

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107650

# 基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法<sup>\*</sup>

孟宪猛<sup>1</sup> 蔡翠翠<sup>2</sup>

(1. 安徽新华学院 电子工程学院 合肥 230088; 2. 皖西学院 电子与信息工程学院 六安 237012)

**摘要:** 针对鲸鱼优化算法在优化复杂工程时易陷入局部最优、收敛精度低等问题,提出一种基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法(ELWOA),该算法首先通过精英反向学习优化初始化种群,提高种群的多样性;然后增加自适应权重因子,有利于平衡算法的全局和局部搜索能力;最后将 Lévy 飞行策略应用到鲸鱼优化算法,在最优位置附近进行小范围搜索,有利于算法后期跳出局部最优,提升算法的局部搜索能力。通过对多个测试函数的仿真优化分析,结果表明,ELWOA 算法比 WOA、MWOA 算法具有较快收敛速度和较好的收敛精度。

**关键词:** 智能优化算法; 鲸鱼优化算法; 精英反向学习; 自适应权重; Lévy 飞行

中图分类号: TP301.6 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

## Whale optimization algorithm based on elite reverse learning and Lévy flight

Meng Xianmeng<sup>1</sup> Cai Cuicui<sup>2</sup>

(1. College of Electronic Engineering, Anhui Xinhua University, Hefei 230088, China;

2. College of Information Engineering, West Anhui University, Lu'an 237012, China)

**Abstract:** Aiming at the problems that the whale optimization algorithm is easy to fall into local optimum and low convergence accuracy when optimizing complex engineering, a whale optimization algorithm (ELWOA) based on elite backward learning and Lévy flight is proposed, which first optimizes the initialized population through elite backward learning to improve the diversity of the population; then increases the adaptive weight factor, which is beneficial to balance the global and local search ability of the algorithm; finally, the Lévy flight strategy is applied to the whale optimization algorithm to conduct a small search near the optimal position, which is beneficial to the algorithm to jump out of the local optimum later and improve the local search ability of the algorithm. Through the simulation and optimization analysis of several test functions, the results show that the ELWOA algorithm has faster convergence speed and better convergence accuracy than the WOA and MWOA algorithms.

**Keywords:** intelligent optimization algorithms; whale optimization algorithm; elite inverse learning; adaptive weighting; Lévy flight

## 0 引言

群体智能优化算法模拟生物群体间合作、竞争、捕食等行为,是目前快速发展的一种智能技术,主要用于解决实际复杂工程中的优化问题。目前群体智能优化算法主要有蚁群算法<sup>[1]</sup>、萤火虫算法<sup>[2]</sup>、蝙蝠算法<sup>[3]</sup>、布谷鸟搜索算法<sup>[4]</sup>、鲸鱼优化算法等。鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA) 是 Mirjalili 等<sup>[5]</sup> 在 2016 年提出的一种模拟鲸鱼捕食行为的智能优化算法,相比于其他群体智能优化算法,鲸鱼优化算法具有寻优能力强、结构简单、调节参数少等特点,被用于解决许多复杂工程的优化问题<sup>[6-8]</sup>。但是算法自身的特点导致在寻优过程中依然存在着不足,如算法的随机初始化和参数随机化会影响算法的寻优性能,种群多样性会使算法陷入局部最优等问题。目前许多研究者对鲸鱼优化算法的改进进行研究,改进算法的参数调整,并将鲸鱼优化与精英搜索、差分进化等算法相结合,如汤安迪等<sup>[9]</sup> 提出了一种混沌多精英鲸鱼优化算法,通过立方映射混沌算子优化初始种群,增强种群多样性,在自适应框架内融入正余弦算法,利用多精英搜索策略有效地提高了算法开发能力和搜索能力,最后通过贪婪策略提高收敛效率;

收稿日期:2021-08-19

\* 基金项目:安徽高校自然科学基金(KJ2018A0417)、安徽省质量工程(2018ylzy073,2020jyxm2146)项目资助

张达敏等<sup>[10]</sup>提出了一种嵌入 Circle 映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法, 利用 Circle 混沌序列取代随机初始化的种群, 提高初始个体的多样性; 采用小孔成像反向学习策略, 增加寻优位置的多样性, 避免算法陷入局部最优; 增加自适应权重, 协调算法的全局和局部搜索的能力。目前针对鲸鱼优化算法的改进, 已有很多方法和措施, 并且也取得了一定的效果, 但算法仍未完全解决易陷入局部最优、收敛精度低等问题。

