

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2108103

基于机器视觉的扭摆法转动惯量测量技术研究*

汪睿 鲁承伟 孙天龙 李鸿基 张烈山

(浙江理工大学机械与自动控制学院 杭州 310018)

摘要: 针对阻尼条件下刚体转动惯量的测量问题,提出一种融合机器视觉和扭摆法原理的新方法。根据扭摆法的测量原理,建立了摆角 θ 关于时间 t 、阻尼比 ζ 、无阻尼自振频率 ω_n 的数学模型,最终推导出了线性阻尼条件下转动惯量的计算方法。利用高分辨率工业相机和成像系统对扭摆台进行摄像,经图像边缘捕获、特征点提取、摆角计算后得到摆角 θ 关于时间 t 的曲线,根据该曲线计算出阻尼比 ζ 、周期 T 和转动惯量 I 。搭建了一套实验系统,针对转动惯量不大于 $4.00 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的被测物体进行转动惯量测量实验,结果表明测量误差的绝对值不超过 $4.55 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;对于4种被测物进行了多次重复性测量实验,测量的标准差优于 $1.2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。该方法可用于工程中刚体惯量的测量问题,对某型无人机进行了Z轴转动惯量实测,进一步验证了所述方法的有效性。

关键词: 机器视觉;扭摆法;转动惯量;阻尼

中图分类号: TH823 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4035

Research on moment of inertia measurement technology based on machine vision and torsion pendulum method

Wang Rui Lu Chengwei Sun Tianlong Li Hongji Zhang Lieshan

(School of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To measure the moment of inertia of rigid body under damping condition, a new method combining machine vision and torsional pendulum method is proposed. According to the measuring principle of the torsional pendulum method, the mathematical model of the pendulum swing angle θ with respect to time t , the damping ratio ζ and the undamped natural frequency ω_n is established. Finally, the calculation method of the moment of inertia under the linear damping condition is deduced. A high-resolution industrial camera and an imaging system were used to photograph the torsion pendulum. The curve of the pendulum swing angle θ with respect to time t was obtained by capturing the image edge, extracting the feature points and calculating the pendulum swing angle. According to the curve, the damping ratio ζ , the period T and the moment of inertia I were calculated. A set of experimental system is set up to measure the moment of inertia of the measured object whose moment of inertia is less than $4.00 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. The results show that the absolute value of the measurement error is less than $4.55 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Repeated measurement experiments were carried out for four kinds of tested objects, and the standard deviation was better than $1.2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. This method can be used to measure the rigid body inertia in engineering. The Z-axis rotation inertia of an unmanned aerial vehicle is measured, and the validity of the method described is further verified.

Keywords: machine vision; torsion pendulum method; moment of inertia; damping

0 引言

转动惯量是用于表征物体做旋转运动惯性大小的物理量,它是研究、设计和控制转动物体运动规律的重要工程参数。物体的转动惯量与物体的形状、转轴的位置和质量分

布相关,它将直接影响物体的初始扰动、运动稳定性和运动轨道特性等。凡涉及到转动行为的装备都需要进行转动惯量的测试,例如航天飞行器、无人驾驶航空系统、汽车、机器人水力发电机组等都需要进行转动惯量测试以验证它们的转动性能,所以实现转动惯量的高精度测量对装备结构优

收稿日期:2021-10-15

* 基金项目:国家自然科学基金(61905220)、浙江省基础公益研究计划(LGF21F050004)、国家级大学生创新创业训练计划(202010338014)、浙江省大学生科技创新活动计划(2021R406002)项目资助

化、姿态控制等至关重要^[1-5]。

在理想情况下,对于形状规则的物体,可以通过公式计算它绕定轴的转动惯量,而对于形状不规则的物体,无法较为直接地求出其转动惯量,因此大都采用实验方法测定。而在实际测量转动惯量的情况下,往往会存在各种阻尼的影响,这也是影响测量结果的一大要素。工程上常常采用复摆法^[6]、多线摆法^[7]和扭摆法^[8]等方法进行刚体转动惯量的测量。扭摆法可操作性和安全性相对较好,具有较好的可靠性,同时用其测量大尺寸物体转动惯量所得结果精度最高^[9-10]。但无论采用哪种方法,它们基本都是通过传感器获取扭摆信号,利用物体绕扭摆中心轴的转动惯量与扭摆运动周期平方成正比来计算物体的转动惯量。目前转动惯量测量技术的研究中,为减小误差而采用光栅位移传感器^[11-12]对角位移进行测量进而求出转动惯量,但所需硬件成本较高,不利于推广使用。而使用半球气浮式的测量平台虽然可以为载体提供较高的测量精度,但气浮轴承的使用不仅大大提高了实验台成本,还大大复杂了系统构成^[13]。为了能够兼顾精度和成本实现刚体转动惯量的测量,本文提出了一种融合机器视觉和扭摆法的转动惯量测量方法。

机器视觉利用计算机对被测物采集的图像或者视频进行处理,通过成像关系实现对各种几何参数的检测^[14]。现如今,基于机器视觉的图像识别已经由最初作为将物理图像转换为数字图像的工具,发展至机器层面上的智能识别。对于不同的复杂场景,图像识别技术所得到的数据或结论会更准确、稳定和客观。这种图像识别方法主要包括图像预处理、特征提取和图像匹配3种关键技术,如今广泛用于医疗检测、城市交通、电子工业生产等领域,实现了自动计数、质量检测、视频监控、智能接口和尺寸测量等应用^[15-17]。而近年来国内外机器视觉相关技术也有所发展,解决了一系列视觉检测问题,如利用色域转换解决光照问题、两步匹配法优化特征点、色差算法实现高精度测量、加工表面成像矩阵的信息提取敏感特征、改进Canny算法提高边缘提取精度等。这也使得机器视觉技术应用性更强,拓展性更好,更加方便高效地完成高精度工作^[18-22]。

