

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107637

## 自动精确提取圆形标志点中心的相机标定研究\*

杨浩宇<sup>1</sup> 张尚盈<sup>1,2</sup> 肖莉<sup>1</sup> 高翔<sup>1</sup>

(1. 武汉工程大学 机电工程学院 武汉 430205; 2. 武汉誉琼科技有限公司 武汉 430205)

**摘要:** 为了提高标定精度,提出一种自动精确提取圆形标志点中心的方法,并进行相机标定的研究。首先将标定图像进行预处理,接着通过程序算法自动提取标定板上的4个圆形标志点中心来进行图像校正,其次应用一种自动迭代投影的方法,对校正图像进行迭代处理,最后再经过反透视投影得到原始标定图像的标志点中心坐标。设计了手动和自动两种提取方式,将最后提取的标志点中心坐标代入张正友标定算法中,并考虑切向畸变,求得相机的标定参数。实验结果表明,随着迭代次数的增加,重投影误差越来越大,当迭代次数为1次时,标定的精度好于多次迭代的精度,并且略高于手动提取的精度。对比维视商业软件的标定标准0.2 pixel,精度提高了58%左右。

**关键词:** 圆形标志点中心;自动提取;图像校正;自动迭代投影;重投影误差

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.6040

## Research on camera calibration for automatic and accurate extraction of circular marker center

Yang Haoyu<sup>1</sup> Zhang Shangying<sup>1,2</sup> Xiao Li<sup>1</sup> Gao Xiang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China;

2. Wuhan Yuqiong Technology Co., Ltd., Wuhan 430205, China)

**Abstract:** In order to improve the calibration accuracy, a method of automatically and accurately extracting the center of the circular marker point is proposed by the paper, and the research of camera calibration is carried out. Firstly, the calibration image is preprocessed, and then the center of four circular markers on the calibration board are automatically extracted by the program to perform image correction. Secondly, an automatic iterative projection method is applied to iteratively process the corrected image, and finally the center coordinates of the mark point on the original calibration image are obtained through anti-perspective projection. Two extraction methods including manual and automatic are designed. The center coordinates of the last extracted mark points are substituted into Zhang Zhengyou's calibration algorithm, and the tangential distortion is considered to obtain the calibration parameters of the camera. The experimental results show that as the number of iterations increases, the reprojection error becomes larger and larger. When the number of iterations is one, the accuracy of calibration is better than that of multiple iterations, and it is slightly higher than the accuracy of manual extraction. Compared with the 0.2 pixel calibration standard of Microvision commercial software, the accuracy has been improved by about 58%.

**Keywords:** center of circular marker; automatic extraction; image correction; automatic iterative projection; reprojection error

## 0 引 言

相机标定在机器视觉测距、位姿估计和三维重建等领域中有着关键的作用<sup>[1]</sup>,标定的过程建立了二维图像坐标系到三维世界坐标系的变换关系<sup>[2]</sup>。相机标定参数的准确性直接影响到视觉应用的精度<sup>[3-6]</sup>,故而标定过程需要减小

各方面的误差。

在计算机视觉中,相比棋盘格的角点,圆形阵列板的标志点具有独特的优点:易于识别、具有更多的全局信息,以及圆的投影对图像噪声具有较强的抑制作用<sup>[7]</sup>。因此,圆形特征被广泛研究并应用于相机标定<sup>[8]</sup>。周艳青等<sup>[9]</sup>利用目标轮廓和区域属性函数求得标志圆的中心坐标,但没有

收稿日期:2021-08-18

\* 基金项目:国家自然科学基金(51875415)项目资助

考虑偏心误差,提取的精度不高;朱伟东等<sup>[10]</sup>利用圆心不对称投影,计算投影后椭圆中心坐标的理论值,与在图像中的实际值进行最小二乘匹配,但实际应用中不能假设相机的内参数,适用范围小;卢晓冬等<sup>[11]</sup>提出了将标定图像投影至空间虚拟矩阵上以获得真实圆心,但投影的过程较为复杂和计算量较大;彭研等<sup>[12]</sup>提出一种平面变换的方式,利用正反透视投影求得标志点坐标,但在选择角点时需要人工多次调节参数,工作量较大。

