

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2210442

膛压测试仪模拟环境因子校准的数据拟合方法研究*

郝旭斌 沈大伟 张艳兵

(中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室 太原 030051)

摘要: 针对膛压测试仪环境因子校准中的数据处理采用最小二乘法进行线性拟合,忽略异常值影响的问题,作者采用最小距离平方和法和加权最小二乘法两种方法分别对校准数据进行拟合,从F显著性检验和样本可决系数两个方面对仿真结果分析,并与最小二乘法相对比,找到更适合在高温高压高冲击的恶劣环境下采集的数据进行拟合的可方便使用的方法来代替最小二乘法,从而获得置信度高、可为武器身管设计提供数据依据的灵敏度系数。仿真结果表明,最小距离平方和法拟合效果最优,但其精度与最小二乘法相差很小,综合考虑最小二乘法因其使用简便更适合对膛压的校准数据进行线性拟合。

关键词: 膛压测试;压力校准;最小二乘法;最小距离平方和法;加权最小二乘法

中图分类号: TH823 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4030

Research on data fitting method of environmental factor calibration of chamber pressure tester

Hao Xu'e Shen Dawei Zhang Yanbing

(Key Laboratory of Instrumentation Science and Dynamic Measurement of Ministry of Education,
North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: For chamber pressure tester for environment factor of the calibration data processing using the least square method for linear fitting, ignore the influence of abnormal value problem, the author uses the minimum distance square method and the weighted least squares method respectively to fit the calibration data of the two methods, from F significance test and sample analysis of simulation results of determination coefficient two aspects, and with the least squares method, To find a convenient method for fitting the data collected in the harsh environment of high temperature, high pressure and high impact to replace the least square method, so as to obtain the sensitivity coefficient with high confidence, which can provide data basis for the design of weapon barrel. The simulation results show that the minimum distance sum of squares method has the best fitting effect, but its accuracy is very small compared with the least square method. Considering the least square method is more suitable for linear fitting of the calibration data of chamber pressure because of its simple use.

Keywords: chamber pressure test; pressure calibration; least square method; minimum distance square sum method; weighted least square method

0 引言

火炮膛压测试系统的校准是确保测试系统精度的必要方法^[1],其环境因子的校准就是模拟实测环境,建立实验系统进行校准^[2],从而获得可信度高的测试数据来满足指标要求^[3]。通常对数据进行线性拟合处理获取被校传感器的灵敏度系数。文献[4-6]均采用最小二乘法对校准数据进行线性回归处理来获取被校传感器的灵敏度系数;文献[7]

将最小二乘法与整体最小二乘法进行拟合对比,实验证明最小二乘法更适用于测压器的校准工作。但最小二乘法描述的系数矩阵是固定的,在实际实验中,人为、环境等因素的影响不可避免的系数矩阵也存在随机误差,为了找到更适合膛压测试仪校准数据的处理方法,本文采用最小距离平方和法和加权最小二乘法两种方法分别对校准数据进行拟合,并与最小二乘法的拟合结果比较,从而证明这两种方法是否比最小二乘法更适合该背景。

