

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2211517

# 基于改进 RRT-Connect 算法的机械臂运动规划<sup>\*</sup>

游达章<sup>1,2</sup> 杨智杰<sup>1,2</sup> 张业鹏<sup>1,2</sup>

(1. 湖北工业大学机械工程学院 武汉 430068; 2. 湖北省现代制造质量工程重点实验室 武汉 430068)

**摘要:** 针对双向快速拓展随机树(RRT-Connect)算法在多障碍物复杂环境下收敛速度慢、搜索效率低、采样具有随机性等问题,提出一种基于椭球子集采样的RRT-Connect算法,首先在传统的RRT-Connect算法的基础上,结合目标偏执采样策略和椭球子集采样的优势,构造一种新的采样方法,对采样区域进行约束,在此基础上找到从起始点到目标点的最优路径点集合,并将该路径作为初始路径,通过引入基于三角不等式的路径修剪算法,在迭代过程中对路径不断优化,得到一条从起始点到目标点的代价小、无碰撞路径,最后结合五次多项式差值算法进行路径优化,生成一条路径平滑且曲率连续的优化路径,从而使机械臂沿着该最优路径快速、准确、稳定的到达目标点。实验结果表明,对比原始的RRT-Connect算法,平均规划时间效率提高了30.5%、平均采样点减少了76.74%、平均路径长度缩短了13.22%,该算法在规划过程中收敛速度更快、搜索效率更高、路径优化效果更显著。

**关键词:** 目标偏执策略;椭球子集采样;五次多项式差值;三角不等式路径修剪

中图分类号: THI241.2 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

## Robotic arm motion planning based on improved RRT-Connect algorithm

You Dazhang<sup>1,2</sup> Yang Zhijie<sup>1,2</sup> Zhang Yepeng<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2. Hubei Key Lab of Manufacture Quality Engineering, Wuhan 430068, China)

**Abstract:** Aiming at the problems of slow convergence speed, low search efficiency and random sampling of two-way fast expanding random tree (RRT-CONNECT) algorithm in complex environment with multiple obstacles, this paper proposes an RRT-CONNECT algorithm based on ellipsoid subset sampling. Firstly, on the basis of traditional RRT-Connect algorithm, combined with target paranoid sampling strategy and the advantage of sampling ellipsoid subset, construct a new sampling method, sampling area for constraint, on this basis to find the optimal path from the starting point to the target point point set, and the path as the initial path, by introducing the path pruning algorithm based on triangle inequality, to continuously optimize paths in the iterative process. A path with low cost and no collision was obtained from the starting point to the target point. Finally, a smooth path with continuous curvature was generated by combining the path optimization with the quintic polynomial difference algorithm, so that the manipulator could reach the target point quickly, accurately and stably along the optimal path. Experimental results show that compared with the original RRT-Connect algorithm, the average planning time efficiency is improved by 30.5%, the average sampling points are reduced by 76.74%, and the average path length is shortened by 13.22%. The algorithm has faster convergence speed, higher search efficiency and more significant path optimization effect in the planning process.

**Keywords:** goal paranoid strategy; ellipsoid subset sampling; quintic polynomial difference; path pruning for triangular inequality

## 0 引言

近年来,随着机器人技术<sup>[1]</sup>的发展,机械臂已经被广泛的应用到各个领域。在许多应用场景中,为了使机械臂不

与障碍物发生碰撞并且快速、精确的移动到目标位置,需要对机械臂末端的运动路径进行避障规划<sup>[2]</sup>。传统的运动规划方法主要有基于搜索的运动规划方法以及基于采样的运动规划方法。基于搜索的运动规划方法例如A<sup>\*</sup><sup>[3]</sup>、

收稿日期:2022-09-26

\*基金项目:国家自然科学基金(51875180)项目资助

Dijkstar<sup>[4]</sup>等算法主要是针对二维空间中机器人的运动规划问题, 虽然搜索能力强, 但在应用到多关节机械臂在高纬度空间下的运动规划时, 算法的复杂程度大幅上升, 搜索效率大大降低。而基于采样的运动规划方法很好地解决了这个问题。

