

DOI:10.19651/j.cnki.cmt.2107306

# 轮廓测量系统中摄像机的光学畸变校正方法<sup>\*</sup>

柴世豪 郭晨霞 李建鑫

(中北大学 电子测试技术国家重点实验室 太原 030051)

**摘要:** 在基于机器视觉的轮廓测量系统中,由于摄像机的透镜透光率不均,成像中存在光学畸变,对测量精度造成影响。为了对光学畸变进行校正,首先建立畸变数学模型,然后使用系统测量正方形标定板得到存在畸变的轮廓数据,根据存在畸变的轮廓数据的几何特征和直线约束条件使用LM优化算法完成对畸变模型中参数的标定。通过实验多次标定同一套轮廓测量系统,将标定结果与已有方法进行比较。实验结果表明,相较于已有算法,所提方法多次标定的结果标准差更小,说明所提方法具有更好的鲁棒性。

**关键词:** 轮廓测量;摄像机标定;LM优化算法;畸变校正

**中图分类号:** TN919.5 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Optical distortion correction method for cameras in contour measuring system

Chai Shihao Guo Chenxia Li Jianxin

(National Key Laboratory for Electronic Measurement Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** In the contour measurement system based on machine vision, optical distortion exists in the imaging due to the uneven lens transmittance of the camera, which affects the measurement accuracy. In order to correct the optical distortion, the distortion mathematical model is firstly established, and then the distorted contour data is obtained by measuring the square calibration plate. According to the geometric characteristics of the distorted contour data and the linear constraint conditions, the parameters in the distortion model are calibrated by using LM optimization algorithm. The same contour measurement system was calibrated several times by experiments and the calibration results were compared with the existing methods. The experimental results show that the standard deviation of the proposed method is smaller than that of the existing algorithms, which indicates that the proposed method has better robustness.

**Keywords:** skeleton surveying; camera calibration; LM optimization algorithm; distortion correction

### 0 引言

基于机器视觉的轮廓测量系统是使用单目或者双目摄像机对目标物的轮廓进行提取与测量,以得到其形状与尺寸信息。相较于传统的接触式测量方法,基于机器视觉的轮廓测量系统具有精度较高、成本低、效率高等优势<sup>[1-3]</sup>,因此被广泛应用。如文献[4]采用机器视觉进行孔类零件的关键尺寸测量;文献[5]采用机器视觉进行齿形结构的齿顶圆测量,文献[6]采用机器视觉进行轮毂的外形参数的测量。

轮廓测量系统中使用的摄像机往往因为透镜透光率不均、透镜装配误差等原因,造成在成像过程中产生光学畸变。为了进一步提高轮廓测量系统的精度,需要对光学畸

变进行校正。通常光学畸变的校正过程是先建立畸变数学模型,再对畸变模型中的参数进行标定。如文献[7]将畸变分为径向畸变和切向畸变,建立了泰勒级数展开到四阶的畸变模型,将三维棋盘格立体靶标作为标定物,对摄像机内参数进行标定。文献[8]采用深度卷积神经网络技术,对粒子图像中的光学畸变进行建模,通过神经网络训练校正波前畸变。文献[9]提出了一种多器械空间联合标定模型,通过将旋转分量和平移分量的误差进行解耦,对相机-IMU-机械臂的内外参进行标定。

本文依据畸变产生的原因建立畸变数学模型,在畸变模型中引入了径向畸变系数、畸变光心横坐标、畸变光心纵坐标3个参数。为了校正光学畸变,还必须对畸变模型中的参数进行标定,标定过程如下:首先使用系统测量正方形

收稿日期:2021-07-19

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金(41904080)、山西省重点研发计划项目(201903D121118)、山西省回国留学人员科研项目(2020-111)资助

标定板,得到存在畸变的轮廓数据;再采用最小二乘拟合法将轮廓数据进行分段拟合,并且利用存在畸变的轮廓数据的几何特征和 LM 优化算法<sup>[10]</sup>实现对畸变光心横坐标、畸变光心纵坐标的标定;最后利用直线约束条件,使用 LM 优化算法实现对径向畸变系数的标定。

