

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2108384

象限判别与移动拟合结合的信号频率估计方法

王选择^{1,2} 张瑜灿¹ 王爱辉¹ 翟中生^{1,2} 冯维^{1,2}

(1.湖北工业大学机械工程学院 武汉 430068; 2.湖北省现代制造质量工程重点实验室 武汉 430068)

摘要: 正弦信号的频率估计广泛应用于通信、雷达和声呐等领域,针对正弦信号频率精确估计,提出了一种基于象限判别与移动拟合的正弦信号频率估计方法,首先采用象限判别法对采样序列数据进行周期或相位步距的初步估计,再利用初估参数对序列数据进行正弦移动拟合,最后直接根据移动拟合的各序列点的相位精确计算信号周期或频率。与现有的3种基于离散傅里叶变换(DFT)插值算法进行的仿真精度对比,其结果表明,在设计信噪比分别为-5,0,5 dB,测量频率为11.432 Hz左右6个离散频率,采样频率为2 222.22 Hz以及数据量为5 112个的条件下,该方法的频率估计均方根误差(RMSE)平均值分别为 2.048×10^{-3} , 1.290×10^{-3} , 0.870×10^{-3} Hz,平均绝对误差(MAE)的平均值分别为 1.823×10^{-3} , 1.209×10^{-3} , 0.687×10^{-3} Hz,低于其他3种算法的误差,具有更高的精度,更加接近克拉美罗界(CRLB),而且对频率取值范围不敏感,性能稳定。

关键词: 象限判别;移动正弦拟合;频率估计;克拉美罗界

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4

Signal frequency estimation method combining quadrant discriminant and moving fitting

Wang Xuanze^{1,2} Zhang Yucan¹ Wang Aihui¹ Zhai Zhongsheng^{1,2} Feng Wei^{1,2}

(1. School of Mechanical and Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2. Hubei Key Laboratory of Modern Manufacturing Quality Engineering, Wuhan 430068, China)

Abstract: Frequency estimation of sinusoidal signal is widely used in communication, radar and sonar, etc. Forasmuch as accurate estimation of sinusoidal signal frequency, an frequency estimation method for sinusoidal signals based on quadrant discriminating and moving fitting is proposed. The period or phase step of the sampled signal is estimated preliminarily using the quadrant discriminating method. Then, the move sine fitting method and the estimated parameters are applied to processing of sequence data further. Finally, the signal period or frequency is calculated directly according to the fitted phase of corresponding sequence point. The proposed algorithm is compared with simulation accuracy of three existing interpolation algorithms based on discrete Fourier transform (DFT). The simulation results show that when the design SNR is -5,0,5 dB, measuring frequency is about 11.432Hz with six discrete frequencies, sampling frequency is 2 222.22 Hz and data quantity is 5 112, the mean root mean square error (RMSE) of frequency estimation of this method is respectively 2.048×10^{-3} , 1.290×10^{-3} , 0.870×10^{-3} Hz. The mean of mean absolute error(MAE) is respectively 1.823×10^{-3} , 1.209×10^{-3} , 0.687×10^{-3} Hz, which is lower than the errors of the other three algorithms. The proposed algorithm has higher accuracy and is closer to the Cramer-Rao lower bound (CRLB). The proposed algorithm is stable performance due to insensitive to the range of frequency.

Keywords: quadrant discriminant; moving sine fitting; frequency estimation; Cramer-Rao lower bound

0 引 言

高斯噪声下正弦信号的频率估计是信号处理中的一个重要问题,涉及到声呐、通信、雷达信号处理等诸多领域^[1]。频率估计在很多工业场合具有重要意义,例如,在电力系

统,由于输入和输出不平衡带来的频率波动会给一些设备带来灾难性的破坏,因此及时的掌握当前频率,可以避免相关事故的发生。而频率信号一般混杂有高频噪声、谐波等成分,给精确估计带来一定的困难,因此,工程领域如何准确地估计频率显得尤为重要。

收稿日期:2021-11-17

目前,很多学者对信号频率估计的算法进行了相关研究提出了一些算法和技术。文献[2-4]提出了基于极大似然法频率估计的算法。尽管该方法具有较高的精度,但由于迭代操作,需要大量的计算量,实时处理效率低。