目前, 基于采样的运动规划方法在机械臂运动规划中应用最为广泛。常见基于采样的运动规划算法有随机路线图法(probabilistic roadmap method, PRM)<sup>[5]</sup>和基于节点采样的快速随机搜索树算法(rapidly-exploring random tree, RRT)<sup>[6]</sup>, 与 PRM 路径规划算法相比, RRT 算法因其变量少、结构简单、效率高等优点而被广泛使用。但是 RRT 算法扩展过程是随机的, 在目标区域中发现样本需要消耗大量时间且 RRT 算法以牺牲最优性为代价来提高搜索效率, 所以 RRT 算法搜索到的路径通常不是最优。为了提高搜索效率, 文献[7]提出渐近最优 RRT(RRT\*) 算法。先对 RRT 算法进行局部优化, 利用 RRT 算法在找到初始路径后, RRT\* 算法将继续探索状态空间, 通过不断采样以优化当前规划路径。但在渐进优化过程中, RRT\* 算法需要进行大量的迭代, 导致搜索效率下降。文献[8]提出 Informed-RRT\* 算法, 通过限制空间状态子集来解决 RRT\* 算法的缺陷, Informed-RRT\* 算法能够更快地接近最优解。然而该方法在扩展随机树的过程中, 缺乏目的性, 导致其收敛速度慢。为了解决此等问题, RRT-Connect<sup>[9]</sup>算法在规划效率上有了明显的进步, 该算法通过从起始点和目标点构建两颗随机树来提升算法的收敛速度。虽然该算法可以快速规划出路径, 但无法做到搜索路径最优<sup>[10]</sup>, 同时也存在收敛精度不高、收敛速度低等问题。

针对上述问题, 本文提出了一种改进的 RRT-Connect 机械臂运动规划算法, 在算法迭代过程中结合目标偏执策略和椭球子集采样, 提高算法的收敛速度。在形成初始路径后, 采用基于三角不等式的路径修剪算法, 使得路径长度缩短, 超椭球尺寸减小, 采样子集缩小, 实现搜索路径最优, 提高其收敛精度和搜索效率。最后在规划出来的路径上采用五次多项式插值函数优化其速度、加速度曲线, 使得路径更加平滑。通过实验分析, 验证了所提算法的快速性以及有效性。

## 1 基本原理介绍

### 1.1 运动学模型建立

本文以一种六轴机械臂为实验对象, 其机械臂模型如图 1 所示, 采用 D-H 参数法<sup>[11]</sup>进行运动学建模, D-H 参数表如表 1 所示。

### 1.2 碰撞检测原理

碰撞检测是机械臂运动规划的一个重要部分, 在对路径进行避障规划之前, 需要对机械臂本体和障碍物环境进行建模以此为基础来设计避障算法。因为现实环境非常复杂, 障碍物具有形状不规则、位置随机等特点, 对障碍物难

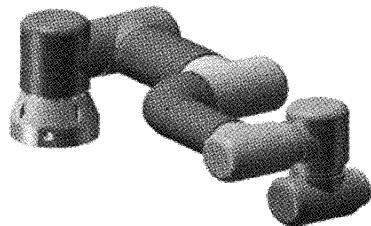


图 1 机械臂模型

表 1 机械臂 D-H 参数

$i$	连杆转角 $a_{i-1} /(^{\circ})$	杆长 $a_{i-1} / \text{cm}$	连杆偏距 $d_i / \text{cm}$	关节转角 $\theta_i /$
1	0	0	144	$\theta_1(0^{\circ})$
2	90	0	0	$\theta_2(-90^{\circ})$
3	0	-264	0	$\theta_3(0^{\circ})$
4	0	-236	106	$\theta_4(-90^{\circ})$
5	90	0	114	$\theta_5(0^{\circ})$
6	-90	0	67	$\theta_6(0^{\circ})$

以精确的建模。层次包络盒<sup>[12]</sup>是常用的模型简化方法, 其中包络球只需要球心和半径两个标量即可完成建模, 而且对于经常旋转的物体, 在旋转后包络球不发生变化, 具有计算简单、描述方便等特点, 所以对障碍物采用包络球建模, 包络球为包含障碍物的最小球体, 障碍物的中心坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$  为包围球的球心坐标, 通过球心与障碍物上 3 个最大值坐标所确定的点间的距离来确定包围球的半径。