机器视觉图像识别技术是人工智能最重要的科学技术。它作为一种精确且高效的感知技术,也适用于对转动物体转动惯量的测量^[23]。在利用机器视觉测量转动惯量上仍存在空缺情况下,本文将机器视觉技术引入刚体转动惯量的测量中,意在解决测量精度和成本的情况下,捕获并分析提取图像特征,利用它实现扭摆测量台扭摆角度的记录,最终得到扭摆运动曲线^[24]。该方法不仅可以精确测定扭摆运动周期还可以测绘出受阻尼影响下物体的相关参数的变化,提取出阻尼系数,从而精确计算出被测转动惯量值,解决了阻尼影响下扭摆法转动惯量测量误差较大的问题。

1 扭摆法转动惯量测量原理

1.1 扭摆法数学模型

转动惯量扭摆测量台的构造如图1所示。扭杆通常与弹性元件相连,当外部施加激励时,载物台绕弹性元件中心轴作往复扭摆运动。运动过程中受到阻尼作用,主要有被测物外形引起的空气摩擦阻力、轴承的摩擦阻力以及弹性元件内部分子摩擦形成的阻尼^[25]。而轴承的摩擦阻力是最主要的阻尼来源,若测量系统采用低成本的普通轴承,则阻尼对转动惯量的测量将会产生显著的影响。为实现低成本的测量,必须准确地建立大摩擦阻尼条件下的扭摆运动数学模型。

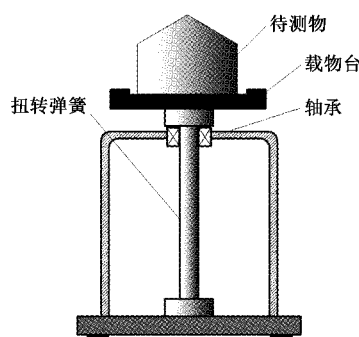


图1 转动惯量扭摆测量台结构

被测物体在垂直于弹性元件中心轴的水平面内转过角度 θ 后,在扭杆恢复力矩的作用下做扭摆运动。扭杆受扭转而产生的恢复力矩 M 与所转过的角度 θ 成正比,即:

$$M = -K\theta \quad (1)$$

运动过程中受到的摩擦阻尼主要表现为与扭摆角速度 ω 成正比的等效线性阻尼,记阻尼系数为 c ,阻尼系数反映了扭摆运动过程中所受阻尼作用的大小。需指出的是,阻尼系数并非常数,它随着被测转动惯量的增大而增大。阻尼力矩可以表示为 $c\omega$,系统的合力矩可以表示为:

$$M = -K\theta + c\omega \quad (2)$$

根据转动定律:

$$M = I\beta \quad (3)$$

式中: I 为物体绕转轴的转动惯量, β 为角加速度,由此可以建立扭摆运动微分方程:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0 \quad (4)$$

定义 $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{KI}}$ 为扭摆系统的阻尼比,定义 $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{I}}$

为扭摆系统的无阻尼自振频率,则根据阻尼系数 c 和阻尼比 ζ 、无阻尼自振频率 ω_n 以及转动惯量 I 的关系,可以将式(4)改写为:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2\theta = 0 \quad (5)$$

式(5)是典型的二阶常系数微分方程,设初始摆角为 θ_0 ,则方程的解为:

$$\theta(t) = \frac{\theta_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} \exp(-\zeta\omega_n t) \cos(\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}) \quad (6)$$

因此,在转动惯量测量过程中,扭摆曲线以指数衰减,如图 2 所示。

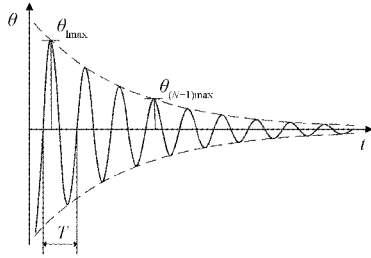


图 2 扭摆曲线

由此可得在大阻尼情况下转动惯量的计算公式:

$$I = \frac{K}{(2\pi)^2} (1-\zeta^2) T^2 \quad (7)$$

其中,刚度系数 K 可由实验标定, T 为有阻尼状态下振动周期,阻尼比 ζ 可由 N 个相邻周期振幅 $\theta_{1\max}$ 和 $\theta_{(N-1)\max}$ 计算得到,公式如下:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi N} \ln\left(\frac{\theta_{1\max}}{\theta_{(N-1)\max}}\right) \quad (8)$$

由此可知,准确测定扭簧系统的刚度系数 K ,并绘制摆角 θ 关于时间 t 的变化图像是测量转动惯量的重要前提。本文提出采用机器视觉的方法准确记录扭摆运动曲线。

1.2 扭簧刚度系数标定原理

当存在线性阻尼时,设 ζ 为阻尼比, T 为有阻尼状态下的振动周期, I 为转动惯量值,则根据周期计算公式

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sqrt{\frac{I}{K}} \quad \text{可知扭簧刚度系数计算公式如下:}$$

$$K = \frac{4\pi^2 I}{(1-\zeta^2) T^2} \quad (9)$$

因此本实验方法可以利用已知转动惯量值为 I'_1 的物体标定扭簧刚度系数 K 。

在扭摆转轴上装上转动惯量为 I_0 的金属载物圆盘(空载状态),则阻尼比为 ζ_0 、周期为 T_0 。此时扭簧刚度系数为:

$$K = \frac{4\pi^2 I_0}{(1-\zeta_0^2) T_0^2} \quad (10)$$

将转动惯量为 I'_1 的待测物放在金属载物圆盘上,则总的转动惯量为 $I_0 + I'_1$,阻尼比为 ζ_1 、周期为 T_1 。此时扭簧刚度系数为:

$$K = \frac{4\pi^2 (I_0 + I'_1)}{(1-\zeta_1^2) T_1^2} \quad (11)$$

由式(10)可以得到如下公式:

$$I_0 = \frac{K(1-\zeta_0^2) T_0^2}{4\pi^2} \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)可得:

$$K = \frac{K(1-\zeta_0^2) T_0^2 + 4\pi^2 I'_1}{(1-\zeta_1^2) T_1^2} \quad (13)$$