对于背景比较复杂的环境,常需要人工手动处理标定图像<sup>[13]</sup>,但这种方式工作量大且易产生误差。为提高提取标志点的效率和精度,一般采用自动化的提取方式。在相机标定的方法中,主动视觉标定的成本高和实验条件苛刻<sup>[14]</sup>,自标定的运动约束条件强和鲁棒性差<sup>[15]</sup>,张正友算法综合起来过程简单<sup>[16]</sup>,只需要几幅标定图像,通过非线性优化和闭环求解,得到的参数精度较高。

针对上述问题,本文选用圆形阵列板作为标定板,采用自动迭代投影的方式进行图像校正,结合张正友算法求解相机参数,并研究迭代次数和手动提取对重投影误差的影响。

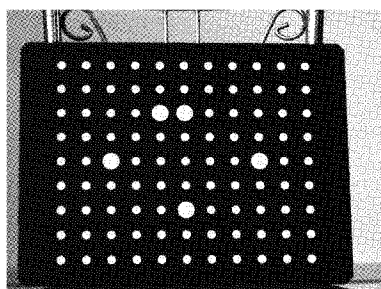
## 1 圆形标志点提取

### 1.1 图像预处理

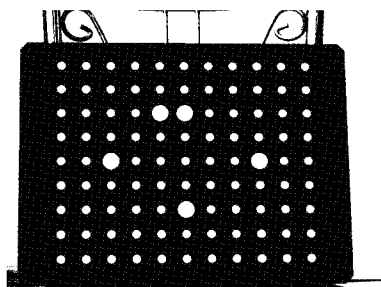
为减少图像处理的计算量,标定图像要先经过灰度化处理,而后通过自适应阈值法把标定的灰度图像转换为二值图像。再经过一次高斯滤波,去除图像的噪声点,使灰度值均匀分布,以便于提取圆形特征。其对应的灰度图、二值图和高斯滤波图,分别如图1所示。

### 1.2 标志点中心的提取

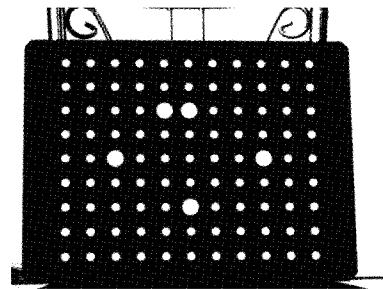
对预处理后的图像进行边缘跟踪提取,采用的是 Suzuki



(a) 灰度图



(b) 二值图



(c) 高斯滤波图

图1 图像预处理

提出的基于二值图像拓扑结构分析的边缘跟踪算法<sup>[17]</sup>,通过检测二值图像的边界提取出其对应的连通区域。而后进行圆度、凸度和偏心率的几何约束<sup>[18]</sup>,进一步确定圆形标志点的具体位置。

#### 1) 圆度

圆度一般指多边形接近正圆形的程度,其对应的公式为:

$$C = \frac{4\pi S}{D^2} \quad (1)$$

式中:  $C$  表示标志点的圆度,  $S$  表示标志点面积,  $D$  表示标志点周长。当  $C$  值为 1 时,说明该标志点的形状为一个正圆形,当  $C$  值为 0 时,说明该标志点为一个轴径较长的椭圆形。

#### 2) 凸度

凸度一般表示标志点的凹凸程度,公式定义为:

$$F = S/H \quad (2)$$

式中:  $F$  为标志点的凸度,  $S$  为标志点的面积,  $H$  代表该标志点的凸壳面积。当  $F$  为 1 时,表明该形状为正圆形,值越接近 1,代表越像圆形。