收稿日期:2022-06-23

* 基金项目:山西省装备预研重点实验室基金(61420010402001)项目资助

1 模拟膛压校准系统

模拟膛压发生器动态校准系统实现在与火炮膛内相似环境下校准测压器的灵敏度^[8],校准系统组成示意图如图 1 所示。

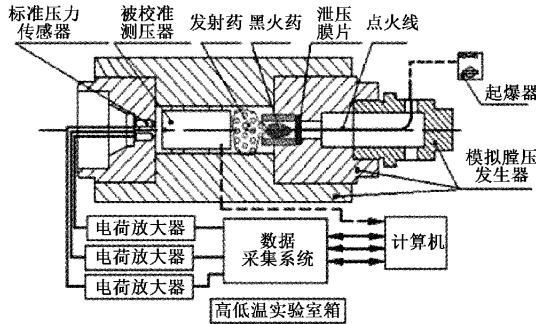


图 1 模拟膛压校准系统组成示意图

校准原理:校准系统主要由模拟膛压发生器、标准测压系统和高低温实验室三大部分组成^[9]。校准时,先将测压器在高温或低温环境下保温 48 h 后,将其放入模拟膛压发生器内,接着将含有电点火头、点火药和发射药的药包放入,最后点燃发射药,这样在模拟膛压发生器的腔体内产生了与火炮膛压相似的高温高压环境^[10]。被校准测压器和标准传感器同时采集信号,计算机负责读出测压器数据,并对数据进行拟合处理,得到被校准测压器的灵敏度和工作特性方程^[11]: $y = ax + b$ 。 y 是该保温条件下某数据点的压力值,单位为 MPa; a 为该工作方程的灵敏度系数,MPa/bit, b 是该保温条件下的截距,单位为 MPa, x 为测压器某数据点的 bit 值。

2 拟合方法

2.1 最小二乘法

最小二乘法线性拟合的原理是给定一组观测数据(或散点等) $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, N)$, 在直线类 $y = ax + b$ 中寻找一条最佳直线,让每个样本点离这条直线的纵向距离的平方和达到最小^[12-13],即:

$$\varphi(a, b) = \sum_{i=1}^N [y_i - (ax_i + b)]^2 \quad (1)$$

式(1)达到最小。显然,从式(1)可以看出最小二乘法属于纵向的数据拟合,并不是真正意义上的最小距离^[14]。令式(1)为最小,分别对 a, b 求偏导令其等于 0 得:

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial a} = \frac{\partial \sum_{i=1}^N [y_i - (ax_i + b)]^2}{\partial a} = -2 \left(\sum_{i=1}^N x_i y_i - a \sum_{i=1}^N x_i^2 - b \sum_{i=1}^N x_i \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi(a, b)}{\partial b} = \frac{\partial \sum_{i=1}^N [y_i - (ax_i + b)]^2}{\partial b} = -2 \left(\sum_{i=1}^N y_i - a \sum_{i=1}^N x_i - Nb \right) = 0 \quad (3)$$

整理可得最小二乘法的参数 a, b 的估计值为:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (4)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (5)$$

2.2 最小距离平方和法

设变量 x, y 的相关线性方程为 $y = ax + b$, 如图 2 所示,点 (x_i, y_i) 到相关直线的距离为:

$$d_i = \frac{|y_i - ax_i - b|}{\sqrt{1 + a^2}} \quad (6)$$

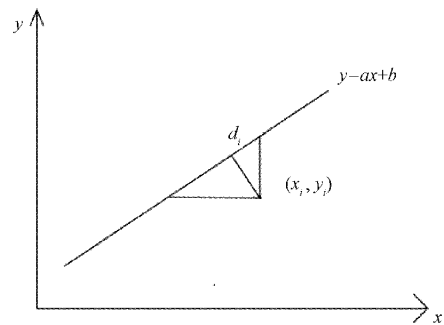


图 2 距离和法示意图

距离平方和为:

$$\varphi(a, b) = \sum d_i^2 = \sum \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{1 + a^2} \quad (7)$$

令 $\varphi(a, b) = \min$, 利用极小化方式求解该式^[15], 并对参数 a, b 求偏导,令其等于 0, 则可得:

$$\sum_{i=1}^N (y_i - b - ax_i) = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N (y_i - b - ax_i)(-x_i - ay_i + ba) = 0 \quad (9)$$

整理式(8)和(9), 可得:

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N c_i d_i a^2 + \left(\sum_{i=1}^N c_i^2 - \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) a - \sum_{i=1}^N c_i d_i = 0 \quad (11)$$

式中: $c_i = x_i - \bar{x}, d_i = y_i - \bar{y}$

整理式(11)可得:

$$a = \frac{-\left(\sum_{i=1}^N c_i^2 - \sum_{i=1}^N d_i^2 \right) \pm \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N d_i^2 - \sum_{i=1}^N c_i^2 \right)^2 + 4 \sum_{i=1}^N c_i d_i}}{2 \sum_{i=1}^N c_i d_i} \quad (12)$$