针对鲸鱼优化算法存在的不足, 本文提出了一种基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法(ELWOA)。该算法首先采用精英反向学习优化初始化种群, 实现初始种群的多样性, 然后算法搜索增加自适应权重因子, 有效平衡全局搜索和局部搜索能力, 最后将 Lévy 飞行策略应用到鲸鱼优化算法, 在最优位置附近进行小范围搜索, 有利于算法在后期跳出局部最优, 提升鲸鱼优化算法的局部搜索能力。相比鲸鱼优化算法、其他改进算法, 具有较好的收敛速度和收敛精度, 适用于复杂工程问题的优化。

## 1 鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法是模拟鲸鱼的捕食行为的一种优化算法, 主要有包围猎物、气泡网攻击、搜索猎物 3 个阶段, 鲸鱼的捕食行为如图 1 所示。

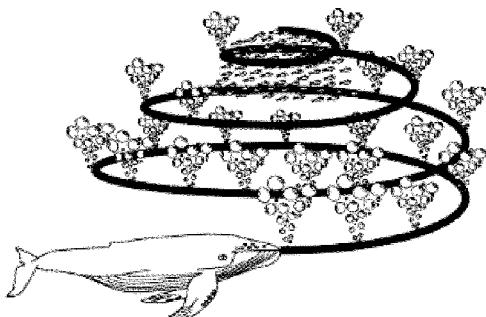


图 1 鲸鱼捕食行为示意图

### 1) 包围猎物阶段

鲸鱼主要通过识别猎物位置实现对猎物的包围, 但由于无法提前获知猎物的具体位置信息, 因此在算法寻优过程中, 选取当前种群的最优个体位置作为最优位置, 种群的其他个体均向最优位置靠近, 表示为<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}^*(t) - A \cdot \mathbf{D} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}^*(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{X}^*(t)$  为当前种群的最优位置向量;  $\mathbf{X}(t)$  为当前个体的位置向量;  $t$  为当前迭代次数;  $A$  和  $C$  为调整的系数, 可以表示为<sup>[5]</sup>:

$$A = 2ar_1 - a \quad (3)$$

$$C = 2 \cdot r_2 \quad (4)$$

$$a = 2(1 - t/T_{\max}) \quad (5)$$

式中:  $a$  为控制参数;  $r_1$  和  $r_2$  为  $[0, 1]$  随机产生的数;  $T_{\max}$

为最大的迭代次数。

### 2) 气泡网攻击阶段

鲸鱼采用气泡网攻击猎物, 主要有收缩包围和螺旋式位置更新两种形式, 可以表示为:

(1) 收缩包围: 通过调整式(3)中的控制参数  $a$ , 实现对猎物的收缩包围。

(2) 螺旋位置更新: 鲸鱼在包围猎物后, 采用螺旋式运动逐步靠近猎物, 表示为<sup>[6]</sup>:

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}^*(t) + \mathbf{D}_P \cdot e^{bl} \cos(2\pi l) \quad (6)$$

$$\mathbf{D}_P = |\mathbf{X}^*(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{D}_P$  为鲸鱼和被捕食猎物间的距离;  $b$  为一个常数, 表示螺旋的形状;  $l$  为  $[-1, 1]$  之间一个的随机数。

鲸鱼采用气泡网攻击猎物时, 通过随机的方式更新个体位置信息, 同步更新收缩包围和螺旋位置, 表示为<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{X}(t+1) = \begin{cases} \mathbf{X}(t) - A \cdot \mathbf{D}, & p < 0.5 \\ \mathbf{X}(t) + \mathbf{D}_P \cdot e^{bl} \cos(2\pi l), & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $p$  为  $[0, 1]$  产生的随机数。

