

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2208800

## TKEO 和 SET 在轴承故障诊断中的应用\*

陈志刚<sup>1,2</sup> 姜云龙<sup>1</sup> 王莹莹<sup>1</sup> 何群<sup>1</sup> 张怀彬<sup>1</sup>

(1.北京建筑大学机电与车辆工程学院 北京 100044; 2.北京市建筑安全监测工程技术研究中心 北京 100044)

**摘要:** 时频分析是提取轴承故障诊断的重要方法,在强背景噪声下难以提取瞬态故障特征。针对这一问题,提出一种基于 Teager-Kaiser 能量算子(TKEO)和同步提取变换(SET)的轴承故障诊断方法,提高 SET 的时频分析能量的集中度。该方法首先对采集的轴承振动信号进行提取 TKEO 处理,凸显轴承故障振动信号的冲击分量;然后,对处理后信号进行 SET 时频分析,通过同步提取算子(SEO)提取时频脊线的时频系数,实现对瞬态故障特征提取;最后通过仿真信号和实测信号进行分析,验证该方法的可行性。实验结果表明:该方法可以有效提取轴承的故障特征,且与之前的时频分析方法相比分析结果具有一定的优越性。

**关键词:** 轴承;故障诊断;Teager-Kaiser 能量算子;同步提取变换

**中图分类号:** TH133.3 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4030

## Application of TKEO and SET in bearing fault diagnosis

Chen Zhigang<sup>1,2</sup> Jiang Yunlong<sup>1</sup> Wang Yingying<sup>1</sup> He Qun<sup>1</sup> Zhang Huaibin<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Electronic and Vehicle Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China;

2. Beijing Construction Safety Monitoring Engineering Technology Research Center, Beijing 100044, China)

**Abstract:** Time-frequency analysis is an important method for extracting bearing fault diagnosis, and it is difficult to extract transient fault features under strong background noise. To address this problem, a bearing fault diagnosis method based on Teager-Kaiser energy operator (TKEO) and synchroextracting transform (SET) is proposed to improve the concentration of the energy of time-frequency analysis of SET. The method firstly extracts the TKEO processing of the collected bearing vibration signal to highlight the impact component of the bearing fault vibration signal; then, the processed signal is subjected to SET analysis, and the time-frequency coefficients of the time-frequency ridges are extracted by the synchroextracting operator (SEO) to realize the extraction of transient fault features; finally, the feasibility of the method is verified by analyzing the simulated signal and the measured signal. The experimental results show that the method can effectively extract the fault characteristics of the bearing, and the analysis results have certain superiority compared with the previous time-frequency analysis methods.

**Keywords:** bearing; fault diagnosis; Teager-Kaiser energy operator; synchroextracting transform

## 0 引言

为了降低对机械设备的维修成本,缩短维修时间,针对零部件的故障诊断成为现代维修的有效方式。滚动轴承作为机械传动系统的重要组成部分,广泛地应用在旋转机械中,但滚动轴承的工作环境通常非常恶劣,疲劳剥落、磨损和点蚀时有发生,对轴承的正常使用和传动系统的稳定运行造成很大影响。因此必须尽早检测轴承中发生的故障,以避免传动系统发生致命故障,从而导致生产损失和人员

伤亡<sup>[1]</sup>。滚动轴承中通常出现的故障位置是外圈、内圈、滚动体或轴承中的局部缺陷。每次运行的滚动体经过缺陷表面时,此类缺陷都会产生一系列瞬态冲击振动。这些振动产生出轴承故障特征频率,可以根据轴的运行速度、轴承的几何形状和轴承的位置进行理论值计算。理论上,使用传统分析技术可以生成特征频率的光谱,通过观察这些频谱中振幅的变化检测故障的存在,并诊断其原因。但是由于轴承故障产生的瞬态冲击振动能量相对较低,通常会被能量较高的噪声和其他结构部件产生的振动所淹没,传统的