因为 $\sum_{i=1}^N d_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N c_i^2 \geq \sum_{i=1}^N c_i d_i$, 所以:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N d_i^2 - \sum_{i=1}^N c_i^2 + 4 \sum_{i=1}^N c_i d_i} \leq \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N d_i^2 + \sum_{i=1}^N c_i^2 \right)^2} \quad (13)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2 / \sum_{i=1}^N c_i d_i}{\sum_{i=1}^N d_i^2} \quad (14)$$

最小距离平方和法综合考虑了 x 及 y 方向上的离差,得到的线性方程不会受到坐标系选取的影响,实现了真正意义上的最小距离,提高了拟合直线的准确度^[16]。

2.3 加权最小二乘法

设变量 x, y 的相关线性方程为 $y = ax + b$, 其目标函数为:

$$\varphi(a, b) = \sum \omega_i v_i^2 = \sum \omega_i (y_i - ax_i - b)^2 \quad (15)$$

式(10)中 ω_i 为离散点 y_i 的权重^[17], 其矩阵形式如下:

$$\varphi = (\mathbf{Y} - \mathbf{XA})^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{XA}) \quad (16)$$

式中:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{Y} = [y_1 y_2 \cdots y_n]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{A} = [a \ b]^T \quad (20)$$

对目标函数 $\varphi(a, b)$ 求 \mathbf{A} 的偏导并使其为零, 求得 \mathbf{A} 如下:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \quad (21)$$

则估计参数 a 与 b 如下:

$$a = \frac{\sum \omega_i \sum \omega_i x_i y_i - \sum \omega_i x_i \sum \omega_i y_i}{\sum \omega_i \sum \omega_i x_i^2 - (\sum \omega_i x_i)^2} \quad (22)$$

$$b = \frac{\sum \omega_i x_i^2 \sum \omega_i y_i - \sum \omega_i x_i \sum \omega_i x_i y_i}{\sum \omega_i \sum \omega_i x_i^2 - (\sum \omega_i x_i)^2} \quad (23)$$

2.4 三者之间的关系

最小二乘法与最小距离平方和法都是加权最小二乘法的特殊情况, 设:

$$\varphi(a, b, \omega_i) = \sum \omega_i (y_i - ax_i - b)^2 + \sum \left[(1 - \omega_i) \left(x_i - \frac{1}{a} y_i + \frac{b}{a} \right) \right]^2 \quad (24)$$

显然, $\omega_i = 1$ 和 $\omega_i = 0$ 分别代表 y 向和 x 向残差平方和最小, 即最小二乘法是加权最小二乘法的极端。让式(24)对权重 ω_i 求偏导, 令其等于零, 则有:

$$\omega_i = \frac{1}{1 + a^2} \quad (25)$$

将最佳权重 ω_i 代入式(15)得:

$$\varphi(a, b) = \frac{1}{1 + a^2} \sum (y_i - ax_i - b)^2 \quad (26)$$

显而易见最佳权重加权最小二乘法是最小距离平方和法^[18]。

3 校准数据与拟合结果分析

将测压器放置在高低温试验箱中, 高温 55 °C 保温 48 h 后, 进行系统灵敏度校准, 然后选取 14 组压力上升沿曲线中的数据为样本进行线性拟合, 采用最小二乘法、最小距离平方和法和加权最小二乘法从 F 显著性检验、样本可决系数 R^2 两个方面分别对他们的拟合结果进行分析。从校准数据仅含随机误差和校准数据还有异常值两种情况考虑。

1) 校准的数据仅含随机误差, 没有异常值: 1# 测压器校准的样本数据如表 1 所示, 以被校测压器在高温条件下某数据点的压力为 y 轴, 被校测压器在高温条件下某数据点的 bit 值为 x 轴建立坐标系, 3 种方法的拟合结果分别如图 3~5 所示, 数据的残差图如图 6 所示。