基于离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)插值频率估计的方法通常依赖于峰值DFT系数及其邻域,通过插值DFT系数^[5],来计算正弦信号频率。Rife算法^[6-7]是正弦信号频率估计的经典算法,对信号频谱的最大谱线以及与其相邻的较大谱线进行插值,其计算量较小。但在被估计频率接近量化频率时的频率估计误差较大,低信噪比估计频率性能下降,且需要辨别频率修正方向;基于Rife算法改进的I-Rife算法^[8]和M-Rife算法^[9]需要对信号进行频移,使其频率位于量化频率的中心区域,增大了计算量;基于相角判据的Rife算法^[10]减小了方向判断错误比例,仍需要辨别频率修正方向;Candan算法^[11-12]与Fang^[13]算法具有一定的估计精度,但仿真实验发现,其估计误差仍然偏大,不适合对精度要求较高的场合。文献[14]中运用DFT与迭代矫正方法,虽然估计精度有所提高,但迭代次数增加,增大了计算量。文献[15-18]中的DFT方法是基于矩形窗口估计白噪声背景下的频率估计,存在频谱泄露,频率估计偏差偏大。基于DFT插值估计频率的真实频率不等于频率分辨率的整数倍时,估计频率存在数字频率偏差^[19]。

本文提出并介绍了一种基于象限判别与移动拟合的正弦信号频率精准识别方法,采用象限判别法进行初估的基础上,利用递推方法与线性最小二乘拟合的正弦移动拟合方法精确估算频率。与其他方法相比,这种基于递推和移动正弦拟合的算法能够获取更多的信息。该算法估算的频率范围较宽,无需辨别修正方向且避免了数字频率偏差与频谱泄露,具有较好的鲁棒性和较高的测量精度,仿真结果表明,拟合误差逼近克拉美罗界(Cramer-Rao lower bound, CRLB)。

1 算法原理

该算法总体上分为象限判别粗估计和正弦移动拟合精确估计两步。粗估计中主要根据零均化后的平移数据对在四象限点分布的情况进行频率估计。在精确估计中,通过移动正弦拟合相位信息计算精确的频率。具体算法如下。

1.1 象限判别的频率粗估计

假设被测信号的数学模型如下:

$$x = A \cos(2\pi f_0 t) + c + \omega(t) \quad (1)$$

式中: A 为正弦信号的幅值, f_0 为信号的频率, c 为直流偏置, ω 为高斯白噪声。

对被测信号进行采样,设置采样频率为 f_s ,采样点数为 m 个。

利用象限判别的频率粗估步骤如下:

首先对采样数据 $x(k)$ 零均化后平移一个数据点,形成

数据对 (x', y') ,该数据集定义为第1组。即 x' 和 y' 的数学模型表示如下:

$$\begin{cases} x'(k) = x(k) - x \\ y'(k) = x(k+1) - x \end{cases} \quad (2)$$

式中: k 为采样信号的序号($k=1, 2, 3, \dots, m-1$), x 为 x 的平均值, x' 为 x 零均化后的值。

其次,对第1组数据中形成的数据对 $x'(k)$ 和 $y'(k)$ 进行符号判断,并把它们看作平面坐标点,分别确定它们所在的象限,按照式(3)~(6)中统计4个象限中各象限内所占点的数量。

$$S_1 = \text{Number}_1 \left(\begin{cases} x'(k) > 0 \\ y'(k) > 0 \end{cases} \right) \quad (3)$$

$$S_2 = \text{Number}_2 \left(\begin{cases} x'(k) < 0 \\ y'(k) > 0 \end{cases} \right) \quad (4)$$

$$S_3 = \text{Number}_3 \left(\begin{cases} x'(k) < 0 \\ y'(k) < 0 \end{cases} \right) \quad (5)$$

$$S_4 = \text{Number}_4 \left(\begin{cases} x'(k) > 0 \\ y'(k) < 0 \end{cases} \right) \quad (6)$$

显然, S_1, S_2, S_3, S_4 满足如下条件:

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = m - 1 \quad (7)$$

接着,根据象限数据统计结果,利用式(8)估计一个周期内的点数。

$$N_1 = \left[\frac{m-1}{S_2 + S_4} \right] \quad (8)$$

式中: $[\]$ 为取整符号。

如果此时 $N_1 > 8$,则为了减少估算误差,在得到估计的周期点 N_1 后,需要根据估计的周期点重新生成新的序列组。利用递归的思想,假设第 $n-1$ 次估计得到的周期点个数为 N_{n-1} ,第 n 个序列 (x', y') 可以按照下面的式(9)重新生成。

$$\begin{cases} x'(k) = x(k) - x \\ y'(k) = x \left(k + \left[\frac{N_{n-1}}{4} \right] \right) - x \end{cases} \quad (9)$$

式中: $[\]$ 为取整符号。 S_1, S_2, S_3, S_4 可以由式(3)~(6)得到,用式(10)得到周期点 N_n 的个数

$$N_n = \left[\frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}{S_2 + S_4} \cdot 2 \left[\frac{N_{n-1}}{4} \right] \right] \quad (10)$$

最后重复上述过程,直到 $N_n = N_{n-1}$,估算的频率为:

$$f_{\text{rough}} = \frac{f_s}{N_n} \quad (11)$$

同时,采样序列的步距相位角可由式(12)求得。

$$\Delta = \frac{2\pi}{N_n} \quad (12)$$

1.2 基于移动拟合的频率精估算

根据获得的相位步距角 Δ ,利用线性最小二乘法对原始采样数据 $x(k)$ 进行移动正弦拟合,得到各点的幅值和相位。

在粗估信号周期点数 N_n 或步距脚 Δ 的基础上,对于

被测信号的数学模型用正弦函数拟合形式如下:

$$x_i = A \cos(\varphi_0 + i\Delta) + c + \epsilon_i, \quad i = 0, 2, 3, \dots, N_n - 1 \quad (13)$$

式中: A 为幅值, φ_0 为拟合数据的初相位, c 为直流偏置。利用最小二乘的方法求出幅值 A , 相位点 φ_0 。

$$\sum \epsilon_i^2 = \sum (x_i - A \cos(\varphi_0 + i\Delta) - c)^2 = \min \quad (14)$$

令 $a = A \cos \varphi_0, b = -A \sin \varphi_0$, 则:

$$f(a, b, c) = \sum (x_i - a \cdot \cos(i \cdot \Delta) - b \cdot \sin(i \cdot \Delta) - c)^2 = \min \quad (15)$$

对式(15)中 a, b, c 分别求偏导, 可得矩阵形式的等式方程:

$$\begin{bmatrix} \sum \cos^2(i\Delta) & \sum \sin(i\Delta)\cos(i\Delta) & \sum \cos(i\Delta) \\ \sum \sin(i\Delta)\cos(i\Delta) & \sum \sin^2(i\Delta) & \sum \sin(i\Delta) \\ \sum \cos(i\Delta) & \sum \sin(i\Delta) & \sum 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum x_i \cos(i\Delta) \\ \sum x_i \sin(i\Delta) \\ \sum x_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

将式(16)化简为如式(17)所示。

$$B \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = Y \quad (17)$$

求解式(17)方程, 得到 a, b, c 的值, 从而可得幅值 A , 相位 φ_0 , 单次的正弦拟合只能得到被测信号的一段数据所对应相关信息。

移动正弦拟合算法向前逐段拟合, 每次拟合的数据总数保持不变均为 N_n 个, 向前逐段进行时, 去掉一个首端数据, 增加一个尾端值, 形成一个新的数组区间, 数组总数仍为 N_n 个。上一组拟合数据与下一组拟合数据存在 $N_n - 1$ 个重复数据, 利用拟合算法的特点与向前递推公式, 减少对重复数据的处理, 可进行快速的移动正弦拟合, 递推公式如下。

假设被测信号的一组拟合数据为:

$D_k = [X_k, X_{k-1}, X_{k+2}, \dots, X_{k+N_n-1}]$, 下一组数据为 $D_{k+1} = [X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_{k+N_n}]$, 则其递推公式:

$$Y_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos\Delta & \sin\Delta & 0 \\ -\sin\Delta & \cos\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} Y_k + \begin{bmatrix} \cos\Delta & \cos((N_n - 1)\Delta) \\ \sin\Delta & \sin((N_n - 1)\Delta) \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k \\ X_{k+N_n} \end{bmatrix} \quad (18)$$

在已知 Y_k 的条件下, 能快速的递推出 Y_{k+1} , 大大减少了运算量, 再根据式(17)能快速计算出每组数据的拟合值 a_k, b_k, c_k 。从而得到每组数据的初相位。

已知 $a_k = A \cos \varphi_k, b_k = -A \sin \varphi_k$, 计算混杂在噪声中正弦信号系统的相频特性时, 利用反正切函数提取正弦信

号的相位, 即 $\varphi_k = \arctan(-b_k/a_k)$, 在计算机提取的过程中一、二象限中的角度为 $0 \sim \pi$, 三、四象限的角度为 $-\pi \sim 0$, 这样会出现二、三象限时相位跳变, 建立相位解包裹运算的数学模型:

$$\begin{cases} \varphi_k = \varphi_k + 2\pi, & \varphi_{k+1} - \varphi_k > \pi \\ \varphi_{k+1} = \varphi_k - 2\pi, & \varphi_k - \varphi_{k+1} > \pi \end{cases} \quad (19)$$

进而得到真实的相位变化, N_k 为相位 φ_k 的对应序列点数, 有数据集 $[N_k, \varphi_k]$ 。对数据集 $[N_k, \varphi_k]$ 进行最小二乘的线性拟合, 得到 N 与 φ 的线性函数: $\varphi = j \times N + b$, 信号频率为:

$$f = \frac{j}{2\pi T_s} \quad (20)$$

其中, T_s 为采样周期。

2 算法仿真实例

假设原始信号数学模型如式(1)所示。幅值 $A = 3.5 \text{ V}$, 信号频率 $f_0 = 11.302 \text{ Hz}$, 直流偏置 $c = 3 \text{ V}$, 时间 t 范围为 $(-1 \sim 1.2 \text{ s})$, 采样周期为 $T_s = 0.00045 \text{ s}$, 采样频率为 $f_s = 1/T_s = 2222.222 \text{ Hz}$, 对正弦信号进行等间隔采样, 获得 $m = 5112$ 个原始采样数据, $\omega(t)$ 为信噪比为 5 dB 的高斯白噪声, 原始信号仿真如图 1 所示。

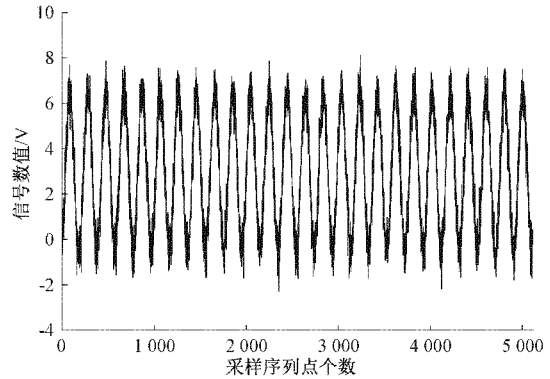


图 1 原始仿真信号

通过对图 1 原始采样数据 $x(k)$ 进行归零后依次移动一个数据点, 可以形成 5111 对新数据集 $Q_1[x'(k), y'(k)]$ 。 S_1, S_2, S_3, S_4 可由式(3)~(6)计算得, 第 1 个估计周期点数 $N_1 = 16$ 。

由式(9)得到第 2 序列组数据集 $Q_2[x'(k), y'(k + [N_1/4])]$ 。第 2 组序列数据集如图 2 所示, 得到统计结果 $S_1 = 2277, S_2 = 180, S_3 = 2370, S_4 = 180$ 。由式(10)可知第 2 个估计周期点数为 $N_2 = 113$ 。

由式(9)得到第 3 序列组数据集 $Q_3[x'(k), y'(k + [N_2/4])]$ 。第 3 组序列数据集如图 3 所示, 由式(3)~(6)可得到统计结果 $S_1 = 1803, S_2 = 728, S_3 = 1821, S_4 = 727$ 。由式(10)可知第 3 个估计周期点数为 $N_3 = 195$ 。