由式(13)得到最终扭簧刚度计算公式为:

$$K = \frac{4\pi^2 I'_1}{(1-\zeta_1^2) T_1^2 - (1-\zeta_0^2) T_0^2} \quad (14)$$

本实验采用的扭摆台扭簧刚度为 $0.0395 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

2 基于机器视觉的扭摆曲线记录方法

2.1 被测物参数检测原理

机器视觉刚体转动惯量检测系统,它通过相机将被检测的目标转换成图像信号,并传送至上位机,通过图像处理系统根据其像素分布、亮度和颜色等信息,对这些信号进行各种运算来抽取目标的特征信息,如位置、面积、数量等,再根据预设的条件对信息进行筛选,根据所建立的数学模型计算相关的参数并输出结果。

被测物面通过成像系统成像至相机的感光面,而后光电检测单元将光信号转换为数字图片,并上传至上位机。通过上位机软件分析图像中的几何特征,即可实现扭转角的计算。

为了验证扭转角测量的正确性,建立了成像模型,引入了 4 个坐标系,其相对位置关系如图 3 所示。

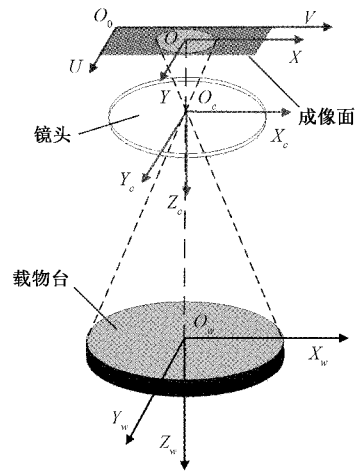


图 3 视觉检测系统坐标系关系示意图

1)世界坐标系 $O_w-X_wY_wZ_w$,原点位于光轴与被摄载物台平面的交点,用于描述被测物体的空间位置。

2)摄像机坐标系 $O_c-X_cY_cZ_c$,是一个三维直角坐标系,原点位于镜头光心处, X_c 轴和 Y_c 轴分别与成像平面坐标系的 X 轴和 Y 轴平行, Z 轴为摄像机的光轴,和图像及成像平面垂直。

3)成像平面坐标系 $O-XY$,是一个二维直角坐标系,原点是相机光轴与相面的交点。由于图像坐标系只表示数字图像中某点在图像中的位置,因而需要再建立关于物理单

位(例如 mm)的成像平面坐标系,每个像素在 X 轴和 Y 轴方向上的物理尺寸为 dx 、 dy 。 X 轴、 Y 轴分别与图像坐标系中 U 轴、 V 轴平行。

4) 图像坐标系 O_0-UV , 一个二维直角坐标系。反映了数字图片中像素的排列情况。原点位于图像的左上角,单位为 pixel。

对于单目视觉测量来说,当选定世界坐标系的 X_w 轴、 Y_w 轴分别与摄像机坐标系的 X_c 轴、 Y_c 轴平行,且坐标原点为摄像机光轴与被摄物平面的交点时,可整理得像素坐标与世界坐标系的转换关系如下:

$$x_w = \frac{U(u - u_0)}{f_x} \quad (15)$$

$$y_w = \frac{U(v - v_0)}{f_y} \quad (16)$$

其中, U 为相机镜头到世界坐标系原点的距离, f_x 为 U 轴方向归一化焦距, $f_x = \frac{x}{dx}$; f_y 为 V 轴方向归一化焦距, $f_y = \frac{y}{dy}$; u_0, v_0 为成像平面坐标系原点在图像坐标系中的坐标。

由表达式可知空间坐标系某尺寸长度会在图像坐标系中按照某一确定比例变化。因此像素坐标系中求得的扭摆角等于世界坐标系中扭摆角的大小。

2.2 转动惯量测量算法

利用机器视觉的方法采集扭摆运动图像后进行算法处理,提取特征点,求解圆形扭摆台和零位标记点处标记圆的圆心坐标,从而得到摆角 θ 关于时间 t 的关系,由此计算被测物体的转动惯量,测量算法流程如图 4 所示。

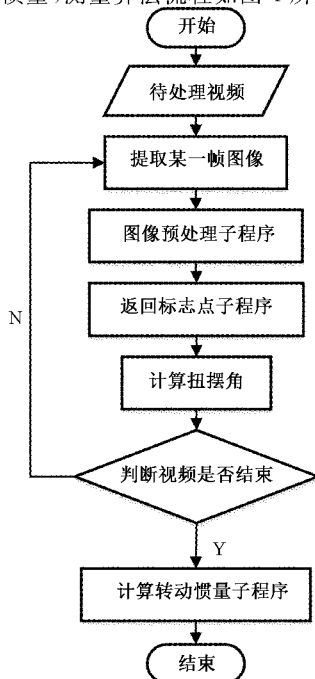


图4 测量算法流程

2.3 子算法流程

为减少相机采集的数字图像中的噪音,同时使被测物的轮廓、特征更加清晰,需对数字图像进行图像预处理。图像预处理手段主要为高斯模糊、二值化和 Canny 边缘处理,图像预处理流程如图 5 所示。

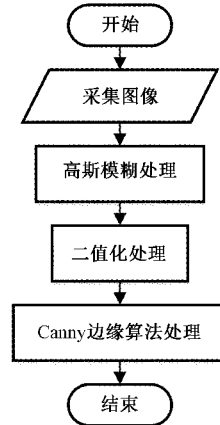


图5 预处理流程

高斯模糊的作用是使图像变得模糊且光滑,然后进行二值化处理得到灰度值只有 0 和 255 的图像,从而便于保留和分析主体特征。最后采用 Canny 算法,即边缘检测算法,尽可能多地标识出图像的实际边缘。其中包含寻找梯度强度,应用非最大抑制技术消除边误检,利用双阈值的方法决定可能的边界和利用滞后技术跟踪边界。