表 1 1# 电子测压器校准数据

压力值/ MPa	计算机读值/ bit	压力值/ MPa	计算机读值/ bit
613	123	1 046	208
699	136	1 106	215
751	150	1 199	231
819	165	1 256	253
885	173	1 312	255
937	184	1 388	275
980	194	1 470	289

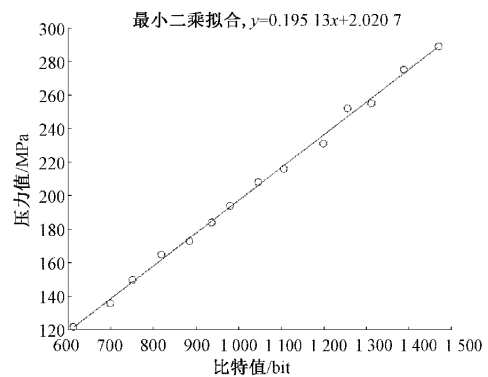


图 3 最小二乘法拟合直线图

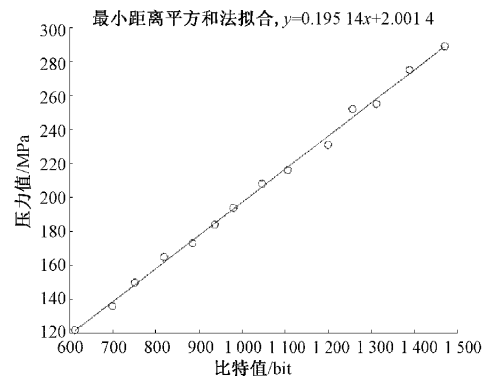


图 4 最小距离平方和法拟合直线图

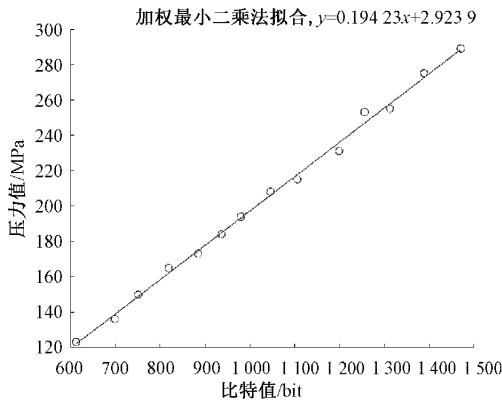


图 5 加权最小二乘法的拟合直线图

由图 3~5 可知在数据不含异常值时 3 种方法的拟合直线几乎一致,其数据点都集中分布在拟合直线上,或靠近直线的两侧,说明采用 3 种方法进行数据拟合都是可以的,

但无法评判到底哪种方法拟合的精度更高。

图 6 中圆圈是每个数据点的实际残差,横线区间是残差的置信区间,置信区间都穿过了原点,说明方程拟合的很好,没有异常点。表 2 是 matlab 计算结果。

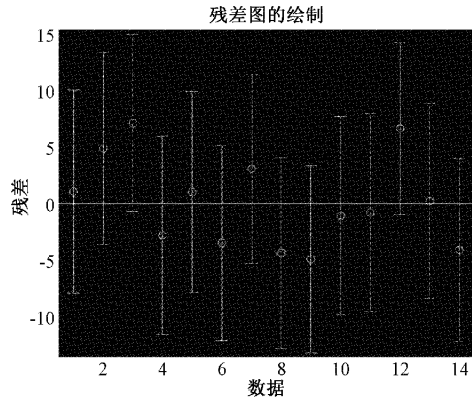


图 6 残差分析图

表 2 1# 电子测压器拟合结果

方法	最小二乘法	最小距离平方和法	加权最小二乘法
线性模型	$Y=0.195\ 13x+2.020\ 7$	$Y=0.195\ 14x+2.001\ 4$	$Y=0.194\ 23x+2.923\ 9$
F 显著检验	6 446.249	6 447.252	6 096.107
R^2	0.998 81	0.998 87	0.997 96