由式(9)得到第 4 序列组数据集 $Q_4[x'(k), y'(k + [N_3/4])]$, 第 4 组序列数据集如图 4 所示, 由式(3)~(6)可得到统计

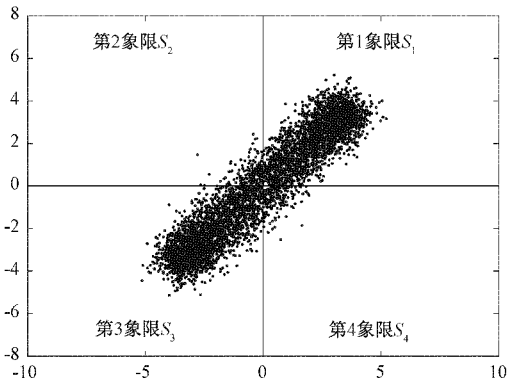


图2 第2序列组数据

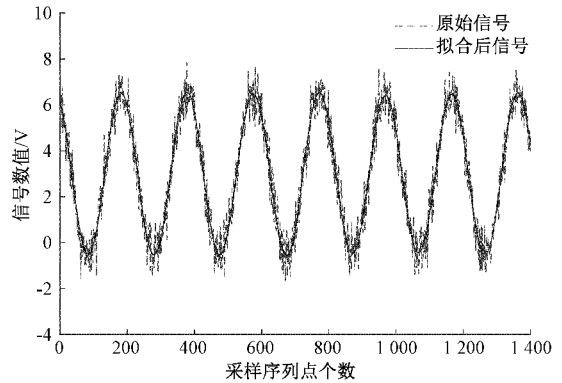


图5 原始信号和处理信号对比

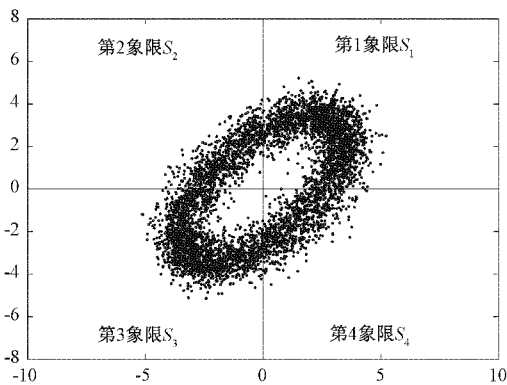


图3 第3序列组数据

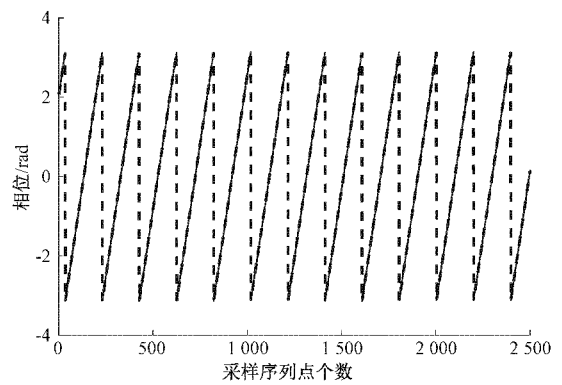


图6 相位图

结果 $S_1 = 1\ 255, S_2 = 1\ 249, S_3 = 1\ 267, S_4 = 1\ 259$ 。由式(10)可知第4个估计周期点数为 $N_4 = 197$ 。

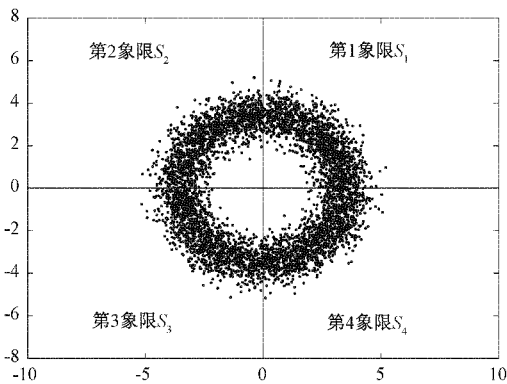


图4 第4序列组数据

重复上述递归方法,直到 $N_n = N_{n-1}$ 。在这个工作中,很容易发现 $N_n = N_{n-1}$ 。即使在信噪比较高的条件下,也只需要4~5次重复,本次仿真实验 $N_5 = N_4 = 197$ 。由式(12)计算相位步长角,得: $\Delta = 0.031\ 9$ 。