## 1 光学畸变产生的原因与数学模型

在成像系统中,为了增加透光度,会使用凸透镜作为镜头。由于透镜制造工艺的限制,透镜的放大率不均。光学成像系统所成的像会产生径向畸变,导致现实世界中的一个指定点在图像中的坐标相对于理想成像系统会发生沿着与光心的连线向外或者向内偏移。其中向内的偏移被称作桶形失真,使距离光心越远的点所成的像向光心方向偏离越大;向外的偏移被称作枕形失真,使距离光心越远的点所成的像向光心所在的反方向偏离越大。光学成像系统的径向畸变模型如式(1)所示。

$$\begin{cases} x = x' + kx'(x'^2 + y'^2) \\ y = y' + ky'(x'^2 + y'^2) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $(x', y')$  为实际成像的图像中某点坐标, $(x, y)$  为其理想中的坐标, $k$  表示径向畸变系数。镜片图像画幅小,径向畸变模型的高阶项对成像造成的影响微乎其微,因而忽略了高阶项。

光学系统中的透镜组在安装过程中,由于装配工艺与标定技术的限制,透镜组中透镜元件的光学中心与理想中心有偏差。这导致光学成像系统的光学中心处于未知状态,当简单以透镜组的中心作为光学中心时,光学成像系统所成的像会产生偏心畸变。

为了修正偏心畸变,光学成像系统的光学中心应该设为未知量,再综合径向畸变,光学成像系统的整个畸变数学模型如式(2)所示。

$$\begin{cases} x = (x' - x_0)(1 + k((x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2)) \\ y = (y' - y_0)(1 + k((x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2)) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $(x', y')$  为实际成像的图像中某点坐标, $(x, y)$  为其理想中的坐标, $(x_0, y_0)$  为畸变光心坐标, $k$  表示径向畸变系数。

使用轮廓测量系统拍摄正方形标定板的图像,由于光学畸变的存在,标定板图像会发生变形,如图 1 所示。

观察图 1 可知实验所用轮廓测量系统存在明显的枕形光学畸变。使用边缘提取算法<sup>[11]</sup>提取图 1 中的正方形标定板图像轮廓,如图 2 所示。

## 2 畸变参数标定

### 2.1 正方形标定板图像轮廓拟合

已知实验所用系统的光学畸变是枕形畸变。根据式(2)可知,在成像的过程中,距离光心越远的像素点,产生向外的径向畸变越大。因此可以得出结论:在正方形标定

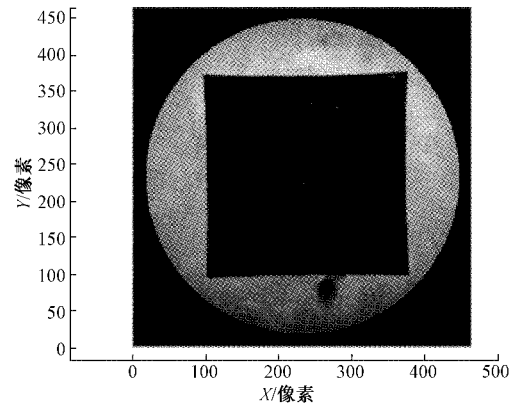


图 1 正方形标定板图像

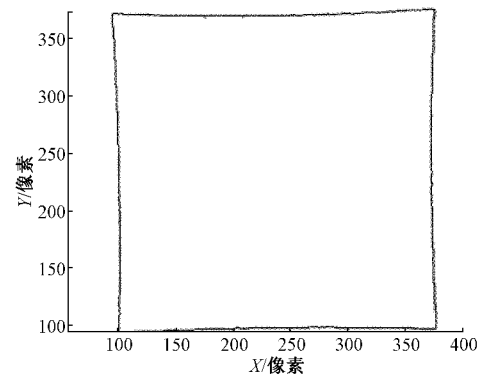


图 2 正方形标定板图像轮廓

板图像的轮廓上,距离光心越近的点向外的畸变越小。如果可以求出正方形标定板图像轮廓上每组对边的最小距离所对应的轮廓点,并将对边上最短距离对应的轮廓点连线,两条连线的交点即为光学系统的光心也就是畸变中心。

但是正方形标定板图像受到整形截断误差、环境感染光等影响,造成轮廓不光滑,呈现锯齿形状态,还存在一些明显的异常凹陷。如果直接寻找轮廓上对边的最小距离对应的轮廓点,必然会引入较大的误差,对整个标定精度造成影响。