由表 2 可知当校准数据没有异常值时,最小距离平方和法的 F 显著性检验和 R^2 两个值都是最大的,说明最小距离平方和法拟合效果最佳;加权最小二乘法的两个值均最小,最小二乘法与最小距离平方和法在 F 显著性检验方面,相差 0.015 6%,在 R^2 值上,相差 0.014 0%,二者差距很小。

2)校准数据不仅有随机误差,还有异常值:2# 测压器的校准数据如表 3 所示,3 种方法的拟合直线图分别如图 7~9 所示,数据残差图如图 10 所示。

表 3 2# 电子测压器校准数据

压力值/MPa	计算机读值/bit	压力值/MPa	计算机读值/bit
639	128	1 037	203
662	137	1 088	215
719	146	1 149	228
830	162	1 303	259
881	176	1 250	229
914	185	1 374	273
989	196	1 461	283

由图 7~9 可知,有异常点时最小距离平方和法拟合的直线更接近于数据点,这是因为该方法不受坐标系选取的影响。

由图 10 可看出,数据 12 的置信区间没穿过原点,数据 12 是一个异常点,这是由于工作人员人为操作、读数等的失误以及环境因素的影响所致。表 4 是 matlab 计算结果。

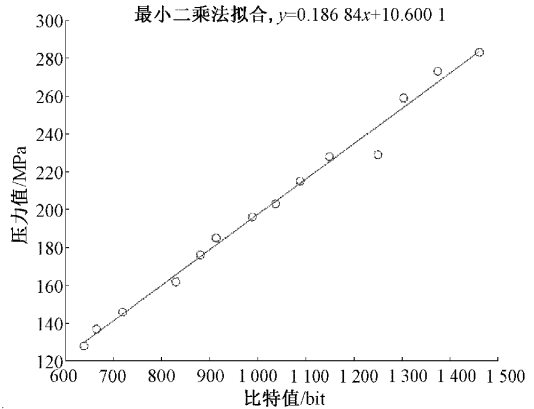


图 7 有异常点时最小二乘法的拟合直线图

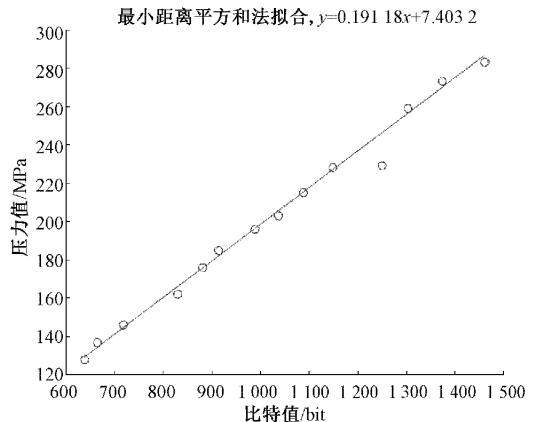


图 8 有异常点时最小距离平方和法的拟合直线图

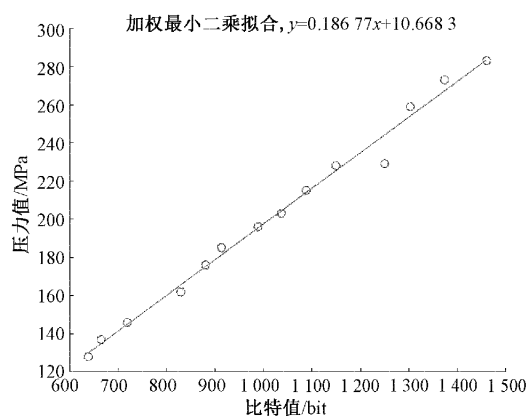


图9 有异常点时加权最小二乘法的拟合直线图

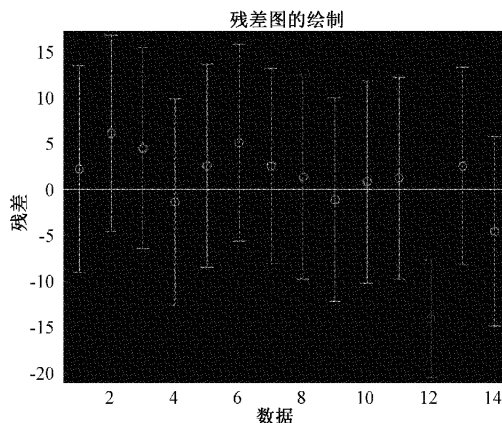


图10 残差分析图

表4 2#电子测压器拟合结果

方法	最小二乘法	最小距离平方和法	加权最小二乘法
线性模型	$Y=0.186\ 84x+10.600\ 1$	$Y=0.191\ 18x+7.403\ 2$	$Y=0.186\ 77x+10.668\ 3$
F 显著检验	1 127.736 9	1 130.918 8	1 126.404 6
R^2	0.992 79	0.993 05	0.991 57

从表4可以看出最小距离平方和法的F值最大, R^2 值最大,表明当数据点有异常值时用最小距离平方和法拟合直线的压力值和比特值之间的线性关系更显著,使用该方法模拟度更高,拟合效果更好。加权最小二乘法的两个值最小,最小