在经过预处理后,图像中被测物体的轮廓已经较为清晰。运用 OpenCV 中的 FindContours() 函数提取出每一个轮廓的像素点集。由于运动扰动产生的微小轮廓也可能被捕获,因此使用 OpenCV 中的 contourArea() 函数进行筛选,保存正确的轮廓集。流程如图 6 所示。

为了在圆形轮廓在微小变形情况下依然可以得到较为准确圆心坐标,采用 OpenCV 的轮廓特征 moment() 函数,其返回 24 个键值对。求解轮廓质心只需几何矩的前 3 个键值 m_{00} 、 m_{10} 、 m_{01} 。圆心坐标计算公式如下:

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad (17)$$

$$y = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (18)$$

在得到圆心坐标后,以扭摆台静止状态下标记圆圆心和载物台圆心连线为起始边,计算每张图像的摆角大小,如图 7 所示。

设中心载物圆盘圆心为 $O(x_0, y_0)$, 标记圆静止圆心为 $A(x_1, y_1)$, 转过一定角度 θ 后, 标记圆圆心坐标为 $A'(x_2, y_2)$, 则扭摆角计算公式如下:

$$\theta = \arccos \left[\frac{|(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) + (y_1 - y_0)(y_2 - y_0)|}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2}} \right] \quad (19)$$

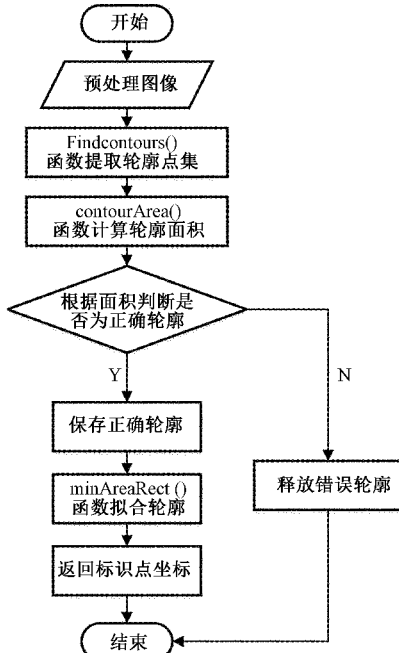


图 6 提取特征点子程序流程

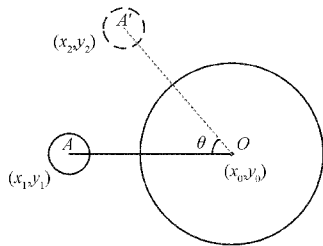


图 7 扭摆角计算示意图

结合相机帧率得到每张图像对应的时间,从而获得大量 $[\theta, t]$ 数据组,绘制扭摆曲线,计算周期 T 、阻尼比 ζ 和转动惯量 I ,算法流程如图 8 所示。

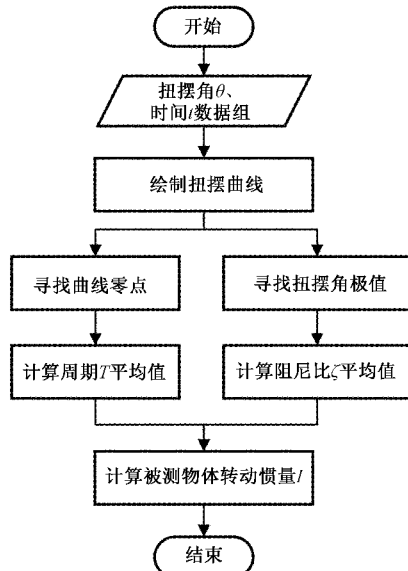


图 8 转动惯量计算流程

针对周期 T 的计算,通过各零点间的距离求得一组周期 T 的数据,并取平均值作为最终计算结果。

扭摆运动曲线在零点附近斜率最大,且接近线性。连接靠近时间 t 轴两侧的一对极性相反的采样点,可近似把这条直线和 t 轴的交点看作扭摆曲线的零点。如图 9 所示,设零点为 $B_0(t_0, \theta_0)$,左采样点为 $B_1(t_1, \theta_1)$,右采样点为 $B_2(t_2, \theta_2)$,其中 θ_0 值为 0。

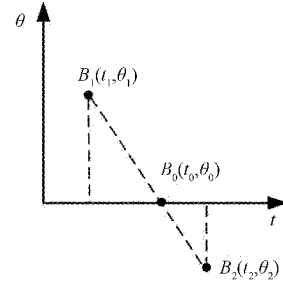


图 9 零点坐标计算示意图

则零点 t_0 坐标计算公式如下:

$$t_0 = \frac{t_2\theta_1 - t_1\theta_2}{\theta_1 - \theta_2} \quad (20)$$

每两个零点横坐标的差值即为周期 T ,这样计算可以提高周期测量的分辨率。

针对阻尼比 ζ 的计算,寻找扭摆曲线中的极值点,并根据式(8)求解相邻 N 个周期极值点的阻尼比,最后取平均值。

在得到周期 T 和阻尼比 ζ 后根据式(7)即得转动惯量。

3 转动惯量测量实验系统

为验证本文所述机器视觉和扭摆法测量物体转动惯量的有效性,搭建了一套影像测量系统。该系统实物如图 10 所示,主要由 LED 环形光源、可升降支架、定焦镜头、工业相机、扭摆台以及上位机构成。