收稿日期:2022-01-08

\* 基金项目:北京建筑大学市属高校基本科研业务费专项资金(X20061)、北京市建筑安全监测工程技术研究中心研究基金资助课题(BJC2020K011)资助

诊断方法很难在频谱中识别轴承故障<sup>[2]</sup>。

为了克服传统方法分析信号的局限性,需要有效的特征提取方法。现代机器设备采集的振动信号往往是非平稳的,进行故障诊断分析时,不仅要分析其时域,频域特征,时频特征也是至关重要的。同步挤压变换<sup>[3]</sup>(synchrosqueezing transform, SST)是由 Daubechies 等提出的一种时频分析方法,可以在提高时频能量聚集度同时保留重构信号的能力<sup>[4-6]</sup>。在此方法提出后,引起相关学者对此方法进行了进一步研究<sup>[7-8]</sup>,这些方法提高了时频分辨率,但是还是存在低频区间能量发散的问题。

Yu 等<sup>[9]</sup>受到 SST 和时频分析理论的启发提出同步提取变换(synchroextracting transform, SET),其本质为短时傅里叶变换(short-time fourier transform, STFT)的后续处理方法,引入同步提取算子(synchroextracting operator, SEO)将最模糊的时频能量剔除,凸显出与信号瞬态冲击特征相关性更高的时频信息,同时处理后的信号仍具有重构和分解能力。但是在针对复杂时变信号处理时,受到核函数限制不能做到有效的特征提取,需要对信号进行凸显故障特征能量的预处理<sup>[1-5]</sup>。

Teager-Kaiser 能量算子<sup>[10]</sup>(Teager-Kaiser energy operator, TKEO)是 Teager 和 Kaiser 提出的一种能有效增强瞬态冲击的非线性算子,TKEO 可以增强信号中的特征脉冲分量。近年来在心电信号和轴承振动信号的特征提取中得到了广泛应用<sup>[11-14]</sup>。基于此本文提出一种基于 Teager-Kaiser 能量算子和同步提取变换的时频分析方法,首先利用 TKEO 在分析信号瞬态特征的优势,凸显轴承故障振动信号的冲击分量;然后,通过同步提取算子提取时频脊线的时频系数,实现故障特征提取;同时将本文所提方法与先前方法进行比较凸显该方法的优越性。

## 1 Teager-Kaiser 能量算子

Teager-Kaiser 能量算子可以测量由单一时变频率组成的信号的瞬时能量变化,通过增强信号的瞬态特征凸显信号中的特征冲击成分<sup>[15]</sup>。

对于连续信号  $s(t)$ ,TKEO 可以表示为<sup>[15]</sup>:

$$\psi[\dot{s}(t)] = [\dot{s}(t)]^2 - s(t)\ddot{s}(t) \quad (1)$$

式中: $\dot{s}(t)$ 和 $\ddot{s}(t)$ 分别表示一阶导数和二阶导数。

对于离散信号  $s(n)$ ,TKEO 可以表示为<sup>[15]</sup>:

$$\psi[s(n)] = [s(n)]^2 - s(n-1)s(n+1) \quad (2)$$

由式(2)可知,每次计算 TKEO 时只使用 3 个离散点,具有较好的时间分辨率和解调速度,适用于信号中瞬态分量的检测。

## 2 同步提取变换

SET 作为一个近年来新提出的时频分析方法,在信号处理方面,具有高分辨率、高能量集中度、强抗噪能力的特点。基本原理如下:

SET 本质上是在 STFT 基础上引入 SEO 的处理过程。假定信号  $s(u)$  为一维时间序列信号,首先对信号进行 STFT,其表达式为:

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u-t) \cdot s(u) \cdot e^{i\omega u} du \quad (3)$$

式中: $g(u-t)$ 为可移动窗口。STFT 将一维信号  $s(u)$  扩展到二维时频平面,将时域和频域特征在同一平面中表示,方便观察提取信号的时频域特征信息。

令  $g_{\omega}(u) = g(u-t) \cdot e^{i\omega u}$ ,根据 Parseval 定理,式(3)可以写成:

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(u) \cdot (g(u-t) \cdot e^{i\omega u})^* du = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(\xi) \cdot \hat{g}_{\omega}(\omega - \xi) \cdot e^{i\xi t} d\xi \quad (4)$$