#### 3) 偏心率

偏心率是指多边形的椭圆轨道与正圆形的偏离程度。直接计算偏心率难度较大,一般先利用图像矩来求解标志点的惯性率,再由惯性率计算偏心率,对应的公式为:

$$E^2 + I^2 = 1 \quad (3)$$

式中:  $E$  代表标志点的偏心率,  $I$  代表标志点的惯性率。当惯性率等于 1 时,该标志点为正圆形,即惯性率越接近 1,圆形的相似度就越高。

在提取出标志点的边缘后,利用图像一阶矩求得每个标志点的质心,即可求得其对应的中心。一幅  $M \times N$  的数字图像  $f(i, j)$ , 其  $p+q$  阶几何矩  $m_{pq}$  为:

$$m_{pq} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N i^p j^q f(i, j) \quad (4)$$

式中:  $f(i, j)$  为图像在坐标点  $(i, j)$  处的灰度值。当  $p+q=1$  时,表示图像的质心,标志点中心的提取如图 2 所示,中心圆圈表示标志点中心。

### 1.3 投影校正

由于标定板摆放的位置与相机之间有偏角存在,其对应

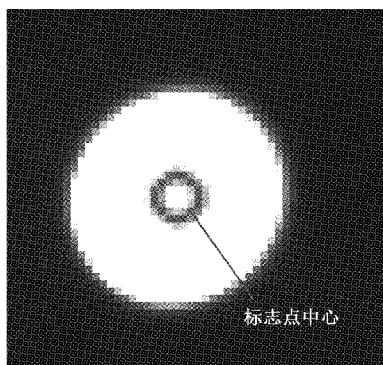


图 2 标志点中心的提取

圆形标志点的投影为椭圆形状,不是理想中的放大或缩小的圆形,进而产生一系列的偏心误差。通过透视投影对标定板的图像进行校正处理,使标定板正视于相机,此时提取的中心点为圆形标志点的圆心。标志点从一个平面投影到另一个平面常采用的方式为单应性变换,其对应的公式为:

$$[x' \ y' \ p'] = [u \ v \ p] \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} =$$

$$[u \ v \ p] \mathbf{F} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x = \frac{x'}{p'} = \frac{f_{11}u + f_{21}v + f_{31}}{f_{13}u + f_{23}v + f_{33}} \\ y = \frac{y'}{p'} = \frac{f_{12}u + f_{22}v + f_{32}}{f_{13}u + f_{23}v + f_{33}} \end{cases} \quad (6)$$

$$[u \ v \ p] = [x' \ y' \ p'] \mathbf{F}^{-1} \quad (7)$$

其中,  $(u, v, p)$  为物体的坐标点;  $(x', y', p')$  为经过透视变换后的坐标点;  $(x, y)$  为变换后图像上的二维坐标点;  $\mathbf{F}$  为单应性变换矩阵;  $\mathbf{F}^{-1}$  为反投影矩阵。

由式(5)和(6)得,校正前后的图像如图 3 和 4 所示。图 3 为倾斜摆放的标定板,圆形标志点部分呈椭圆形,经过校正处理后,图 4 为正式摆放的标定板,标志点全部变为圆形,便于精确提取标志点的中心坐标,以减小偏心误差的影响。

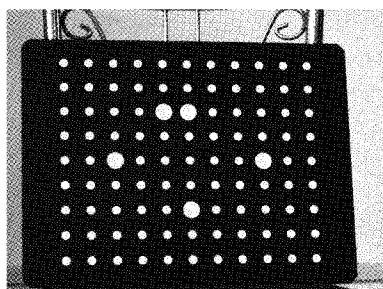


图 3 校正前的图像

#### 1.4 手动与自动迭代提取

如果采用一次投影校正,则得到的图像与理想的正视图像会存在偏差,提取标志点不够精准,因此考虑多次迭代校正。设定迭代条件为达到迭代次数或小于等于阈值,其中阈值为实际提取的 4 个标志点坐标与理想的 4 个标志点