### 3) 搜索猎物阶段

鲸鱼采用随机游走机制进行猎物的搜索, 利用当前种群的个体位置信息更新下一代个体位置信息, 随机搜索策略使算法具有良好的全局寻优性能。当变量系数  $|A|$  的值大于 1 时, 随机选取鲸鱼个体位置来调整寻优个体的位置信息, 表示为<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_{rand}(t) - A \cdot \mathbf{D} \quad (9)$$

$$\mathbf{D} = |C \cdot \mathbf{X}_{rand}(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{X}_{rand}(t)$  是当前种群个体中随机选取的位置向量;  $\mathbf{X}(t)$  是当前种群个体的位置向量。

## 2 改进鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法寻优过程中, 调整参数是通过随机产生的, 存在较大的随机性, 会导致算法出现收敛速度慢、收敛精度低等问题<sup>[11-12]</sup>。为有效解决这些问题, 本文在鲸鱼优化算法基础上, 提出一种基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法, 主要利用精英反向学习优化初始化种群, 提高初始种群的多样性; 算法搜索增加自适应权重因子, 有效平衡全局搜索和局部搜索能力; 将 Lévy 飞行策略应用到鲸鱼优化算法, 在最优位置附近进行小范围搜索, 有利于算法在后期跳出局部最优, 提升鲸鱼优化算法的局部搜索能力。

### 2.1 基于精英反向学习的种群初始化

在算法优化迭代之前, 鲸鱼种群个体一般采用随机方式初始化位置信息, 由于不能获得最优解的位置, 随机初始化会导致可行解范围增大、搜索时间变长等问题, 所以种群的初始化对算法的搜索性能有很大影响。

利用精英反向学习优化初始化的种群, 产生精英反向学习的种群个体  $\bar{\mathbf{X}}_i$ , 表示为<sup>[13]</sup>:

$$\bar{\mathbf{X}}_i = k(L + U) - \mathbf{X}_i \quad (11)$$

式中： $\mathbf{X}_i$  为当前个体的位置信息， $L$  为表示可行解的最大值， $U$  为可行解的最小值， $k$  为  $(0,1)$  之间的随机数。

经过精英反向学习优化后，计算相应个体的适应度函数值，通过比较当前个体和优化后个体适应度函数值，选择适应度值较优的个体作为初始种群个体。采用如下精英反向学习优化随机的初始化种群<sup>[14]</sup>。

$$\mathbf{X}_i = \begin{cases} \overline{\mathbf{X}}_i, & f(\overline{\mathbf{X}}_i) < f(\mathbf{X}_i) \\ \mathbf{X}_i, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

## 2.2 自适应权重

自适应权重因子可有效平衡算法的全局搜索和局部搜索能力<sup>[15]</sup>。鲸鱼优化算法引入自适应权重因子，公式如下：

$$\omega = \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{2 \cdot T_{\max}} + \pi\right) + 1 \quad (13)$$

式中： $t$  为当前迭代次数， $T_{\max}$  为最大迭代数。

增加自适应权重因子后，鲸鱼优化算法的优化过程分别表示为：

$$\mathbf{X}(t+1) = \omega \cdot \mathbf{X}^*(t) - A \cdot \mathbf{D} \quad (14)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \omega \cdot \mathbf{X}^*(t) + \mathbf{D}_p \cdot e^{bt} \cos(2\pi t) \quad (15)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \omega \cdot \mathbf{X}_{rand}(t) - A \cdot \mathbf{D} \quad (16)$$

## 2.3 Lévy 飞行

Lévy 飞行是一种随机搜索方式，已广泛应用于多种智能优化算法。鲸鱼优化算法采用 Lévy 飞行策略，在最优位置附近进行小范围搜索，有效扩大算法的搜索范围，可种群跳出局部最优。

采用 Lévy 飞行的位置更新公式为<sup>[16]</sup>：

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}(t) + \alpha L(\beta) \mathbf{X}(t) \quad (17)$$

式中： $\mathbf{X}(t+1)$  为第  $t+1$  代个体位置信息； $\mathbf{X}(t)$  为第  $t$  代的个体位置信息； $\alpha$  为步长缩放因子； $L$  为优化步长系数，服从 Lévy 飞行分布，表示为：

$$L \sim \frac{\beta \Gamma(\beta) \sin(\pi \beta / 2)}{\pi} \frac{1}{s^{1/\beta}}, s \gg s_0 \gg 0 \quad (18)$$