式中: $*$ 为复共轭; $\hat{s}(\xi)$ 为  $s(u)$  的傅里叶变换; $\hat{g}_{\omega}(\xi)$ 为  $g_{\omega}(u)$  的傅里叶变换,其表达式为:

$$\hat{g}_{\omega}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u-t) \cdot e^{i\omega u} \cdot e^{-i\xi u} du \quad (5)$$

假定一个振幅为  $A$ ,频率为  $\omega_0$  的单分量谐波信号为: $s(t) = A \cdot e^{i\omega_0 t}$ ,其傅里叶变换结果为:

$$\hat{s}(\xi) = 2\pi A \cdot \delta(\xi - \omega_0) \quad (6)$$

带入式(4)可得到  $s(t)$  的 STFT 结果为:

$$G_{\omega}(t, \omega) = A \cdot \hat{g}_{\omega}(\omega - \omega_0) \cdot e^{i\omega_0 t} \quad (7)$$

根据式(7)可以看出:谐波信号经过 STFT 后的结果依旧由频率为  $\omega_0$  的谐波信号组成;由于  $|e^{i\omega_0 t}| = 1$  且窗函数具有在频域中表示很紧密的特点,时频图像的能量集中在频率  $\omega_0$  上,在这个频率区域时频表示的振幅最大,值为  $A \cdot \hat{g}_{\omega}(0)$ ;并且时频分析结果具有最好的噪声鲁棒性。

对于任意  $(t, \omega)$ ,其中  $G_{\omega}(t, \omega) \neq 0$ ,STFT 结果的二维瞬时频率  $\omega_0(t, \omega)$  为:

$$\omega_0(t, \omega) = -i \cdot \frac{\partial_t G_{\omega}(t, \omega)}{G_{\omega}(t, \omega)} \quad (8)$$

式中: $\partial_t G_{\omega}(t, \omega)$ 为  $G_{\omega}(t, \omega)$  的对时间的导数,计算表达式如式(9)所示。

$$\partial_t G_{\omega}(t, \omega) = \partial_t (A \cdot \hat{g}_{\omega}(\omega - \omega_0) \cdot e^{i\omega_0 t}) = G_{\omega}(t, \omega) \cdot i \cdot \omega_0 \quad (9)$$

一种新的时频表达方式仅由  $\omega = \omega_0$  的瞬时频率的时频系数计算可得,即为 SET。其表达式为:

$$T_{\omega}(t, \omega) = G_{\omega}(t, \omega) \cdot \delta(\omega - \omega_0(t, \omega)) \quad (10)$$

式中: $\delta(\omega - \omega_0(t, \omega))$ 即为 SEO,将式(9)带入式(8)中可得到 SEO 的另外一种表达形式:

$$\delta(\omega - \omega_0(t, \omega)) = \begin{cases} 1, \omega = \omega_0 \\ 0, \omega \neq \omega_0 \end{cases} \quad (11)$$

通过上述 Teager-Kaiser 能量算子和同步提取变换的结合可以实现对轴承振动信号的特征提取,详细步骤如下:

- 1) 采集不同损伤下轴承振动信号,并按类别保存;
- 2) 对采集到的样本进行提取 TKEO;

- 3) 对重构信号进行 SET 处理,提取时频特征;
- 4) 将处理结果与理论值进行对比,分析轴承健康状态。

### 3 仿真信号分析

为了验证本文所提方法对瞬态故障特征提取的效果,采用模拟轴承外圈故障信号进行仿真分析。根据式(12)构造模拟信号:

$$\begin{cases} y_1(t) = A_0 e^{-2\pi f_0 t} \sin 2\pi f_0 \sqrt{1-\xi^2} t \\ y_2(t) = randn(1, n) \\ y(t) = y_1(t) + y_2(t) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $A_0 = 4$  为位移常数,  $f_0 = 100$  Hz 为模拟外圈冲击故障频率,  $\xi = 0.1$  为阻尼系数。