二乘法的居中。最小二乘法的F值与最小距离平方和法相差0.281%, R^2 值相差0.026%,二者相差甚微。接下来分别对4个传感器的数据进行拟合,来证实这一结果,3#和4#仅含随机误差,5#和6#还有异常值,其结果如表5所示。

表5 三种方法拟合结果

序号	方法	线性模型	F 值	R^2
3#	最小二乘法	$Y=0.195\ 62x-1.238\ 1$	7 231.43	0.998 91
	最小距离平方和法	$Y=0.195\ 63x-1.247\ 5$	7 231.86	0.998 98
	加权最小二乘法	$Y=0.195\ 09x-1.297\ 8$	6 871.92	0.996 17
4#	最小二乘法	$Y=0.187\ 25x+2.436\ 52$	6 551.27	0.998 73
	最小距离平方和法	$Y=0.187\ 24x+2.375\ 62$	6 551.38	0.998 81
	加权最小二乘法	$Y=0.186\ 79x+3.156\ 71$	6 234.15	0.995 91
5#*	最小二乘法	$Y=0.194\ 43x+6.521\ 76$	1 183.67	0.993 96
	最小距离平方和法	$Y=0.194\ 82x+6.028\ 93$	1 209.38	0.994 12
	加权最小二乘法	$Y=0.194\ 07x+6.861\ 35$	1 125.36	0.991 97
6#*	最小二乘法	$Y=0.198\ 51x-1.521\ 38$	1 336.66	0.995 71
	最小距离平方和法	$Y=0.199\ 16x-1.559\ 17$	1 367.34	0.996 23
	加权最小二乘法	$Y=0.198\ 05x-0.985\ 64$	1 294.81	0.994 87

由表3~5可知不管校准数据有无异常值,最小距离平方和法的F值和 R^2 值都是最大,说明最小距离平方和法拟合效果更佳。加权最小二乘法在这两方面都是最弱的,根据文献[19],加权最小二乘法在实行过程中改变了原始的样本数据和模型的设定形式,这样可能导致参数显著性检验结果的变化,从而造成估计结果的偏误。而且,加权最小二乘法所得的回归方程可能只是对于普通最小

二乘法的微小调整,并且这种调整不一定是研究者所需要的,最小二乘法所得的估计量也有可能是最佳线性无偏估计量^[20]。所以从结果来看,加权最小二乘法不适用于本文的研究背景。对于最小距离平方和而言,它考虑了综合离差,不会因坐标系的选取而有所改变,相对于最小二乘法必须要求一个为自变量,一个为因变量,且其中一个变量没有误差来说,拟合的精度要高。