根据相位步长角 $\Delta = 0.031\ 9$,拟合周期点数 $N_n = 197$,对原始采样数据进行移动正弦拟合处理,图5所示为原始信号与对应的移动拟合结果,逐点移动拟合的相位如图6所示。

对移动拟合的逐点相位进行解卷绕,得到各点对应的解卷绕相位 $\varphi(k)$ 并对线性函数 $\varphi(k) = j \cdot k + b$ 通过线性拟合得到斜率 $j = 0.031\ 955$,正弦信号频率为:

$$f = \frac{j}{2\pi T_s} = \frac{0.031\ 955}{2 \times \pi \times 0.000\ 45} = 11.301\ 9$$

3 频率估计精度比较

利用式(1)仿真实例的模型进行频率估计分析。采样周期为 $T_s = 4.5 \times 10^{-4}$ s,采样频率 $f_s = 1/T_s = 2\ 222.222$ Hz,采样点数为 $m = 5\ 112$,频率分辨率 $\Delta f = f_s/M = 0.434\ 7$ Hz。设 f_1 为某个量化频率,先取 $f_1 = 26 \cdot \Delta f = 11.302$ Hz,从 f_1 到 $f_1 + \Delta f/2$ 取6个离散的频率 $f_i = 26 \cdot \Delta f + i \cdot \Delta f/10$, ($i = 0, 1, \dots, 5$)。

信噪比定义为 $SNR = \Lambda^2/\sigma^2$,对于振幅、相位和频率未知的正弦信号,频率估计的CRLB如下:

$$\text{sqrt}\{\hat{f}\} \geq CRLB = \frac{f_s}{2\pi} \sqrt{\frac{6}{SNR \cdot N(N^2 - 1)}} \quad (21)$$

为了验证本文算法的频率估计性能对频率为 f_i 的正弦信号按 Rife 算法^[6]、M-Rife 算法^[9]、Candan^[11] 算法以及本文算法进行500次的蒙特·卡罗(Monte Carlo)仿真,本文算法以及以上几种算法的频率估计均方根误差(root mean squared error, RMSE)与平均绝对误差(mean absolute error, MAE)随信噪比的变化,如图7和8所示,