模拟信号的其他参数分别为:轴承固有频率  $f_r = 2000$  Hz, 采样频率为  $f_s = 25600$  Hz, 采样点数为  $N = 10240$ 。仿真信号的时域波形如图 1(a)所示,呈现出周期性冲击信号,符合对轴承外圈故障信号的模拟。加噪后信号如图 1(b)所示,周期性的冲击信号被噪声淹没,从图中无法提取出轴承的故障特征信息。为了准确的提取到轴承瞬态故障特征,首先对加噪后信号进行提取 TKEO 变化,降低高频信号的能量,增强低频瞬态冲击信号特征。时域和频域结果如图 2 所示,成功在频域凸显了低频瞬态冲击特征。

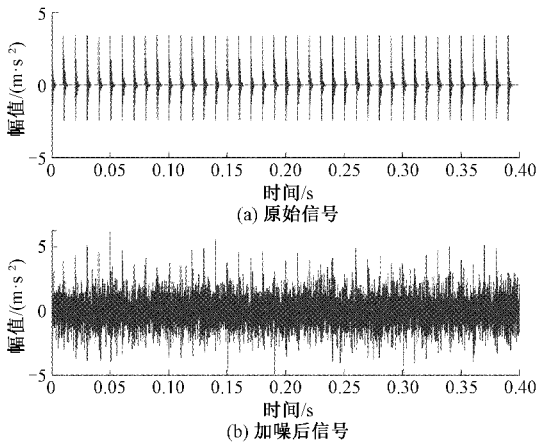


图 1 模拟信号

然后,对处理后信号进行 SET 分析处理,结果如图 3(d)所示,成功提取到外圈故障频率及其倍频的时频脊线,且拥有较高的时频能量集中度。为了证明本文所提方法的优越性,对加噪后模拟信号分别进行 SST, SET 和对 TKEO 处理后信号进行 SST 三种处理,结果如图 3(a)~(c)所示。结果表明直接进行 SST 和 SET 处理结果图,在窗函数大小统一的条件下,受到强背景噪声的影响,无法提取到故障特征的时频脊线;而进行 TKEO 和 SST 处理后的结果,也可以提取到轴承外圈故障频率及其倍频的时频脊线,但本文所提方法的处理结果具有更高的时频分辨率。