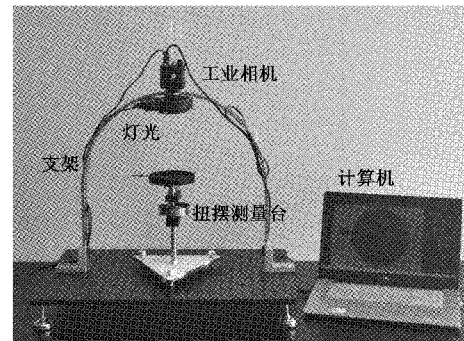


图 10 系统图像采集实物图

LED 环形光源用于屏蔽环境光的不稳定因素对图像采集的影响,确保良好的照明视野。用高分辨率工业相机录制扭摆运动过程的图像,上位机获取视频后,对每一帧的

图像进行识别和处理,计算摆角位置和时间,从而求解被测物体的转动惯量。

本文实验用相机进行运动形态的捕获,因此对分辨率和帧率要求较高,综合多方面指标最终选用型号为VMS16M35的工业相机,具体参数如表1所示。

表1 相机参数

指标	具体参数
像素尺寸	1.34 $\mu\text{m} \times 1.34 \mu\text{m}$
照片分辨率	8 320 \times 4 689
视频分辨率	720P120
放大倍数	1~16
靶面	2/3"

镜头由可调光阑和透镜组构成,设定镜头到物体的工作距离 D 为 28 cm,视野大小 $V \times H$ 为 20 cm \times 26 cm,由相机靶面尺寸为 2/3 知 CMOS 大小 $v \times h$ 为 6.6 mm \times 8.8 mm,根据焦距计算公式:

$$f = v \frac{D}{V} \quad (21)$$

可得焦距近似为 9.3 mm,因此根据常用镜头焦距大小选用 8 mm 的镜头。

结合分辨率等指标综合选定型号为 HT-VM0816-5MP 的低畸变工业镜头,具体参数如表 2 所示。

表2 镜头参数

指标	具体参数
焦距	8 mm
分辨率	5 MegaPixel
像面尺寸	2/3"
通光孔径	F1.6~16
畸变	-0.75%
最近物距	0.15 m
视场角(FOV)	56° \times 43.9°

4 实验结果与数据分析

4.1 标准圆柱物体转动惯量的测量

为了验证本文所述系统和方法的有效性,采用实心圆柱标准件为被测对象,记名为被测物 1#,其质量为 0.24 kg。根据实心圆柱绕自身回转轴的转动惯量计算公式:

$$I = \frac{1}{2} mr^2 \quad (22)$$

以式(22)的计算值作为被测物体 1# 绕其自身回转轴的转动惯量相对真值 I_0 , I_0 的相对真值为 $1.5219 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。为进一步说明基于机器视觉和扭摆法原理的测量方法,以被测物体 1# 为例进行转动惯量的测量实验。

测量时将被测标准件放置于载物盘的正中心,使其回转轴线与扭转台的中心轴重合。为方便记录摆角位置,在载物台的零处放置黑色标记圆,如图 11 所示,中心大圆盘为载物台。

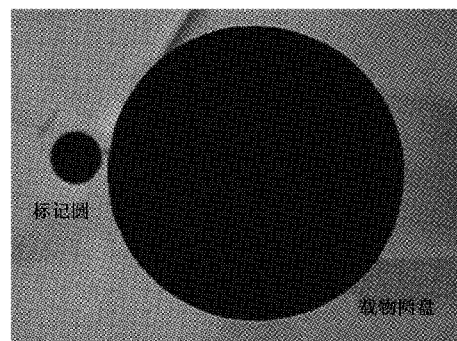


图11 空载测量实物图

以载物台静止时零位标记点所在的位置为 0° ,分别采集载物前后两次扭摆运动的图像,识别载物圆盘和标记圆的边缘,如图 12 所示。从而提取出圆心坐标,计算相对初始位置的摆角和时间。实验所采用的相机帧率为 120 帧/s,因此获得的大量离散的数据组 $[\theta, t]$,相邻两个采样点间的时间间隔为 $1/120 \text{ s}$,通过算法细分该系统扭摆周期的测量分辨率约为 0.005 s。

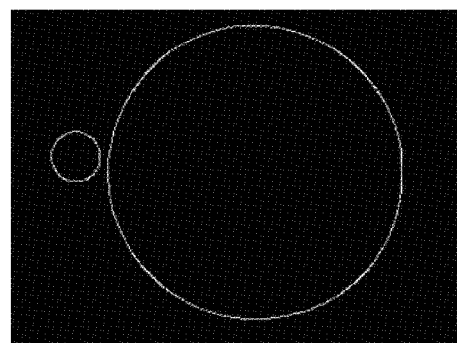


图12 边缘识别

本文首先测量了系统空载时的转动惯量,其扭摆曲线如图 13 所示。

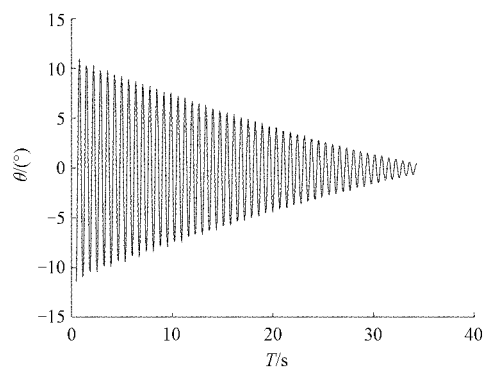


图13 空载扭摆曲线

采用同样的测量方法得到被测物体 1# 的扭摆曲线如图 14 所示。

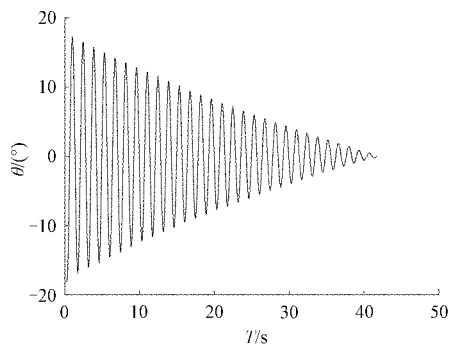


图 14 被测物体 1# 扭摆曲线

根据扭摆曲线可以得到被测物体 1# 扭摆运动周期 T ，结合式(7)、(8)计算阻尼比 ζ 和转动惯量 I ，实验结果如表 3 所示。

表 3 空载和被测物体 1# 实验结果

物理量	空载	被测物体 1#
周期 T/s	0.698	1.420
阻尼比 ζ	0.011 8	0.026 9
转动惯量测量值 $I \times 10^{-3}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.487 4	2.016 0
净转动惯量 $I' \times 10^{-3}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	—	1.528 6
绝对误差 $\Delta = I' - I_0 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	—	$0.674 0 \times 10^{-5}$