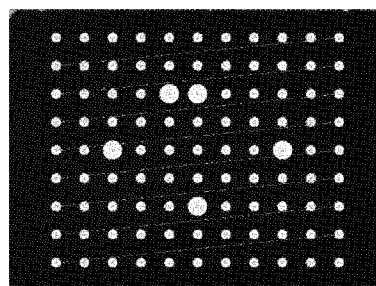


图 4 校正后的图像

坐标像素差值的绝对值。

采用编程的方法,在 Visual Studio 开发平台上运用 C++ 语言和 opencv 开源库,创建手动提取和自动迭代投影的算法程序。首先拍摄左右相机的标定图像,接着进行图像的预处理,随后分别执行手动和自动提取两种方式的程序。其中手动提取算法为用鼠标按照顺时针的顺序依次选择 4 个角的标志点中心,选择完成后进行图像校正;自动提取算法为通过轮廓跟踪和几何约束,并根据式(5)和(6),由程序自动提取 4 个边角标志点进行投影校正,然后进行自动迭代条件的判断,满足一个条件即执行下一步,否则继续迭代下去。迭代校正完成后,由程序自动提取校正图像上的标志点中心,最后由式(7)反投影得到原标定板上所有标志点的中心坐标。自动迭代投影的流程如图 5 所示,由

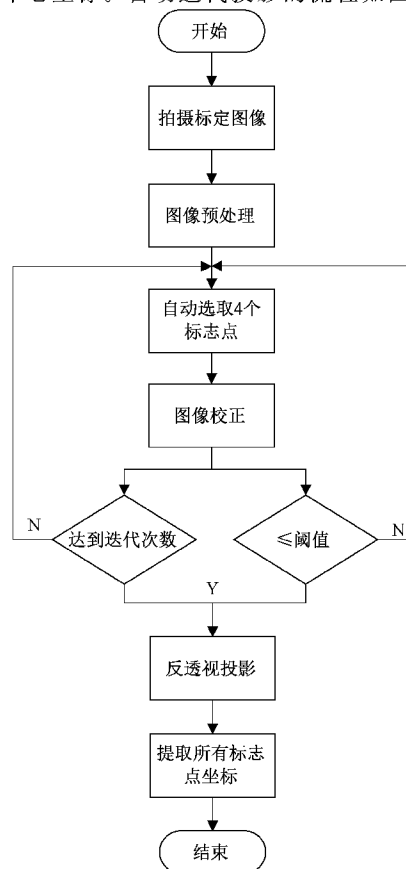


图 5 自动迭代投影提取算法流程

程序自动提取的标志点图像如图 6 所示,经过反投影后的标志点提取图像如图 7 所示。

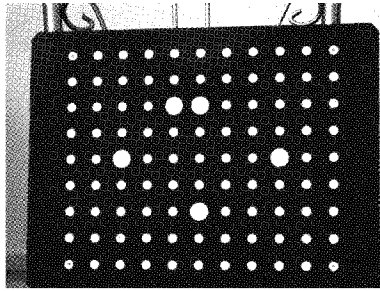


图 6 4 个边角标志点的自动提取

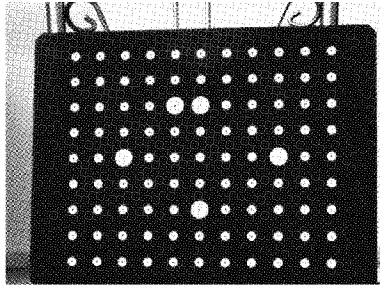


图 7 反投影后的标志点提取

## 2 相机标定算法

相机标定的目的是求解相机的内外参数,一般多用张正友标定算法,其对应的投影矩阵为:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $s$  表示尺度因子;  $f_x, f_y$  分别为相机在  $x, y$  轴方向上的归一化焦距;  $(u, v)$  表示像素坐标系的像素坐标;  $(x_w, y_w, z_w)$  为标志点在世界坐标系的坐标;  $u_0, v_0$  表示图像坐标系在  $x, y$  轴方向上的偏移量;  $\mathbf{R}, \mathbf{T}$  表示外参矩阵的旋转和平移向量;  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  分别为相机的内参和外参矩阵;  $\mathbf{P}$  为投影矩阵。