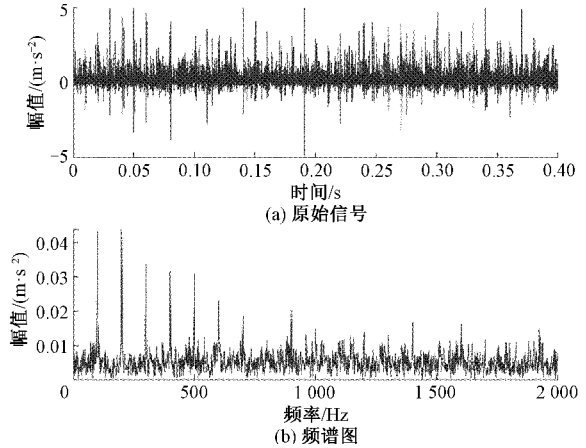


图 2 TKEO 结果

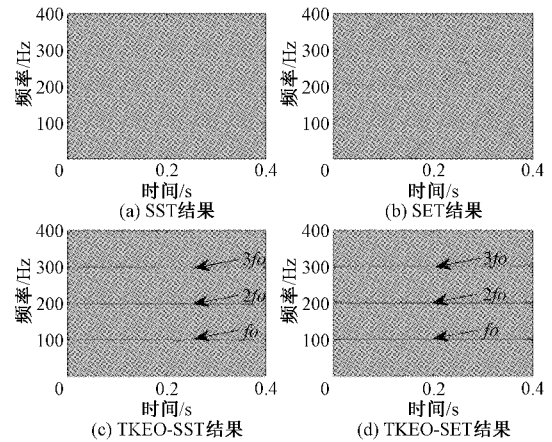


图 3 分析结果

## 4 实验分析

### 4.1 数据采集

数据采集选用实验台是美国 SpectraQuest 公司生产的机械故障综合模拟实验平台(MFS-Magnum),实验台的组成如图 4 所示。

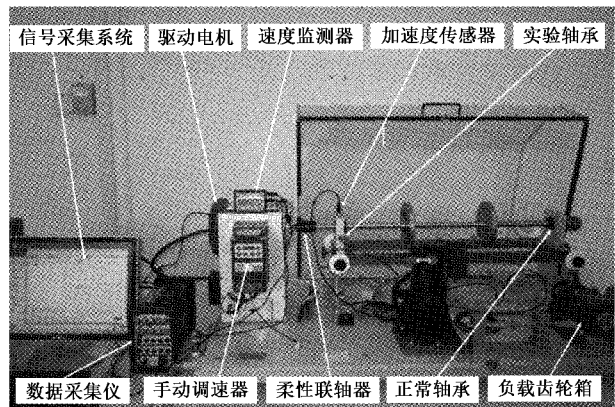


图 4 轴承故障实验台

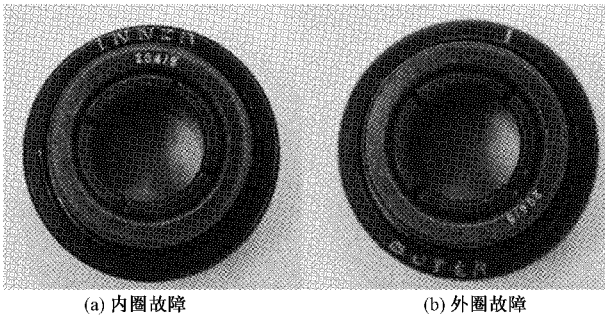


图 5 故障轴承

实验采用轴承为 FAG6204 深沟球轴承,其结构参数如表 1 所示。选取内圈和外圈故障轴承采集故障数据,故障轴承如图 5 所示。

表 1 6204 轴承结构参数

参数	数值
内圈直径/mm	25.4
外圈直径/mm	52
滚动体直径/mm	7.937 5
滚动体个数	8
节圆节径/mm	33.477 2
接触角/°	0

根据如下所示轴承故障经验公式计算出故障特征频率如表 2 所示。

表 2 故障实验相关参数

故障位置	采样频率 $f_s$ /kHz	转频 $f_r$ /Hz	故障特征频率/ Hz
内圈表面	25.6	29.87	147.81
外圈表面	25.6	29.87	91.15

内圈:

$$f_i = \frac{rn}{120} \left( 1 + \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \quad (13)$$

外圈:

$$f_o = \frac{rn}{120} \left( 1 - \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \quad (14)$$

式中: $r$ 表示转速, $n$ 表示滚珠个数, $d$ 表示滚动体直径, $D$ 表示轴承节径, $\alpha$ 表示滚动体接触角。

#### 4.2 内圈故障轴承实验分析

由式(13)计算出轴承内圈的故障频率为  $f_i = 147.81$  Hz。通过加速度传感器测量得到内圈故障的实验轴承的振动信号,其时域图和频域图如图 6 所示。可以看出振动信号中具有明显非线性的冲击成分,但存在强背景干扰,无法提取到轴承故障特征信息。

为了准确提取轴承故障特征,判别故障类型,首先对采

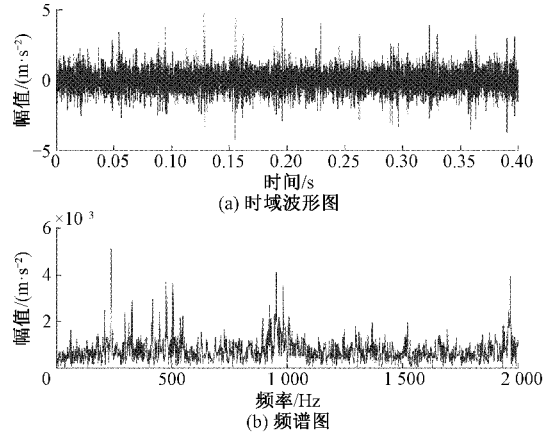


图 6 轴承内圈故障信号

集到的原始振动信号提取 TKEO,增强信号的瞬态特征凸显信号中的特征冲击成分,达到提高信噪比的效果,如图 7 所示。然后对处理后信号进行 SET 处理,分析结果如图 8(d)所示。