为了消除上述误差,对轮廓的 4 条边进行基于最小二乘法的拟合。首先利用角点检测算法<sup>[12]</sup>找到轮廓的 4 个角点,然后根据角点分离出标定板轮廓的 4 条边,最后将 4 条边分别进行最小二乘拟合。

通过对正方形标定板图像轮廓 4 条边的观察和性质分析,决定用二次函数作为拟合的原函数,即原函数如式(3)所示。

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (3)$$

式中: $a_0, a_1, a_2$  是二次函数的 3 个系数。

根据最小二乘法的原理求出目标函数如式(4)所示。

$$\min \sum_{i=0}^m (a_2x_i^2 + a_1x_i + a_0 - y_i)^2 \quad (4)$$

式中: $(x_i, y_i)$  为标定板图像轮廓上离散点的坐标。

求解上式最小二乘目标函数属于简单的线性优化问

题,不做赘述,对标定板图像轮廓的 4 条边分别进行拟合后如图 3 所示。

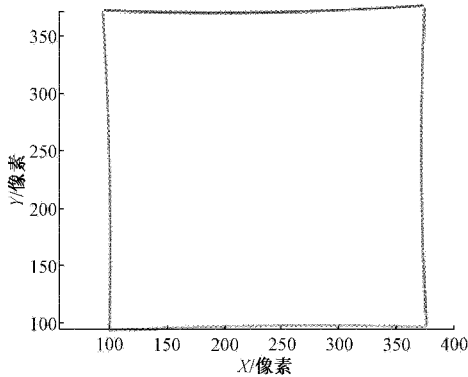


图 3 标定板图像轮廓拟合

### 2.2 最优化求解畸变光心

接下来求拟合后的对边的最小距离所对应的轮廓点的坐标,即求解最优化目标函数如式(5)所示。

$$\begin{cases} \min f(v_1, v_2) = \min[(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (v_1 - v_2)^2] \\ \lambda_1 = a_2 v_1^2 + a_1 v_1 + a_0 \\ \lambda_2 = b_2 v_2^2 + b_1 v_2 + b_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $a_0, a_1, a_2$  与  $b_0, b_1, b_2$  是轮廓的对边拟合二次函数的系数,  $(v_1, v_2)$  为所要求的解。

这是一个求二元函数最小值的非线性问题。对于一般的二元函数极值问题,可以通过求其偏导与二次偏导来求得解析解。但是上式是非线性函数,其解析解难以求得,为此本文给出最优化迭代求解的方式。

迭代求解顾名思义,通过特定的方式不断给出更接近最优解的值,因此如何让所假设的解值更接近最优解是迭代求解过程的关键。迭代求解一般步骤如下:

步骤 1: 确定待优化求解的目标函数后,给定开始迭代的初始值,这个初始值可以根据经验或随机给定。

步骤 2: 确定下一次迭代值的增量,增量的确定有多种方法,最常使用的如梯度下降法、牛顿法、LM 法等<sup>[11]</sup>,并根据增量确定出下一次的迭代值。

步骤 3: 设定一个或多个迭代终止的条件,如迭代值的增量足够小、两次迭代值带入目标函数的差值足够小、达到了设定的最大的迭代次数。迭代条件通常设置多个并且以或的关系触发,防止程序的死循环。当满足迭代终止条件时结束迭代过程,否则返回步骤 2。

最优化迭代算法的发展主要集中在对每一次迭代值增量的确定上。相邻两次迭代值之间的增量过大时容易陷入震荡,相邻两次迭代值之间的增量过小时目标函数的解容易陷入局部极小值的解而非理想中的全局最小值。

在每次迭代值增量的确定上,文献[13]采用梯度下降法,通过对代价函数求导得到的梯度来拟定下一次迭代的初始值。文献[14]在性能指标函数的作用下,增加了预测阶数对可能出现的迭代效果进行多次模拟,用计算的复杂度换取

精度。文献[15]在传统优化算法的基础上加入了小波策略来对比多次迭代结果,从全局角度进行优化以避免陷入局部极小值。本文所需求解的模型特点为当接近最优解时会出现多组极小值的干扰,综合考虑搜索时间与优化精度,本文选用 LM 优化算法作为确定每次迭代值增量的方法。