可以看出,在不同信噪比的情况下,本文算法的频率估计均方根误差更加接近 CRLB, 绝对平均误差更小。

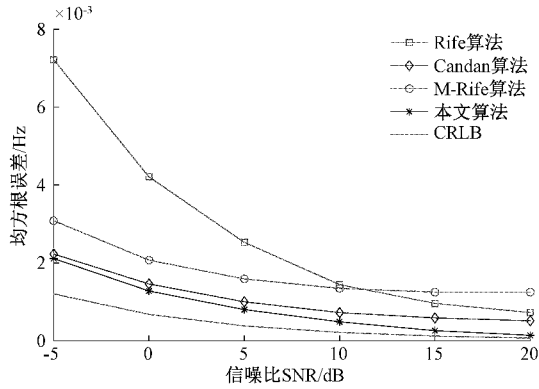


图 7 频率估计均方根误差随信噪比的变化

表 1~3 列出了 $i=0,1,2,3,4,5$ 六个离散频率点上频率估计 RMSE 和 MAE, 比较表 1~3 中的数据, 可以看出

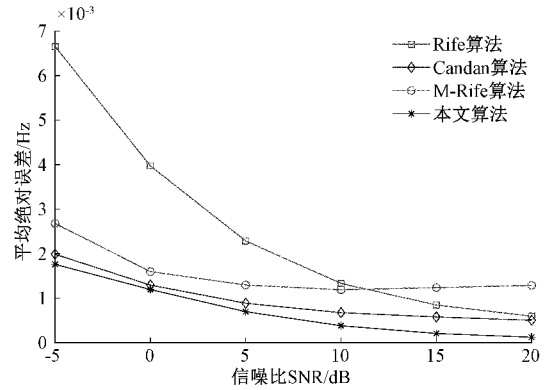


图 8 频率估计平均绝对误差随信噪比的变化

本文算法具有良好的频率估计精度和所有点频率估计稳定的特点, 对被测频率范围不敏感, 具有较强的鲁棒性, 其均方根误差非常接近 CRLB。

表 1 仿真结果 (SNR=-5 dB, CRLB=1.204 × 10⁻³ Hz, m=5 112)

被测频率/ Hz	Rife 算法		M-Rife 算法		Candan 算法		本文算法	
	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz
11.302	7.218	6.895	3.083	2.585	2.227	2.026	2.112	1.865
11.345	29.000	12.270	2.883	2.308	2.152	2.012	2.051	1.854
11.389	3.295	2.623	2.751	2.296	2.112	1.964	2.062	1.801
11.432	2.707	2.145	2.672	2.123	2.364	2.083	2.084	1.902
11.476	2.714	2.159	2.657	2.156	2.012	1.823	1.887	1.669
11.522	2.701	2.163	2.626	2.116	2.215	2.034	2.089	1.846
平均值	7.939	4.709	2.779	2.264	2.180	1.991	2.048	1.823

表 2 仿真结果 (SNR=0 dB, CRLB=0.677 × 10⁻³ Hz, m=5 112)

被测频率/ Hz	Rife 算法		M-Rife 算法		Candan 算法		本文算法	
	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz	RMSE/ × 10 ⁻³ Hz	MAE/ × 10 ⁻³ Hz
11.302	4.209	3.928	2.072	1.687	1.459	1.268	1.278	1.212
11.345	9.881	2.881	1.734	1.382	1.392	1.312	1.312	1.239
11.389	1.958	1.571	1.812	1.450	1.345	1.383	1.301	1.189
11.432	1.844	1.472	1.726	1.382	1.417	1.352	1.312	1.245
11.476	1.862	1.522	1.673	1.421	1.374	1.284	1.258	1.173
11.522	1.822	1.505	1.746	1.490	1.426	1.328	1.278	1.196
平均值	3.596	2.147	1.839	1.469	1.402	1.321	1.290	1.209

表3 仿真结果(SNR=5 dB, CRLB=0.381×10⁻³ Hz, m=5 112)

被测频率/ Hz	Rife算法		M-Rife算法		Candan算法		本文算法	
	RMSE/ ×10 ⁻³ Hz	MAE/ ×10 ⁻³ Hz	RMSE/ ×10 ⁻³ Hz	MAE/ ×10 ⁻³ Hz	RMSE/ ×10 ⁻³ Hz	MAE/ ×10 ⁻³ Hz	RMSE/ ×10 ⁻³ Hz	MAE/ ×10 ⁻³ Hz
11.302	2.429	2.254	1.505	1.245	0.965	0.884	0.849	0.672
11.345	1.264	1.003	1.221	1.028	0.945	0.892	0.848	0.661
11.389	1.317	1.102	1.312	1.020	1.123	0.921	0.932	0.716
11.432	1.377	1.164	1.244	1.132	0.952	0.914	0.829	0.711
11.476	1.413	1.224	1.345	1.215	1.025	0.870	0.897	0.666
11.522	1.416	1.237	1.256	1.095	0.936	0.868	0.864	0.696
平均值	1.536	1.331	1.314	1.123	0.991	0.892	0.870	0.687

4 结 论

本文提出了一种象限判别与移动拟合结合的信号频率估计方法,其核心利用递归理论与移动拟合算法,进行频率的粗估与精估,获得正弦信号频率估计值,分析了正弦信号频率估计的RMSE和MAE,相比于现有的3种基于DFT插值的算法,具有更好的频率估计精度、较好的鲁棒性与稳定性的特点,避免了基于DFT算法所面临数字频率偏差与频谱泄露的问题,提高了正弦信号的频率估计精度,具有很好的应用价值。本文算法复杂度上略高于基于DFT插值算法,优化算法降低计算复杂度是未来研究的方向。