其中， $\beta$  为常数，取值范围为  $0 < \beta < 2$ ，本文取  $\beta = 3/2$ ， $\Gamma(\beta)$  为伽马函数， $s$  表示为：

$$s = \frac{\mu}{|\nu^{1/\beta}|}; \mu \sim N(0, \sigma^2), \nu \sim N(0, 1) \quad (19)$$

式中： $\sigma^2$  可通过式(20)得到：

$$\sigma^2 = \left\{ \frac{\Gamma(1+\beta)}{\beta \Gamma((1+\beta)/2)} \cdot \frac{\sin(\beta \pi / 2)}{2^{(\beta-1)/2}} \right\} \quad (20)$$

## 2.4 改进算法的实现步骤

改进的鲸鱼优化算法的具体步骤如下：

1) 确定种群个数  $N$ ，最大迭代次数  $T_{\max}$ ，空间维度  $dim$ ，螺旋形状常数  $b$ ，随机常数  $l$  等算法参数。

2) 在函数可行解范围内随机产生初始化种群个体，并计算个体的适应度值。

3) 采用精英反向学习优化随机初始化的种群个体，并计算优化后个体的适应度值，通过比较优化前后的适应度

值，将适应度值较优的个体位置为最优位置。

4) 根据参数值选择不同阶段进行个体位置更新，当  $p < 0.5$  时，若  $|A| < 1$ ，通过式(14)更新鲸鱼个体位置；若  $|A| \geq 1$ ，通过式(16)更新鲸鱼个体位置，并计算个体相应的适应度值。

5) 当  $p \geq 0.5$  时，通过式(15)更新鲸鱼个体位置，并计算个体相应的适应度值。

6) 利用式(17)对最优位置再进行 Lévy 飞行策略优化更新，并计算优化后个体的适应度值。

7) 判断是否更新最优个体位置，比较 Lévy 飞行策略优化前后的适应度值，如果 Lévy 飞行优化后的个体适应度值小于优化前个体适应度值，则保留优化后的个体位置和适应度值，否则舍弃 Lévy 飞行优化后的个体位置。

8) 判断是否达到最大迭代次数，若满足条件，算法迭代过程结束，输出当时最优个体位置和适应度函数值，否则返回步骤 2) 继续优化搜索。

算法的具体流程如图 2 所示。

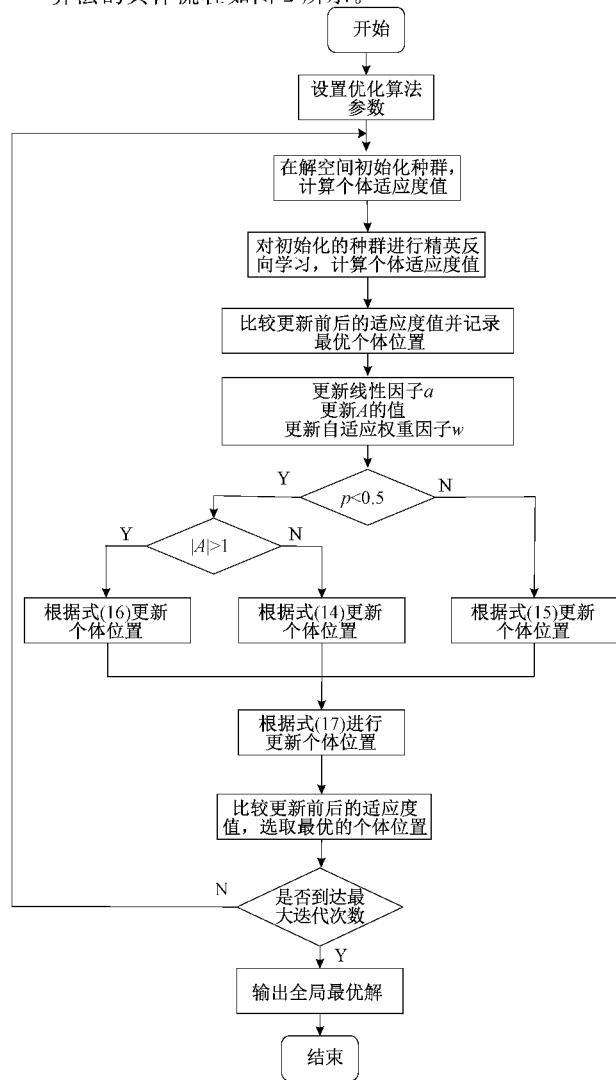


图 2 算法的流程

### 3 实验结果与分析

本文选取 WOA、文献[10]的 MWOA 以及 ELWOA 优化算法进行性能对比分析,设置算法的最大迭代次数为 500,种群个数为 30,其他参数设置如表 1 所示。为有效验证 ELWOA 优化算法具有良好的寻优性能,选用 8 个标准测试函数进行仿真分析,采用平均值(Mean)、标准差值(Std)和最优值(Best)指标作为评价标准,具体的测试函数