LM 算法结合了两种算法的优点:梯度下降法和高斯牛顿法。

相对于一阶的梯度下降法,牛顿法保留了目标函数泰勒级数展开式中的二阶项,记  $x = [v_1, v_2]^T$ , 它的自变量迭代方程形式为:

$$\Delta x(x_k) = -\mathbf{H}(x_k)^{-1} \nabla f(x_k) \quad (6)$$

式中:  $\nabla f(x_k)$  是一阶导数所体现的梯度向量,  $\mathbf{H}(x_k)$  则是对  $x$  求导的二阶导数,它是一个  $n \times n$  的矩阵。从式中可以看出,牛顿迭代法优化步长时不仅考虑了梯度,也考虑了梯度的梯度,因此它的收敛速度更快。

然而在实际使用中,计算  $\mathbf{H}(x_k)$  矩阵需要耗费太多时间,甚至得不到结果。高斯牛顿法采用一阶导数来近似替代牛顿法中的  $\mathbf{H}(x_k)$ , 它的自变量迭代方程形式为:

$$\Delta x = -(\mathbf{J}(x_k)^T \mathbf{J}(x_k))^{-1} (\mathbf{H}(x_k)^T f(x_k)) \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{J}(x_k)$  为目标函数  $f(x_k)$  对  $x$  的一阶导数矩阵,用  $\mathbf{J}(x_k)^T \mathbf{J}(x_k)$  来近似代替牛顿法中的  $\mathbf{H}(x_k)$  矩阵,从而把求二阶导数问题简化为求一阶导数问题,计算量大大减少。但用来近似  $\mathbf{H}(x_k)$  矩阵的  $\mathbf{J}(x_k)^T \mathbf{J}(x_k)$  有可能是非正定的,导致计算结果的不收敛。同时由于采用泰勒级数展开式近似模拟函数来进行推导,当计算所得的步长较大时,计算结果是不可信赖的。LM 法可以解决上述两个问题,它的自变量迭代方程形式为:

$$\Delta x = -(\mathbf{J}(x_k)^T \mathbf{J}(x_k) + u\mathbf{I})^{-1} (\mathbf{H}(x_k)^T f(x_k)) \quad (8)$$

LM 法采用信赖域<sup>[16]</sup>的搜索方法,在高斯牛顿法的基础上增加的一个变量因子  $u$ 。  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。当  $u$  取值较大时,说明此时离最优解距离较远,可以忽略二阶导数对计算的影响,LM 法接近梯度下降法。当  $u$  取值较小时,说明已接近最优解,用二阶近似模拟可以避免震荡,收敛速度更快。迭代路径如图 4 所示。

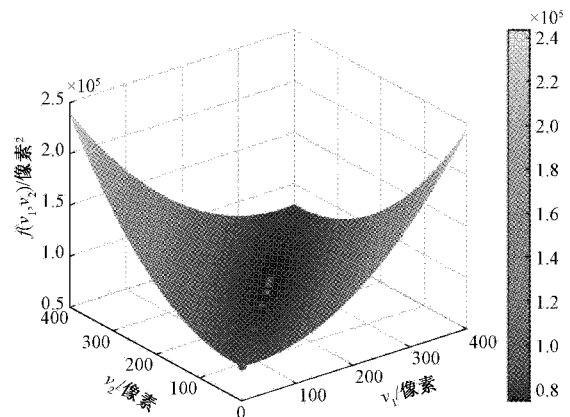


图 4 迭代路径图

求出标定板图像轮廓上每组对边的最小距离对应的轮廓点,将对应的轮廓点连线,得到一个交点。此交点便是光学系统的畸变光心。畸变光心的位置确定如图 5 所示,图中点  $O$  为畸变光心坐标。

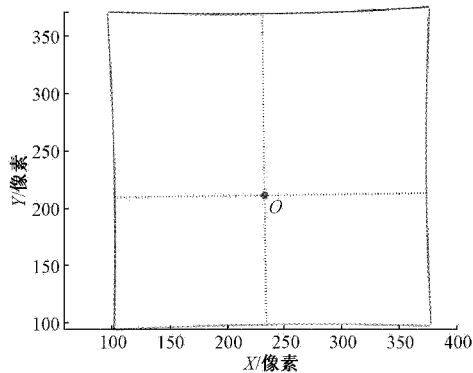


图 5 畸变光心位置图像

### 2.3 径向畸变系数的标定方法

光学成像中的摄影不变性是指:在理想情况下世界坐标系中的直线在图像坐标系中的成像依旧是直线。可从图 1 中观察到,正方形标定板图像轮廓的每条边都有弯曲,这正是光学成像系统中透镜透光率不均引起的畸变。为了修复此种畸变,对畸变模型式(2)中的径向畸变系数  $k$  进行标定。