相机的成像会有畸变产生,一般分为径向畸变和切向畸变。产生的畸变一般需要进行校正,以提高标定的精度,但算法只考虑径向畸变,没有考虑切向畸变。因而增加切向畸变参数进行校正,其对应的校正公式为:

$$\begin{cases} x_d = x_r + x_r(1 + k_1 h^2 + k_2 h^4 + k_3 h^6) + \\ \quad [2p_1 x_r y_r + p_2 (h^2 + 2x_r^2)] \\ y_d = y_r + y_r(1 + k_1 h^2 + k_2 h^4 + k_3 h^6) + \\ \quad [2p_2 x_r y_r + p_1 (h^2 + 2y_r^2)] \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $(x_d, y_d)$  表示理想成像的坐标点,  $(x_r, y_r)$  为实际成像的坐标点,下标  $d, r$  分别表示理想成像和实际成像;  $k_1, k_2, k_3$  为径向的畸变参数;  $p_1, p_2$  为切向的畸变参数;  $h^2 = x_r^2 + y_r^2$ 。

畸变参数的校正方式是一种非线性的过程,不能直接代入点进行求解,为了减小计算误差,一般采用最大似然估计的算法,通过求重投影误差函数的最小值,以此来优化相机标定的各个参数。其函数的最小值为:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \| a_{ij} - \hat{a}(\mathbf{P}, \mathbf{D}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{W}_j) \|^2 \quad (10)$$

式中:  $L$  表示函数的最小值;  $m$  表示标定图像标志点的数量;  $n$  表示标定图像的数量;  $a_{ij}$  表示第  $i$  幅标定图上第  $j$  个标志点的坐标;  $\hat{a}$  表示重投影函数方程;  $\mathbf{P}$  表示相机的内参数矩阵;  $\mathbf{D}$  表示畸变参数;  $\mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i$  分别表示第  $i$  幅图像的旋转矩阵和平移矩阵;  $\mathbf{W}_j$  表示第  $j$  个点的世界坐标。而后采用 Levenberg-Marquardt 算法对式(10)进行求解,得到最优的相机标定参数。

评价标定的精度一般采用重投影误差来判定,其公式为:

$$E = \sum_{k=1}^m \frac{1}{m} \sqrt{(x_k - x_{pk})^2 + (y_k - y_{pk})^2} \quad (11)$$

式中:  $(x_k, y_k)$  为第  $k$  个原像点坐标;  $(x_{pk}, y_{pk})$  为第  $k$  个原像点对应的重投影点坐标,下标  $p$  表示重投影;  $E$  表示重投影误差,其值越小代表标定精度越高。

本文将标定图像所求得到的标志点坐标代入到张正友算法中,并结合式(10),可求得相应的相机标定参数。由式(11)求得不同方法的重投影误差,进一步评判标定精度。

## 3 实验验证

为了验证本文算法的标定精度,实验中采用同一型号的工业相机和圆形阵列标定板,在光照环境一致和双目相机摆放位置相同等条件下,开展相机标定的实验。通过标定后的相机内外参数,计算出不同方法的重投影误差,所求得的误差值与工业标定软件的 0.2 pixel 进行比较。当误差值小于 0.2 pixel 时,即为标定精度有所提高。

实验选用的相机为 MV-EM120 维视工业相机,其像素为 1 024 pixel × 960 pixel,采用的标定板为 11 × 9 的氧化铝圆形阵列标定板,外形尺寸为 400 mm × 300 mm,标志点误差为 ±0.01 mm。算法程序实现的平台为 Visual Studio 和 MATLAB,系统为 Windows 10,处理器为 Inter i3-8100 CPU 3.60 GHz。