参考文献

- [1] SERBES A. Fast and efficient sinusoidal frequency estimation by using the DFT coefficients[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 67(3): 2333-2342.
- [2] ZHOU S, RONGFANG L. Efficient and accurate frequency estimator under low SNR by phase unwrapping [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019.
- [3] FU H, KAM P Y. MAP/ML estimation of the frequency and phase of a single sinusoid in noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(3): 834-845.
- [4] DUTRA A J S, DE OLIVEIRA J F L, PREGO T M, et al. High-precision frequency estimation of real sinusoids with reduced computational complexity using a model-based matched-spectrum approach[J]. Digital Signal Processing, 2014, 34: 67-73.
- [5] 季鸣, 何玉珠. 基于DFT插值的频率测量技术[J]. 电子测量技术, 2016, 39(6): 48-50, 75.
- [6] RIFE D, BOORSTYN R. Single tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. IEEE Transactions on information theory, 1974, 20(5): 591-598.
- [7] RIFE D C, BOORSTYN R. Multiple tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. Bell System Technical Journal, 1976, 55(9): 1389-1410.
- [8] 王宏伟, 赵国庆. 正弦波频率估计的改进Rife算法[J]. 信号处理, 2010, 26(10): 1573-1576.
- [9] 邓振森, 刘渝, 王志忠. 正弦波频率估计的修正Rife算法[J]. 数据采集与处理, 2006(4): 103-107.
- [10] 孙宏军, 徐冠群. 基于相角判据的Rife算法的涡街信号处理方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(12): 2860-2866.
- [11] CANDAN C. A method for fine resolution frequency estimation from three DFT samples[J]. IEEE Signal processing letters, 2011, 18(6): 351-354.
- [12] CANDAN Ç. Analysis and further improvement of fine resolution frequency estimation method from three DFT samples [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(9): 913-916.
- [13] FANG L, DUAN D, YANG L. A new DFT-based frequency estimator for single-tone complex sinusoidal signals [C]. MILCOM 2012-2012 IEEE Military Communications Conference, IEEE, 2012: 1-6.
- [14] 柏果, 程郁凡, 唐万斌, 等. 利用DFT和迭代校正的正弦信号频率估计算法[J]. 信号处理, 2017, 33(12): 1536-1541.
- [15] LIANG X, LIU A, PAN X, et al. A new and accurate estimator with analytical expression for frequency estimation [J]. IEEE Communications Letters, 2015, 20(1): 105-108.
- [16] FAN L, QI G. Frequency estimator of sinusoid based on interpolation of three DFT spectral lines[J]. Signal Processing, 2018, 144: 52-60.
- [17] DJUKANOVIC S, POPOVIC T, MITROVIC A. Precise sinusoid frequency estimation based on parabolic interpolation[C]. 2016 24th Telecommunications Forum (TELFOR), IEEE, 2016: 1-4.

- [18] LIAO J R, CHEN C M. Phase correction of discrete Fourier transform coefficients to reduce frequency estimation bias of single tone complex sinusoid [J]. Signal Processing, 2014, 94: 108-117.
- [19] KULSHRESHTHA T, DHAR A S. CORDIC-based high throughput sliding DFT architecture with reduced error-accumulation [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(11): 5101-5126.

作者简介

王选择, 教授, 博士生导师, 主要从事精密测量、光电检测方面的研究。

E-mail: wangxz@mail.hbut.edu.cn

张瑜灿, 硕士研究生, 主要从事精密测量、信号分析方面的研究。

E-mail: 102010050@hbut.edu.cn

王爱辉, 硕士研究生, 主要从事光电检测、信号分析方面的研究。

E-mail: aihui@hbut.edu.cn

翟中生, 教授, 博士生导师, 主要从事光学成像、表面轮廓测量和超激光加工等方面的研究。

E-mail: zs_zhai@hbut.edu.cn

冯维, 副教授, 主要从事计算成像与光学三维测量、深度学习、机器人视觉伺服技术等方面的研究。

E-mail: david2018@hbut.edu.cn