从实验结果可以看出，被测物体 1# 的净转动惯量测量值与相对转动惯量真值之间的绝对误差极小，为 $0.674 0 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，说明了该实验系统和方法的可行性。

4.2 测量正确性分析

为验证实验系统的正确性，如图 15 所示采用一对质量相同的滑块(单个滑块质量 m ，内径 D_0 、外径 D_1)对称放置在金属细杆两侧的凹槽内，通过移动滑块的位置，可获得不同被测转动惯量值。

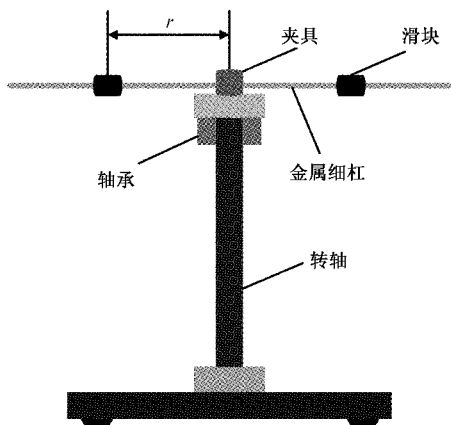


图 15 正确性测试实验示意图

根据转动惯量平行轴定理可知，其转动惯量理论真值与砝码质心距转轴的距离 r 有关，也即：

$$I = \frac{1}{4}m(D_0^2 + D_1^2) + 2mr^2 \quad (23)$$

实验得到转动惯量测量值(计算转动惯量时，已扣除金属细杆和夹具的转动惯量)，实验结果如图 16、17 所示。

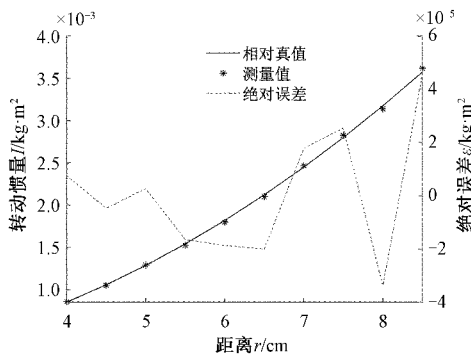


图 16 正确性测试实验数据

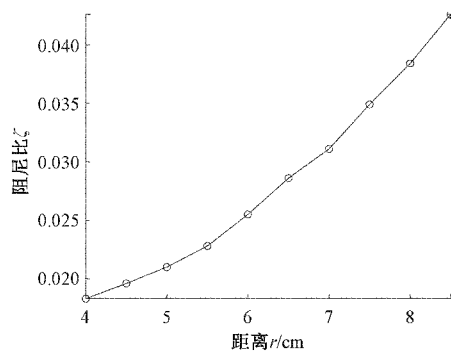


图 17 阻尼比参数变化

据图 16 和 17 分析可得，随着转动惯量的增大，阻尼比也会增大，并且随着阻尼比的增大，测量所得转动惯量的绝对误差也随之增大。

很多文献都对扭摆法转动惯量测量中摩擦阻尼的影响进行了研究，假设没有阻尼条件下，式(7)计算得到的转动惯量值为真值 I_0 ；忽略阻尼作用，即令 $\zeta = 0$ 时计算得到的转动惯量值为测量值 I ，分析比较两者之间的相对误差 ϵ ，则有：

$$\epsilon = \left| \frac{I - I_0}{I_0} \right| = \left| \frac{\zeta^2}{1 - \zeta^2} \right| \quad (24)$$

当阻尼比大于 0.02 时，忽略阻尼将产生 4% 以上的测量误差，这在工程应用中都是不允许的。

实验表明转动惯量测量值与相对真实基本一致，转动惯量测量值范围在 $0 \sim 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，所得转动惯量的绝对误差最大为 $4.547 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。实验所测参数的数据准确性较高，测量方法可靠且误差小，验证了测量方法的正确性和可行性。

4.3 测量重复性分析

为进一步验证实验系统的可重复性，使用相同的测量方法对 4 种不同质量的圆柱形被测物 1#、2#、3#、4# 进

行了多次重复性测量。4个被测物均为密度均匀的实心圆柱物体,根据式(22)计算得到它们绕自身回转轴的转动惯

量的值分别为 1.5614×10^{-3} 、 7.9574×10^{-4} 、 3.8650×10^{-3} 、 $3.0326 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,其扭摆曲线如图18所示。