4 结 论

本文关注膛压测试仪模拟环境因子动态校准中通常都是用最小二乘法线性拟合来获得灵敏度系数,但最小二乘法也有一定的局限性,为了找出更适合此背景的数据处理方法,本文采用最小距离平方和法和加权最小二乘法分别对校准数据进行拟合,并与最小二乘法的拟合结果做对比,仿真实验表明:不管校准数据是否存在异常值,最小距离平方和法综合考虑了离差,拟合效果都是最优的,但是其精度与最小二乘法在 F 显著性检验方面最大相差 0.281%,在 R^2 值上最大相差 0.026%,且均满足军标要求,考虑到最小二乘法使用方便,算法简单,所以更适合测压器校准中的数据拟合处理。

参考文献

- [1] 尤文斌,马铁华,丁永红,等. 电子测压器与铜柱测压器在膛压测试中结果差异分析[J]. 爆炸与冲击,2017,37(3):571-576.
- [2] ZHANG H Y, ZHANG Y, ZU J. Structural strength analysis of special dynamic calibration apparatus for artillery chamber pressure testing system [C]. Advanced Materials Research, 2012: 690-693, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.538-541.690.
- [3] 尤文斌,马铁华,丁永红,等. 铜柱测压器膛压测试产生误差的机理研究[J]. 仪器仪表学报,2015,36(10):2290-2296.
- [4] 杨文,张瑜,祖静. 放入式电子测压器的校准技术研究[J]. 传感技术学报,2015,28(9):1384-1388.
- [5] 孙正席. 放入式电子测压器的校准技术及不确定度研究[D]. 太原:中北大学,2013.
- [6] 袁月华. 放入式电子测压器在模拟应用环境下的校准技术研究[D]. 太原:中北大学,2012.
- [7] 赵彦凯,裴东兴,石垒,等. 放入式电子测压器应用环境下动态校准数据拟合方法研究[J]. 火炮发射与控制学报,2021,42(1):78-81,102.
- [8] 凤宝利,刘琴,席海军,等. 小体积膛压测试仪及其校准方法[J]. 计量与测试技术,2013,40(7):33-35,38.
- [9] 陈增瑞. 内弹道压力测试系统环境适应性校准技术研究[D]. 太原:中北大学,2020.
- [10] 师浩伟,王薇,裴东兴,等. 基于改进小波变换的火炮膛压测试降噪方法[J]. 国外电子测量技术,2022,41(3):41-44.
- [11] 裴东兴,沈静华,张瑜,等. 放入式火炮膛压测试技术研究[J]. 火炮发射与控制学报,2017,38(3):69-73.
- [12] 刘军,崔学伟,田甜. 最小二乘法在流量计算中的应用[J]. 电子测量技术,2018,41(21):35-41.
- [13] 莫小琴. 基于最小二乘法的线性与非线性拟合[J]. 无线互联科技,2019,16(4):128-129.
- [14] 唐薇,冯长焕. 一元线性回归模型的参数估计法的误差分析[J]. 宜宾学院学报,2014,14(12):18-21.
- [15] WU W L, ZHANG Y, FU Z Q, et al. A new least square method on linear fitting[J]. Scientific Journal of Electrical Engineering, 2013, 3(1):8-12.
- [16] 周浩. 线性数据拟合方法的误差分析及其改进应用[J]. 大学数学,2013,29(1):70-76.
- [17] 奕科杰,薛凌云. 基于加权最小二乘法的纸币图像倾斜校正方法[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版),2017,37(3):68-72.
- [18] 朱春龙,杨诚芳. 建立线性相关方程的最小距离平方和法[J]. 人民长江,2001(9):47-49.
- [19] 刘明. 基于一元线性回归模型异方差对加权最小二乘法的考察[J]. 统计与决策,2012,(19):11-14.
- [20] 何晓群,刘文卿. 浅谈加权最小二乘法及其残差图——兼答孙小素副教授[J]. 统计研究,2006(4):53-57.

作者简介

郝旭娥,硕士研究生,主要研究方向为动态测试与智能仪器。

E-mail:875177476@qq.com

沈大伟,博士,讲师,主要研究方向为智能仪器与动态测试。

E-mail:535982793@qq.com

张艳兵,博士,副教授,主要研究方向为动态测试与智能控制。

E-mail:zhyb1126@163.com