信息如表 2 所示。

表 1 仿真参数设置

优化算法	参数设置
WOA	$b = 1$
MWOA	$\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4, n = 12\,000$ $b = 1, \delta = 0.1, \lambda = 0.1, b_1 = 1, b_2 = 2$
ELWOA	$\alpha = 0.01, \beta = 1.5, b = 1$

表 2 测试函数及具体信息

函数	维度	搜索区间	最小值
$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	[-100, 100]	0
$F_2(x) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	30	[-10, 10]	0
$F_3(x) = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	30	[-100, 100]	0
$F_4(x) = \max\{ x_i , 1 \leq i \leq n\}$	30	[-100, 100]	0
$F_5(x) = \sum_{i=1}^n i x_i^4 + \text{random}[0, 1]$	30	[-1.28, 1.28]	0
$F_6(x) = \sum_{i=1}^n [x_i - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	30	[-5.12, 5.12]	0
$F_7(x) = -20\exp(-0.2\sqrt{1/n(\sum_{i=1}^n x_i)}) - \exp(1/n(\sum_{i=1}^n 2\pi x_i)) + 20 + e$	30	[-32, 32]	0
$F_8(x) = \frac{1}{4\,000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$	30	[-600, 600]	0

对于每个测试函数,使用 MATLAB 仿真软件分别独立连续计算 30 次,并记录每次计算的最优值、平均值和标

准差,具体的仿真计算结果如表 3 所示,每个测试函数的最优迭代收敛曲线如图 3 所示。

表 3 仿真实验结果

名称	评价指标	WOA	MWOA	ELWOA	名称	评价指标	WOA	MWOA	ELWOA
F1	Mean	$1.55 \times 10^{-75}$	$1.07 \times 10^{-179}$	0	F5	Mean	$4.02 \times 10^{-3}$	$7.31 \times 10^{-4}$	$2.49 \times 10^{-5}$
	Std	$4.55 \times 10^{-75}$	0	0		Std	$3.84 \times 10^{-3}$	$4.15 \times 10^{-5}$	$2.11 \times 10^{-5}$
	Best	$4.37 \times 10^{-85}$	$2.70 \times 10^{-183}$	0		Best	$1.26 \times 10^{-3}$	$3.31 \times 10^{-4}$	$1.95 \times 10^{-6}$
F2	Mean	$4.87 \times 10^{-53}$	$6.98 \times 10^{-100}$	0	F6	Mean	0	0	0
	Std	$1.22 \times 10^{-52}$	$1.00 \times 10^{-99}$	0		Std	0	0	0
	Best	$3.02 \times 10^{-58}$	$6.04 \times 10^{-104}$	0		Best	0	0	0
F3	Mean	$2.98 \times 10^4$	$6.62 \times 10^{-97}$	0	F7	Mean	$5.15 \times 10^{-15}$	$3.02 \times 10^{-15}$	$8.88 \times 10^{-16}$
	Std	$1.36 \times 10^4$	$2.25 \times 10^{-101}$	0		Std	$1.42 \times 10^{-15}$	$1.74 \times 10^{-15}$	0
	Best	$8.53 \times 10^3$	$1.57 \times 10^{-99}$	0		Best	$4.44 \times 10^{-15}$	$8.81 \times 10^{-16}$	$8.88 \times 10^{-16}$
F4	Mean	1.15	$3.38 \times 10^{-100}$	0	F8	Mean	$4.83 \times 10^{-2}$	0	0
	Std	0.791 34	$7.68 \times 10^{-103}$	0		Std	$9.68 \times 10^{-2}$	0	0
	Best	0.137	$4.11 \times 10^{-102}$	0		Best	0	0	0