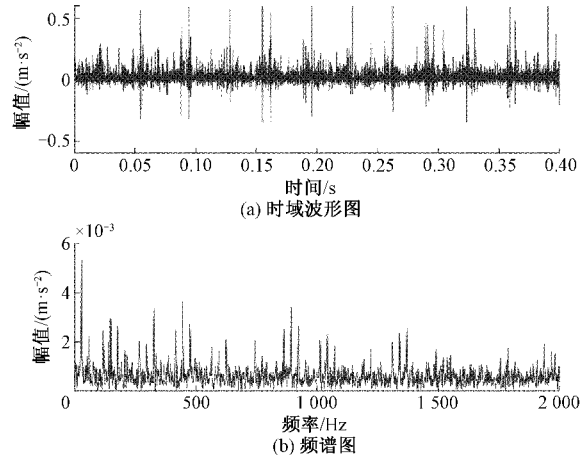


图 7 TKEO 结果

与仿真信号处理相同,对原始振动信号分别进行 SST、SET 和 TKEO 处理后的进行 SST 对比分析,结果如图 8(a)~图 8(c)所示。在相同窗大小的情况下,未作 TKEO 处理的 SST 和 SET 处理结果仅能识别到转频倍频的时频脊线,其时频能量较为发散,时频聚集性差,轴承的故障特征信息不够清晰难以识别,无法做出正确的故障诊断。而进行了 TKEO 处理后的 SST 结果中可以识别到转频  $f_r$  和内圈故障特征频率  $f_i$ 、二倍频对应的时频脊线, SST 可以将瞬时频率脊线附近的发散能量以挤压的方式聚集到当前频率位置,使得当前瞬时频率位置的时频能量得到加强,突显出了故障特征,可以判断出轴承内圈出现故障,但是提取故障特征的时频能量较低。而本文所提方法相比上述三种方法处理结果,具有更为明显的转频  $f_r$  和内圈故障特征频率  $f_i$ 、二倍频及其相应的边带频的时频脊线,可以判断出该轴承内圈出现故障,并且该方法具有更高的时频能量集中度,具有更好的定位能力。

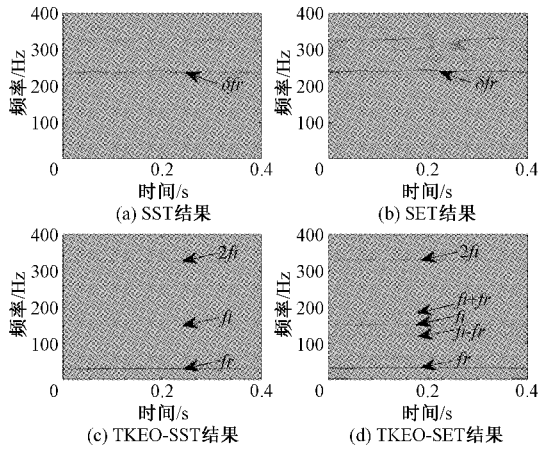


图8 内圈信号分析结果

Rényi 熵是一个用来评价时频结果的能量集中度的客观指标<sup>[16]</sup>。使用 Rényi 熵来定量的评价不同方法的性能, Rényi 熵值越低表示处理结果的时频能量更集中。相应的 Rényi 熵如表 3 所示。可以看出,本文所提方法 Rényi 熵值最小,说明它能生成能量最集中的时频图像。综上所述,将 TKRO 结合 SET 的方法,可以实现对轴承内圈故障的判别。

表 3 Rényi 熵

TFA	SST	SET	TKEO-SST	TKEO-SET
Rényi 熵	20.742 0	15.879 9	19.471 2	14.571 1

### 4.3 外圈故障轴承实验分析

由式(14)计算出轴承外圈的故障频率为  $f_o = 91.15$  Hz。通过加速度传感器测量得到外圈故障的实验轴承的振动信号,其时域波形图和频谱图如图 9 所示。在振动信号中具有明显冲击成分,同样由于强背景噪声的影响,难以从时域图和频域图中提取故障特征,判断故障类型。