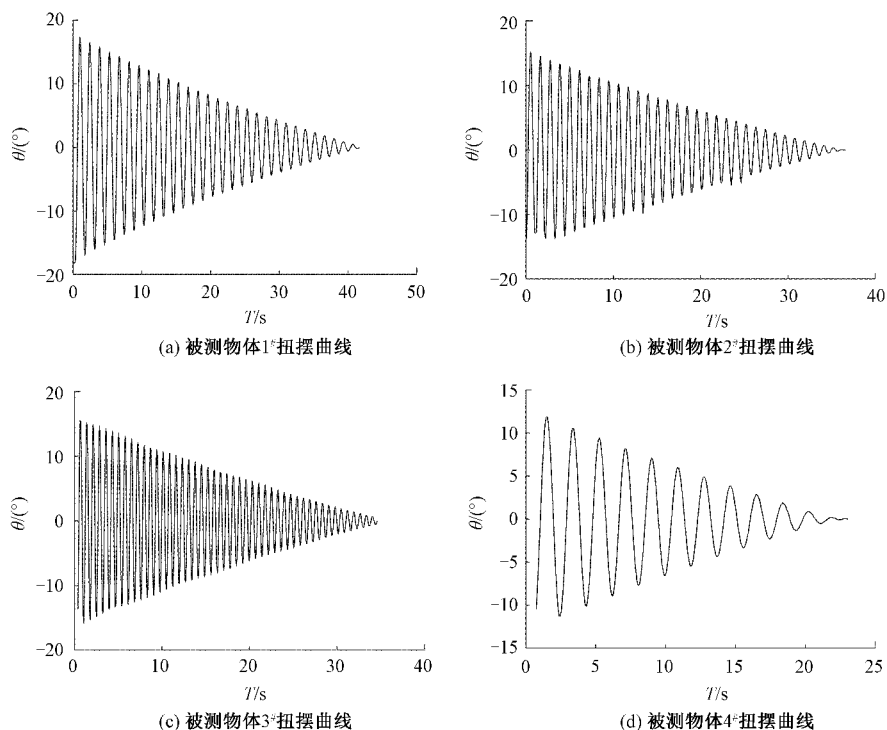


图18 被测物体扭摆曲线

根据扭摆曲线计算得到各个被测物体的周期 T 、阻尼比 ζ 、转动惯量测量值 I 和绝对误差 Δ 。其中,被测物1#的测量数据和结果如表4所示。

表4 被测物体1#重复性测量实验结果

次数	阻尼比 ζ	周期 T/s	转动惯量	绝对误差
			测量值 $I \times 10^{-3} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$\Delta \times 10^{-5} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$
1	0.022 8	1.424	1.540 4	1.852 7
2	0.028 8	1.414	1.511 4	-1.047 3
3	0.025 8	1.420	1.528 8	0.685 7
4	0.027 8	1.420	1.528 5	0.664 1
5	0.027 0	1.424	1.540 0	1.810 3
6	0.024 2	1.424	1.540 3	1.839 4
7	0.029 6	1.414	1.511 3	-1.056 6
8	0.027 2	1.424	1.540 0	1.808 1
9	0.022 8	1.419	1.526 2	0.431 2
10	0.026 3	1.419	1.525 9	0.396 6
平均值	0.026 2	1.418	1.529 3	0.738 4
标准差	0.002 3	0.004 2	0.011 2	1.124 3

根据表4所示结果,被测物体1#的周期和阻尼比的值分别在1.418 s和0.026 2上下波动,转动惯量测量值在 $1.5293 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 上下波动,平均绝对误差为

$0.7384 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,转动惯量的测量标准差为 $1.1243 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,测量结果的离散程度低。这说明本文所述方法和系统具有良好的测量可重复性。

同理可得被测物体2#、3#、4#转动惯量测量值的绝对误差如表5所示。

表5 被测物体2#、3#、4#重复性测量实验结果

次数	被测物体2#	被测物体3#	被测物体4#
	绝对误差 $\Delta \times 10^{-5} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	绝对误差 $\Delta \times 10^{-5} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	绝对误差 $\Delta \times 10^{-5} / \text{kg} \cdot \text{m}^2$
1	1.265 6	1.147 3	2.124 8
2	-1.436 5	0.934 6	0.174 2
3	0.284 3	0.353 2	2.026 8
4	1.343 6	-0.956 3	1.998 4
5	0.748 5	0.547 9	1.912 5
6	-1.063 1	0.245 9	-0.221 4
7	1.168 2	-1.357 3	2.185 6
8	1.432 6	0.454 2	2.627 4
9	-1.063 1	-1.426 8	1.813 5
10	1.078 5	0.164 2	-0.325 7
平均值	0.375 9	0.011 1	1.431 6
标准差	1.132 3	0.925 0	1.102 1

4 个被测物体的转动惯量测量结果如图 19 所示,其转动惯量的波动情况有效证明了本文所述方法和系统具有良好的测量重复性。

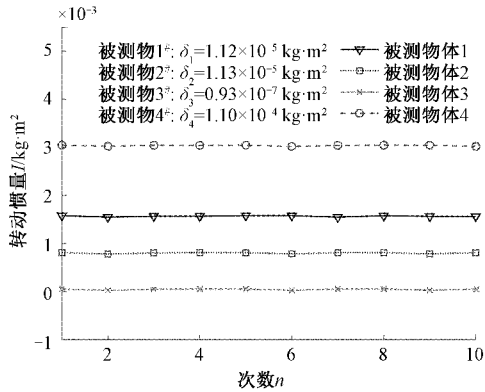


图 19 转动惯量重复性实验结果

综合上述实验可知,系统测量不同物体所得各参数数据稳定,测量的可重复性好,可靠性强,可以满足大部分工程应用的测量精度要求。

4.4 无人机 Z 轴转动惯量实测

转动惯量、惯性积等质量特性参数是飞行器研制和运行过程中需要重点关注的参数。转动惯量的测试是飞行器地面测试的重要环节,为了进一步验证本文所述方法的有效性,对某型无人机 Z 轴的转动惯量测量实验,如图 20 所示。

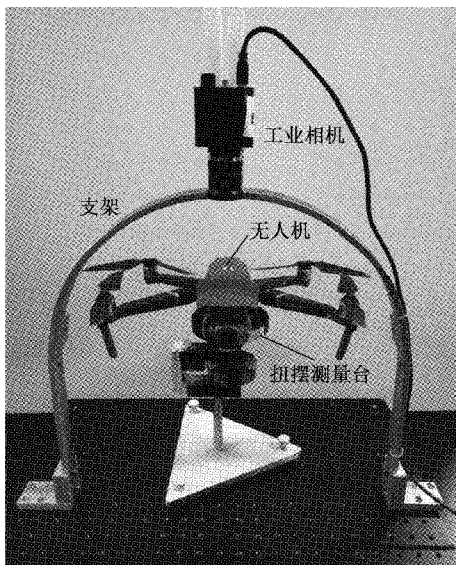


图 20 无人机 Z 轴转动惯量测量

实验测量的结果如图 21 所示,无人机的转动惯量平均值为 $2.7986 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,该值与其理论设计值基本吻合,绝对误差的平均值为 $1.2429 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,测量标准差为 $0.9297 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