首先,给出径向畸变导致的标定板图像轮廓弯曲程度的量化方法。取正方形标定板图像轮廓的一条边命名为边  $a$ ,在此边等间隔取  $N$  个点,设这些点的坐标为  $(x_i^a, y_i^a)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , 设边  $a$  的弯曲程度如式(9)所示。

$$Q_a = \sum_{i=2}^{N-1} \left( \frac{y_{i+1}^a - y_i^a}{x_{i+1}^a - x_i^a} - \frac{y_i^a - y_{i-1}^a}{x_i^a - x_{i-1}^a} \right)^2 \quad (9)$$

式中:  $Q_a$  为量化边  $a$  弯曲程度的指标。

另外 3 条边与之类似,弯曲程度分别为  $Q_b$ 、 $Q_c$ 、 $Q_d$ 。问题转化为对目标函数式(10)的优化问题,式中  $Q$  表示标定板轮廓总的弯曲程度,此为非线性函数,难以求得解析解,论文采用梯度下降法。梯度下降法在上一节已有详细论述,不做重复的说明。

$$\min Q = \min(Q_a + Q_b + Q_c + Q_d) \quad (10)$$

标定出径向畸变系数之后,缩放比例的标定较为简单,只需要出现实坐标系中正方形标定板的边长与图像坐标系中边长的比值。校正后的标定板图像如图 6 所示。

### 3 实验结果

对同一套基于机器视觉的轮廓测量系统,分别使用文献[17]所述利用正方形标定板的标定方法和本文所述改进后的利用正方形标定板的标定方法进行多次标定。标定结果的对比如表 1 所示。数据表明,文献[17]所述利用正方形标定板的标定方法,标定结果中畸变光心均值为(232.02, 210.83),标准差为(3.46, 5.57),畸变系数的均值

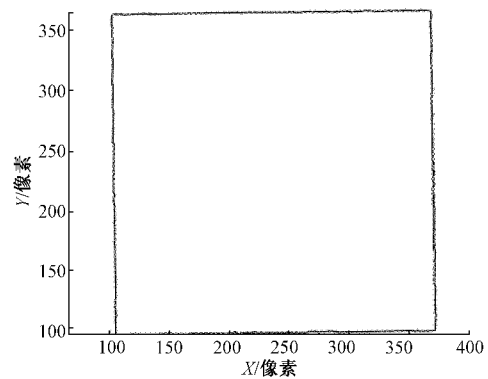


图 6 畸变校正后的标定板图

为  $-1.179 \times 10^{-6}$ ,标准差为  $5.33 \times 10^{-8}$ 。本论文改进后畸变光心均值为(232.24, 211.14),标准差为(1.28, 1.69),畸变系数的均值为  $-1.181 \times 10^{-6}$ ,标准差为  $1.94 \times 10^{-8}$ 。实验结果表明,在标定畸变光心的过程中,增加对轮廓的拟合步骤,能减少轮廓上的噪声的影响,使标定结果的稳定性有一定程度的提高。

表 1 两种标定方法对比

标定结果	文献所述算法	本文所提算法
畸变光心均值	(232.02, 210.83)	(232.24, 211.14)
畸变光心标准差	(3.46, 5.57)	(1.28, 1.69)
畸变系数	$1.179 \times 10^{-6}$	$-1.181 \times 10^{-6}$
畸变系数标准差	$5.33 \times 10^{-8}$	$1.94 \times 10^{-8}$