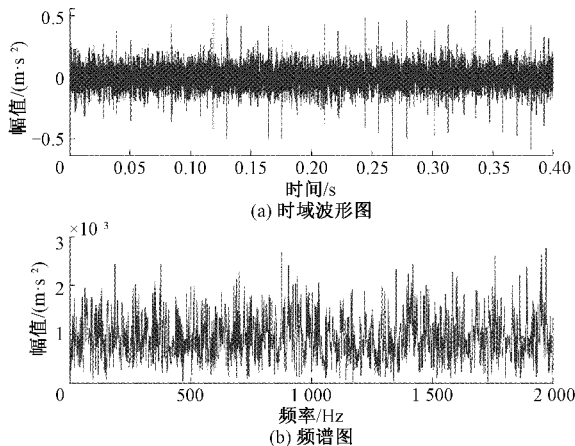


图9 轴承外圈故障信号

与内圈处理方法相同,首先对采集到的原始振动信号

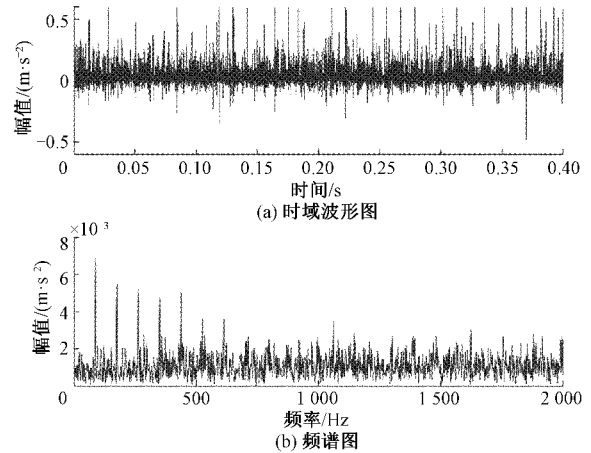


图10 TKEO结果

提取 TKEO,增强信号的瞬态特征凸显信号中的特征冲击成分,提高信噪比,结果如图 10 所示。然后对处理后信号进行 SET 处理,分析结果如图 11(d)所示。相同地验证本文方法优越性,对原始振动信号分别进行 SST、SET 和 TKEO 处理后的 SST 分析,结果如图 11(a)~(c)所示。

由图 11(a)和(b)可知,直接进行 SST 与 SET 的分析结果时频能量发散严重,从结果图像中难以提取到有效的故障特征信息,无法判断轴承故障类型。根据图 11(c)知,在经过 TKEO 和 SST 处理结果获得能量较为集中的时频脊线,可以识别到转频  $f_r$  和外圈故障特征频率  $f_o$  及其倍频的时频脊线,可以判断出轴承外圈出现故障。而根据图 11(d)所示,本分所提方法相比上述 3 种方法处理结果,具有更为明显的转频  $f_r$  和外圈故障特征频率  $f_o$  及其倍频的时频脊线,具有更高的时频能量集中度,可以判断出轴承外圈存在故障。同样采用 Rényi 熵来定量的评价不同方法的性能,不同方法针对外圈故障处理相应的 Rényi 熵如表 4 所示。可以看出,本文所提结果的 Rényi 熵最小,说明它能生成能量最集中的时频图像。综上所述,将 TKRO 结合 SET 的方法,可以实现对轴承外圈故障的判别。

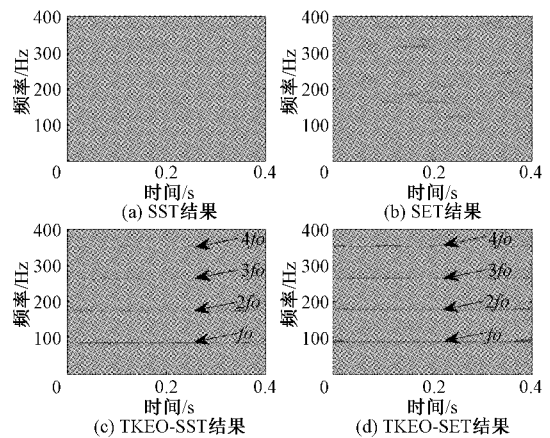


图11 外圈信号分析结果

表 4 Rényi 熵

TFA	SST	SET	TKEO-SST	TKEO-SET
Rényi 熵	19.889 2	14.435 6	17.399 3	11.488 1

通过对轴承内圈故障和轴承外圈故障信号的处理结果可知,本文所提方法在针对实验台采集轴承信号进行故障诊断时,可以实现对故障类型的正确判别。同时通过与其他时频分析方法进行对比,具有更好的时频分辨率。

