323-328.
- [15] KONOLIGE K, MIHELICH P. Technical description of Kinect calibration[N/OL].[2011-11-03]. [http://www.ros.org/wiki/kinect\\_calibration/technic-al](http://www.ros.org/wiki/kinect_calibration/technic-al).

## 作者简介

马晓敏(通信作者),工学博士,讲师,主要研究方向为移动机器人视觉导航。

E-mail:maxm@xpu.edu.cn

杨烨,控制工程硕士,主要研究方向为移动机器人视觉导航。

冯子金,工学硕士,主要研究方向为机器视觉。

E-mail:fengzijin628022@163.com

尚慧慧,工学本科,主要研究方向为移动机器人视觉导航。

E-mail:19829381815@139.com

董免,工学博士,讲师,主要研究方向为计算机视觉。

E-mail:miandong2018@xpu.edu.cn