相机对不同姿态的标定板进行拍摄,共选取 7 张标定图像代入程序中求解相机参数,由于图像过多,只选取 2 张标定图像,如图 8 所示。

将标定图像所提取到的标志点中心坐标代入到张正友标定算法中,通过 MATLAB calibration toolbox 工具箱解算出相关的重投影误差值以及标定结果。分别比较了手动

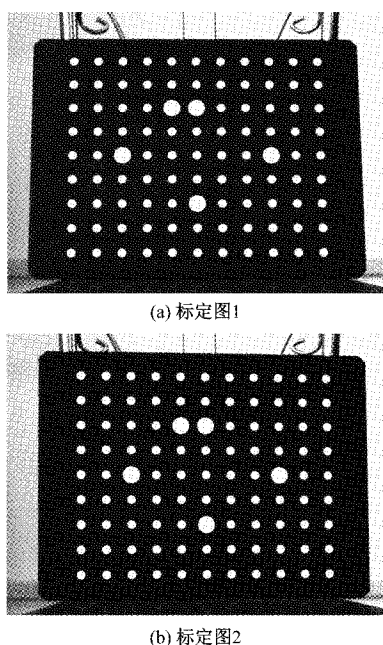


图8 标定图像

提取和自动一次提取的重投影误差值,如表1所示。由表1可知,其中 $E_x$ 和 $E_y$ 分别表示 $x$ 、 $y$ 方向上的重投影误差,自动一次提取相对于手动提取来说,重投影误差值较小,标定精度略有提高,且自动提取不受人工干预的影响以及工作效率较高。

表1 重投影误差对照表

重投影误差	手动提取	自动一次提取
$E_x/\text{pixel}$	0.072 33	0.072 27
$E_y/\text{pixel}$	0.042 36	0.042 06

考虑多次自动迭代投影,迭代次数从1~10,对应的重投影误差如表2所示。由表2可知,随着迭代次数的增加,其对应的重投影误差也在逐渐增大,故取最优的迭代次数为1次。

表2 自动迭代重投影误差

序号	水平方向重投影误差 $E_x/\text{pixel}$	竖直方向重投影误差 $E_y/\text{pixel}$
1	0.072 27	0.042 06
2	0.073 42	0.043 17
3	0.073 71	0.044 31
4	0.073 26	0.044 41
5	0.073 38	0.044 56
6	0.073 39	0.044 48
7	0.073 44	0.045 17
8	0.073 53	0.045 21
9	0.073 77	0.046 03
10	0.074 10	0.046 00

当迭代次数为1次时,对应的标定结果如表3所示。由表3可知,其中 $f_x$ 和 $f_y$ 为水平方向和垂直方向的焦距像素量, $c_x$ 和 $c_y$ 分别是在图像坐标系上水平方向和垂直方向的偏移量, $p_1$ 和 $p_2$ 为切向畸变参数, $k_1$ 、 $k_2$ 和 $k_3$ 为径向畸变参数。

表3 自动一次标定结果

参数	数值
$f_x/\text{pixel}$	4 595.696 38
$f_y/\text{pixel}$	4 597.208 71
$c_x/\text{mm}$	614.112 29
$c_y/\text{mm}$	560.172 41
$p_1$	0.000 40
$p_2$	0
$k_1$	-0.003 98
$k_2$	-3.444 93
$k_3$	0.005 64

经过比对自动提取和手动提取的实验数据,发现自动提取和手动提取的精度大致相同,但自动程序省去了鼠标选取标志点以及执行每个步骤的时间,效率上有所提升。相比于已有的标定算法,本文算法无需提前预设相机参数,投影过程简单,且校正了标定中的偏心误差,有效地提高了标定精度。维视公司商业标定软件的重投影误差标准为0.2 pixel,自动一次提取的重投影误差由式(11)解得为0.083 59 pixel,对比得知误差值降低了58%左右,即标定精度提高了58%左右,实验达到了预期效果。