## 5 结 论

本文提出了一种基于 Teager-Kaiser 能量算子和同步提取变换的轴承故障诊断方法,首先利用 TKEO 凸显轴承故障振动信号的冲击分量;然后,对处理后信号进行 SET 时频分析,实现故障特征提取;得到具有较高分辨率的时频图像,实现对轴承的故障诊断。主要研究结论如下:

1)利用 TKEO 处理轴承振动信号,可以降低高频信号的干扰,增强低频瞬态冲击信号特征,提高了信噪比,有利于进行更好的特征提取。

2)利用 SET 处理信号,可以将最模糊的时频能量剔除,凸显出与信号瞬态冲击特征相关性更高的时频信息,成功提取轴承故障特征信息。

3)通过将本文所提方法与其他的时频方法的对比可知,本文所提方法在低频区间可以获得时频能量聚集性更高的分析结果,有助于对故障类型的判别,具有一定的优越性。

## 参考文献

- [1] 余晓霞,汤宝平,魏静,等.强背景噪声条件下自适应图卷积神经网络的航空发动机附件机匣故障诊断方法[J].仪器仪表学报,2021,41(8):78-86.
- [2] 于元灏,杨光永,戈一航,等. Shannon 能量与 MCKD 的电机早期故障诊断[J].国外电子测量技术,2021,40(10):165-169.
- [3] DAUBECHIES I, LU J F, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2):243-261.
- [4] 刘奇,王衍学.基于同步挤压提取变换的滚动轴承故障诊断研究[J].机械传动,2021,45(1):123-128.
- [5] 赵杰,陈志刚,王衍学,等.基于辛几何提取变换的轴承故障诊断研究[J].机电工程,2021,38(6):719-725.
- [6] 刘奇,王衍学.基于 ACMD 和脊检测的滚动轴承非平稳故障诊断[J].电子测量与仪器学报,2021,35(8):70-78.
- [7] OBERLIN T, MEIGNEN S, PERRIER V. Second-order synchrosqueezing transform or invertible reassignment? Towards ideal time-frequency representations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(5):1335-1344.
- [8] YU G, LIN T, WANG Z, et al. Time-reassigned Multisynchrosqueezing Transform for Bearing Fault Diagnosis of Rotating Machinery [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(2):1486-1496.
- [9] YU G, YU M, XU C. Synchroextracting transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10):8042-8054.
- [10] BOUDRAA A O, SALZENSTEIN F. Teager-Kaiser energy methods for signal and image analysis: A review [J]. Digital Signal Processing, 2018, 78:338-375.
- [11] SHOKOUHI N, HANSEN J H L. Teager-kaiser energy operators for overlapped speech detection[J]. IEEE-ACM Transactions On Audio Speech And Language Processing, 2017, 25(5):1035-1047.
- [12] ZHU D C, ZHANG Y X, ZHU Q W. Fault diagnosis method for rolling element bearings under variable speed based on TKEO and Fast-SC [J]. Journal of Failure Analysis & Prevention, 2018, 18(1):2-7.
- [13] GALEZIA A. Teager-Kaiser energetic trajectory for machine diagnosis purposes [J]. Journal Of Vibroengineering, 2017, 19(2):1014-1025.
- [14] BLAUT J, BRENKACZ L. Application of the Teager-Kaiser energy operator in diagnostics of a hydrodynamic bearing [J]. Eksploatacja I Niezawodnosć-Maintenance And Reliability, 2020, 22(4):757-765.
- [15] 裴迪,岳建海,焦静.基于自相关与能量算子增强的滚动轴承微弱故障特征提取[J].振动与冲击,2021,40(11):101-108,123.
- [16] 张龙,宋成洋,邹友军,等.基于 Rényi 熵和 K-medoids 聚类的轴承性能退化评估[J].振动与冲击,2020,39(20):24-31,46.

## 作者简介

陈志刚,博士,教授,主要研究方向为机电设备状态监测与故障诊断等。

E-mail:zdketi@163.com

姜云龙,硕士,主要研究方向为信号处理和故障诊断。