从测试函数 F1~F4 的仿真结果可以看出,ELWOA 的收敛精度、收敛速度和稳定性均优于 WOA 和 MWOA。

从测试函数 F5 的仿真结果可以看出,ELWOA 的收敛精度、收敛速度稍微优于 WOA 和 MWOA。从测试函数 F6

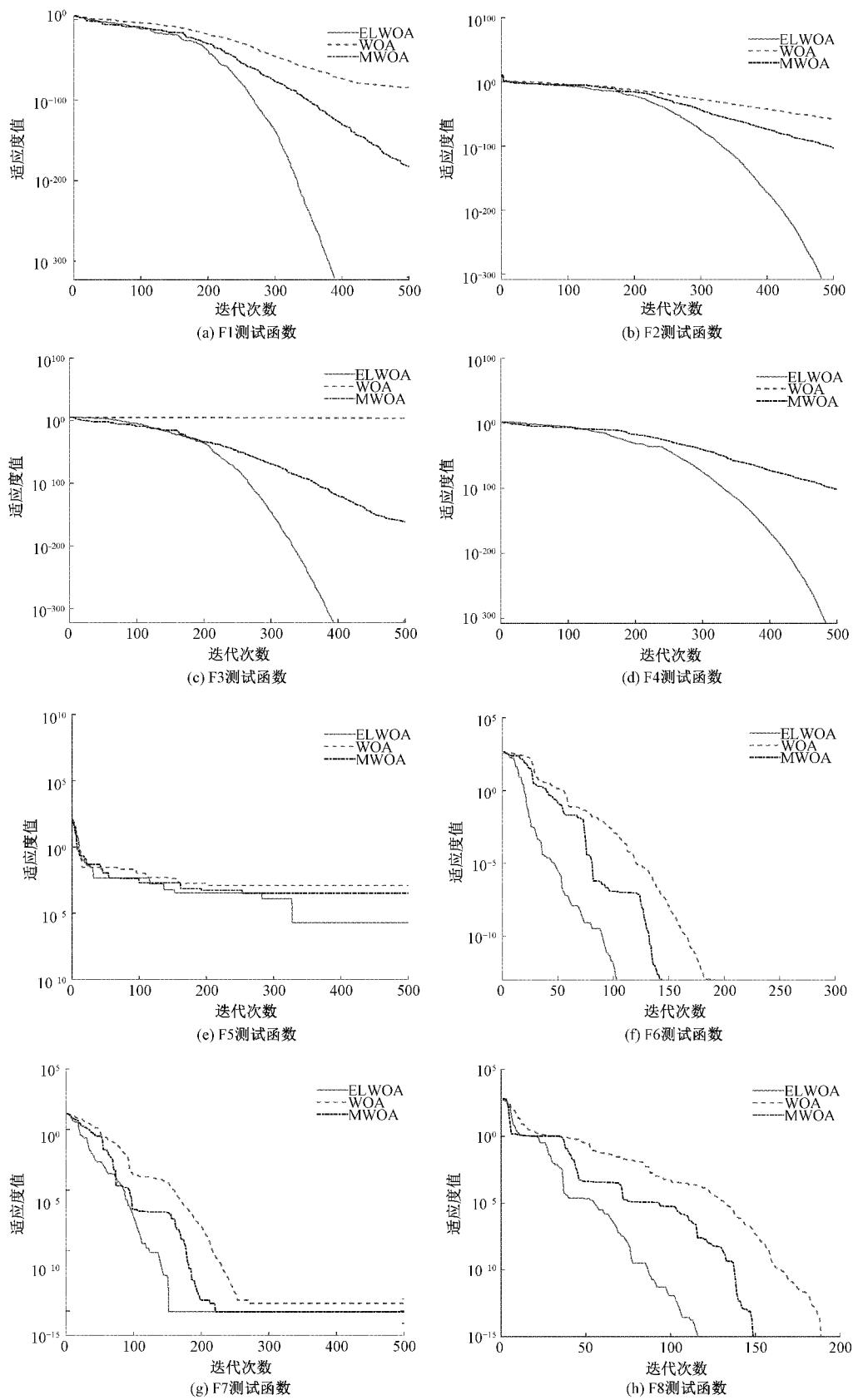


图 3 测试函数的收敛曲线

的仿真结果可以看出,WOA、MWOA 和 ELWOA 均能达到理想的最小值,通过收敛曲线可以看出,ELWOA 收敛速度要优于 WOA 和 MWOA。从测试函数 F7 的仿真结果可以看出,ELWOA 和 MWOA 的收敛精度基本一致,优于 WOA 的收敛精度;ELWOA 的收敛速度、稳定性要优于 WOA 和 MWOA。从测试函数 F8 的仿真结果可以看出,ELWOA 和 MWOA 均可达到理想的最小值,两者的收敛精度均优于 WOA;ELWOA 的收敛速度、稳定性均优于 WOA 和 MWOA。通过以上对比分析,基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法的稳定性好,收敛精度高,收敛速度也优于大多数改进鲸鱼算法。

#### 4 结 论

针对鲸鱼优化算法易陷入局部最优、收敛精度低等问题,提出了一种基于精英反向学习和 Lévy 飞行的鲸鱼优化算法。该算法采用精英反向学习优化初始化种群,提高初始种群的多样性;算法搜索增加自适应权重因子,有效平衡全局和局部搜索能力;通过 Lévy 飞行策略优化更新,在最优位置附近进行小范围搜索,可使种群跳出局部最优,提升鲸鱼优化算法的局部搜索能力。通过仿真实验分析,所提算法具有较好的收敛精度和收敛速度,可应用解决复杂工程的优化问题,具有良好的应用价值。

#### 参考文献

- [1] SHARMA V, GROVER A. A modified ant colony optimization algorithm (Maco) for energy efficient wireless sensor networks [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2016, 127(4): 2169-2172.
- [2] TILAHUN S L, NGNOTCHOUYE J M T. Firefly algorithm for discrete optimization problems: A survey[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2017, 21(2): 535-545.