#### 4 结 论

本文提出一种自动精确提取圆形标志点中心的相机标定方法,由程序算法直接提取标志点的中心,无需人为选取校正的角点或者指定标定板区域,也不用增加边框,制作成本简单以及效率高。通过对比手动提取和自动提取的方式,自动提取精度较高,且重投影误差值要优于维视商业标定软件的0.2 pixel,标定精度提升58%左右。同时研究自动多次迭代投影提取,通过实验数据比对,表明迭代的次数越多,其标定的误差就越大,即对应投影矩阵的误差值在不断增加。本文使用的算法程序较为复杂,以后的工作中将考虑优化代码,提高运行效率。

#### 参考文献

[1] LIU Y X, MO F, MITKO A, et al. Accurate calibration of standard plenoptic cameras using corner features from raw images[J]. Optics Express, 2021, 29(1):158-169.

[2] SANG J L, JAEWOO L, WONJU L, et al. Constrained multiple planar reconstruction for automatic camera calibration of intelligent vehicles[J].

- Sensors, 2021, 21(14):4643-4643.
- [3] 陈为,李泽辰,张婧,等.基于HALCON的工业机器人视觉系统标定方法研究[J].电子测量技术,2020,43(21):137-141.
- [4] 郑冬,冯鹏,龙邹荣,等.面向多因素工况下的相机标定精度综述[J].国外电子测量技术,2020,39(8):109-116.
- [5] 黄志清,苏毅,王庆文,等.二维激光雷达与可见光相机外参标定方法研究[J].仪器仪表学报,2020,41(9):121-129.
- [6] 李茂月,马康盛,许勇浩,等.基于单目结构光的形貌测量误差补偿方法研究[J].仪器仪表学报,2020,41(5):19-31.
- [7] CROMBRUGGE I V, RUDI P, STEVE V. Extrinsic camera calibration with line-laser projection [J]. Sensors, 2021, 21(4):1091-1091.
- [8] REZA M, DEREK D L. Automated calibration of smartphone cameras for 3D reconstruction of mechanical pipes[J]. The Photogrammetric Record, 2021, 36(174):124-146.
- [9] 周艳青,薛河儒,姜新华.一种基于圆形标志点的摄像机标定方法[J].内蒙古农业大学学报(自然科学版),2014,35(1):155-159.
- [10] 朱伟东,曹良洪,梅标,等.利用圆心不对称投影精确标定工业相机[J].光学精密工程,2014,22(8):2267-2273.
- [11] 卢晓冬,薛俊鹏,张启灿.基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J].中国激光,2020,47(3):242-249.
- [12] 彭妍,郭君斌,于传强,等.基于平面变换的高精度相机标定方法[J/OL].北京航空航天大学学报,2021:1-10 [2021-06-07]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0015>.
- [13] 夏瑞雪,卢荣胜,刘宁,等.基于圆点阵列靶标的特征点坐标自动提取方法[J].中国机械工程,2010,21(16):1906-1910.
- [14] 张素枝,秦宇锦.基于主动视觉的相机标定方法在太阳能电池片丝印机上的应用[J].机电工程,2016,33(3):378-382.
- [15] 陈洵凇,殷素峰,黎小巨,等.一种改进的基于九圆点的摄像机自标定算法[J].机床与液压,2021,49(1):86-90.
- [16] 刘艳,李腾飞.对张正友相机标定法的改进研究[J].光学技术,2014,40(6):565-570.
- [17] 邓仕超,李伟明,龙芊宏,等.一种改进的二值图像边界跟踪与边界链码获取算法[J].激光与光电子学进展,2018,55(6):147-153.
- [18] 江首坤,赵金枝,姜明,等.基于圆形阵列标定板的张氏相机标定法[J].北京理工大学学报,2019,39(8):859-863.

#### 作者简介

杨浩宇,硕士研究生,主要从事机器视觉校准及测距方面的研究。

E-mail: 2524303908@qq.com

张尚盈(通信作者),高级工程师,硕士研究生导师,主要从事机电一体化方面的研究。

E-mail: witocomis@163.com