### 4 结 论

本文对基于机器视觉的轮廓测量系统中摄像机的光学畸变进行了分析,给出了畸变模型。为了求解模型,对已有的利用正方形标定板的标定方法进行了改进。改进后的流程是先标定畸变光心再标定畸变系数。对畸变光心的标定流程如下:首先利用角点检测算法将正方形标定板的 4 条边进行分离,然后将 4 条边分别进行拟合,使用 LM 优化算法寻找拟合后的对边的最小距离所对应的轮廓点,将对边上最小距离对应的轮廓点相连,得到的交点便是畸变光心。对畸变系数的标定是先给出边弯曲程度的量化方法,再给出的是使边弯曲程度最小的目标优化函数,利用梯度下降法求解目标优化函数,得到径向畸变系数。最后进行实验将文献[17]所述利用正方形标定板的标定方法和本文所述方法进行对比。实验结果表明,因为在标定畸变光心的过程中,使用了对轮廓的最小二乘拟合算法与寻找对边最小距离的 LM 优化算法,标定结果的稳定性明显提高。该论文所提标定算法利用一个正方形标定板即可完成标定,操作简单,且标定结果的鲁棒性较好。

### 参考文献

[1] 刘涛,罗聿斌,董宁,等.基于机器视觉汽车轮毂尺寸自

- 动测量系统的研究[J]. 中国设备工程, 2021(8):76-77.
- [2] 杨云涛, 关贞珍. 基于机器视觉检测技术的齿轮几何参数自动测量系统[J]. 计量与测试技术, 2020, 47(7): 18-21.
- [3] 王浩楠, 张晓青, 郭阳宽, 等. 基于机器视觉的轮胎胶料表面字符识别[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(1): 191-199.
- [4] 谢俊, 李玉萍, 左飞飞, 等. 基于机器视觉的孔类零件尺寸在线检测[J]. 电子测量技术, 2021, 44(2): 93-98.
- [5] 孔盛杰, 黄翔, 周嗣, 等. 基于机器视觉的齿形结构齿顶圆检测方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(4): 247-255.
- [6] 郭智杰, 王明泉, 张俊生, 等. 轮毂外形参数的在线测量技术研究[J]. 国外电子测量技术, 2019, 38(5): 142-145.
- [7] 汤小伟, 杨玉萍, 张磊, 等. 一种考虑畸变的摄像机线性标定方法[J]. 机械设计与制造, 2021, 4(5): 251-255.
- [8] 高泽宇, 李新阳, 叶红卫. 流场测速中基于深度卷积神经网络的光学畸变校正技术[J]. 红外与激光工程, 2020, 49(10): 9-18.
- [9] 王鑫, 李伟, 梁炜, 等. 单口相机-IMU-机械臂的空间联合标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(6): 221-231.
- [10] 高彤, 陈鸿, 王晋祺, 等. 基于LM算法的接触式轮廓扫描系统参数标定[J]. 电子测量技术, 2021, 44(1): 65-69.
- [11] 林楠, 徐逸辰, 高博文, 等. 基于边缘提取算法的岩层三角面产状半自动提取[J]. 地球科学, 2021, 5: 1-15.
- [12] 郑倩, 刘珊, 邓璐娟, 等. 基于平行四边形对角线理论的角度检测算法[J]. 郑州大学学报(工学版), 2021, 5: 1-8.
- [13] 戴宇佳, 李明亮, 宋超, 等. 空间约束结合梯度下降法提高铝合金中Fe成分激光诱导击穿光谱技术检测精度研究[J]. 物理学报, 2021, 46: 1-15.
- [14] 毛羽. 基于优化迭代学习算法的机器人运行轨迹跟踪控制[J]. 机床与液压, 2021, 49(11): 45-50.
- [15] 许秋艳, 马良, 刘勇. 基于小波精英解学习和多角度搜索的新型阴阳平衡优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 5: 1-10.
- [16] 何叶丹, 马吕凤. 求解非线性方程组的一个修正非单调L-M算法[J]. 福建师范大学学报(自然科学版), 2013, 29(4): 15-22.
- [17] 崔凌燕, 陈婧, 陈鸿. 适用于轮廓检测的摄像机标定方法[J]. 现代制造工程, 2019, 4(5): 139-143.

### 作者简介

**柴世豪**, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理、边缘检测、平滑处理。

E-mail: csh346666750@qq.com

**郭晨霞**(通信作者), 副教授, 主要研究方向为视觉测量、自动化测试与控制。

E-mail: gchenxia@gmail.com

**李建鑫**, 讲师, 主要研究方向为图像处理、边缘检测、平滑处理、最优化控制问题的数值方法。

E-mail: 1353773191@qq.com