- [3] 吴忠强,杜春奇,李峰,等.基于蝙蝠算法的永磁同步电机健康状态监测[J].仪器仪表学报,2017,38(3): 695-702.
- [4] 王洪亮,周于尧,刘志坚,等.基于改进 CS 算法的光伏系统 MPPT 仿真研究 [J]. 电子测量技术, 2020, 43(7):67-71.
- [5] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95(5): 51-67.
- [6] 肖子雅,刘升.精英反向黄金正弦鲸鱼算法及其工程优化研究[J].电子学报,2019,47(10): 2177-2186.
- [7] 伍铁斌,朱红求,龙文,等.改进的鲸鱼优化算法及其在烧结配料中的应用[J].中南大学学报,2020,51(1): 103-111.
- [8] 郝晓弘,宋吉祥,周强,等.混合策略改进的鲸鱼优化算法[J].计算机应用研究,2020,37(12): 3622-3625,3655.
- [9] 汤安迪,韩统,徐登武,等.混沌多精英鲸鱼优化算法[J].北京航空航天大学学报,2021,47(7): 1481-1494.
- [10] 张达敏,徐航,王依柔,等.嵌入 Circle 映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法[J].控制与决策,2021, 36(5): 1173-1180.
- [11] 刘浩然,张力锐,范瑞星,等.基于改进鲸鱼优化策略的贝叶斯网络结构学习算法[J].电子与信息学报,2019, 41(6):1434-1441.
- [12] 褚鼎立,陈红,王旭光.基于自适应权重和模拟退火的鲸鱼优化算法[J].电子学报,2019,47(5): 992-999.
- [13] 何庆,黄闽茗,王旭.基于精英反向学习的逐维改进蜻蜓算法[J].南京师范大学学报(自然科学版),2019, 42(3):65-72.
- [14] 谢承旺,王志杰,夏学文.应用档案精英学习和反向学习的多目标进化算法[J].计算机学报,2017,40(3): 757-772.
- [15] 孟宪猛,蔡翠翠.基于改进鲸鱼优化算法的阵列单元失效校正[J].探测与控制学报,2020,42(6):72-76.
- [16] 于建芳,刘升,王俊杰,等.融合莱维飞行与黄金正弦的蚁狮优化算法[J].计算机应用研究,2020,37(8): 2349-2353.

#### 作者简介

孟宪猛,硕士研究生,高级工程师,主要研究方向为智能信息处理。  
E-mail:mengxianm@126.com