从实验结果可知该系统能够准确测量无人机等不规则外形物体的转动惯量,且具有较好的可重复性。

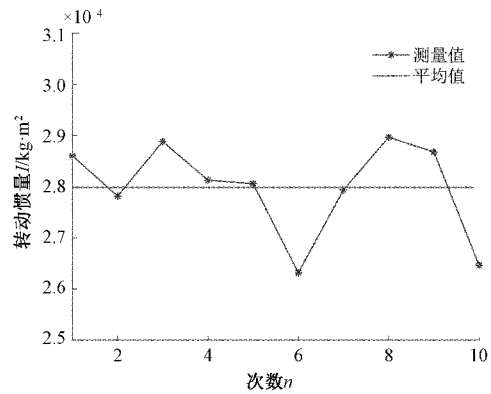


图 21 无人机 Z 轴转动惯量测量结果

5 结 论

本文在扭摆法的基础上针对阻尼条件下刚体转动惯量的测量展开了研究,引入了基于机器视觉原理的扭摆运动记录方法,利用较低成本解决了当前扭杆轴承摩擦阻尼等影响转动惯量测量精度的问题。实验所搭建的转动惯量测量系统对 $0 \sim 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 范围内的被测物具有良好准确性和可重复性,绝对误差优于 $4.55 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,多次测量标准差优于 $1.2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。实验证明本文所提出的测量方法可以应用于飞行器转动惯量测量等领域。

参考文献

- [1] 原亚旭,包建东.小口径弹丸静态参数测量方法研究[J].电子测量技术,2012,35(3):38-41.
- [2] 王超,唐文彦,张晓琳,等.大尺寸非回转体质量特性一体化测量系统的设计[J].仪器仪表学报,2012,33(7):1634-1640.
- [3] 赵述龙,安宏雷,刘建平,等.四旋翼飞行器模型的气动参数辨识[J].电子测量与仪器学报,2013,27(8):744-749.
- [4] TONDJI Y, BOTEZ R M. Semi-empirical estimation and experimental method for determining inertial properties of the unmanned aerial system-UAS-S4 of hydra technologies [J]. The Aeronautical Journal, 2017,121(1245): 1648-1682.
- [5] 王维光.扭摆法测量物体转动惯量实验改革[J].大学物理,2019,38(11):21-24.
- [6] SHAKOORI A, BETIN A V, BETIN D A. Comparison of three method to determine the inertial properties of free-flying dynamically similar models [J]. Journal of Engineering Science and Technology, 2016,11(10): 1360-1372.
- [7] TANG L, SHANGGUAN W. An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies [J].

- Measurement, 2011, 44(10):1849-1858.
- [8] MONDAL N, ACHARYYA S, SAHA R, et al. Optimum design of mounting components of a mass property measurement system [J]. Measurement, 2016, 78:309-321.
- [9] ZHAO Y, ZHANG B, HAN F, et al. Instantaneous characteristics of nonlinear torsion pendulum and its application in parameter estimation of nonlinear system[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018:7858403.
- [10] ZHANG L, WANG M, LIN J, et al. A demodulation algorithm for processing rotational inertia signals using a torsion pendulum method based on differentiation and resonance frequency analysis [J]. Measurement Science and Technology, 2021, 32: 025005.
- [11] 王亚洲,于海,易进,等. 图像式角位移测量的光栅偏心度监测系统[J]. 光学精密工程, 2020, 28(5): 1038-1045.
- [12] 罗瑜. 基于光栅尺的位移测量系统设计[J]. 电子测量技术, 2020, 43(7):18-22.
- [13] 刘成龙,蔡洪,白锡斌. 浮球式惯性平台转动惯量辨识方法研究[J]. 战术导弹技术, 2018(2):80-89, 94.
- [14] 庞尔江. 机器视觉在测量领域的应用专利技术综述[J]. 传感器世界, 2018, 24(4):7-13.
- [15] 谭文,方森,段峰,等. 基于机器视觉的3D激光平面度测量系统的研究与应用[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(1):241-249.
- [16] 董霏,侯北平,刘宇,等. 基于机器视觉的线缆导体质量检测研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(6): 144-153.
- [17] 李茂月,吕虹毓,王飞,等. 基于机器视觉的智能车辆鲁棒车道线识别方法[J]. 中国机械工程, 2021, 32(2): 242-251.
- [18] 刘明周,蒋倩男,葛茂根. 基于机器视觉的装配动作自动分割与识别[J]. 中国机械工程, 2017, 28(11): 1346-1354.
- [19] 张洪鑫,王明珠,仇浩然,等. 基于单目图像序列的铸件三维重建方法[J]. 中国机械工程, 2018, 29(23):2799-2803, 2814.
- [20] 易怀安,赵欣佳,唐乐,等. 基于彩色图像奇异值熵指标的磨削表面粗糙度视觉测量方法[J]. 中国机械工程, 2021, 32(13):1577-1583.
- [21] LIU Y, GUO L, GAO H, et al. Machine vision based condition monitoring and fault diagnosis of machine tools using information from machined surface texture: A review[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 164(11):108068.
- [22] 陈晓荣,刘亚茹,石高辉. 基于机器视觉的光纤几何参数检测算法设计[J]. 电子测量技术, 2019, 42(6): 82-86.
- [23] 杨东. 5G+人工智能机器视觉探索[J]. 通信与信息技术, 2021(1):60-63.
- [24] 张聪聪,牟莉. 基于机器视觉的图像边缘检测算法研究[J]. 国外电子测量技术, 2020, 39(12):80-85.
- [25] 张晓琳,唐松,王军,等. 复杂形状物体转动惯量测量技术研究[J]. 航天制造技术, 2011(1):17-20.

作者简介

汪睿,本科生,主要研究方向为视觉图像处理与机器视觉测量技术。

E-mail: wangr2161@163.com

张烈山(通信作者),博士,硕士生导师,主要研究方向为机器视觉测量技术、激光多普勒干涉振动测量技术等。

E-mail: zhanglieshan@163.com