模型建立如图 2 所示, 图中灰色的部分为随机障碍物, 以  $O$  为圆心,  $R_1$  为包络面半径, 为了让碰撞检测更加安全、有效, 将包络面向外膨胀一段距离, 膨胀距离约等于机械臂连杆的半径, 膨胀后包络球的半径为  $R_2$ 。

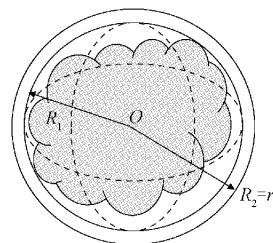


图 2 包络球障碍物示意图

在工业领域, 机械臂连杆外形通常为圆柱形或正方形, 所以本文在建模过程中把机械臂简化成圆柱体构型如图 3 所示, 圆柱体半径为  $\omega_i$ , 包络球半径  $R_2 = R_1 + \omega_i$ , 机械臂中心轴到圆心  $O$  的距离为  $d_i$ , 所以碰撞检测模型简化为: 计算比较  $d_i$  和  $R_2$  的大小, 当  $d_i > R_2$  时, 则判定机械臂与障碍物不发生碰撞, 当  $d_i \leq R_2$  则判定机械臂与障碍物发生碰撞。

## 2 改进 RRT-Connect 算法

### 2.1 基本 RRT-Connect 算法介绍

Lavalle 等<sup>[13]</sup>基于 RRT 算法提出了一种 RRT-Connect 算

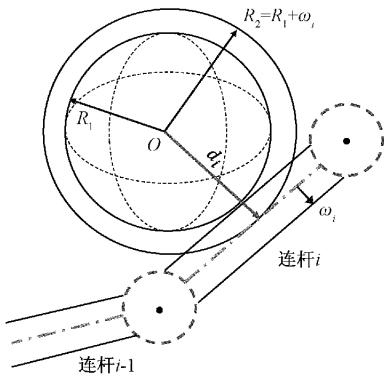


图 3 模型简化示意图

法,该算法与原始的 RRT 相比,在开始阶段沿用了 RRT 的扩展模式,先进行随机采样得到  $q_{rand}$ ,再进行扩展,不同点在于 RRT-Connect 是在起始点  $q_{init}$  和目标点  $q_{goal}$  同时建立两棵树  $V_1, V_2$ ,如图 4 所示。

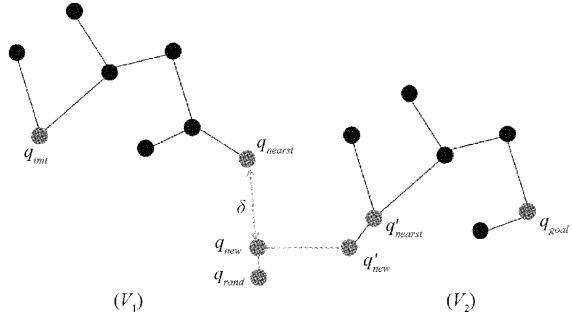


图 4 RRT-Connect 示意图

选择  $V_1$  中离  $q_{rand}$  最近的节点作为  $q_{nearest}$ ,若  $q_{nearest}$  与  $q_{rand}$  之间没有发生碰撞,则从  $q_{init}$  以一定步长  $\delta$  扩展新的节点  $q_{new}$ ,在第 1 棵树的新节点  $q_{new}$  扩展完成以后,第 2 棵树  $V_2$  将会以新的目标点  $q_{new}$  作为扩展方向。同时第 2 棵树扩展的方式略有不同,首先它会扩展第 1 步得到  $q'_{new}$ ,如果没有碰撞,继续往相同的方向扩展第 2 步,直到扩展失败或者  $q'_{new} = q_{new}$  表示与第 1 棵树相连,整个算法结束。两棵树不断朝向对方交替扩展,而不是采用随机扩展的方式,两棵树可以通过朝向对方快速扩展而逃离各自的约束区域,使得双树 RRT 算法较之单树 RRT 算法更加有效。但是 RRT-Connect 的采样方式和 RRT 相似,sample 函数还是在无限制的自由空间内进行随机采样,导致采样点过于分散,搜索效率低,采样精度不高。

## 2.2 改进 RRT-Connect 算法

对 RRT-Connect 算法存在收敛精度低,收敛速度慢的问题提出了一种针对六轴机械臂改进的 RRT-Connect 算法,改进的算法能显著的提高收敛速度和收敛精度。本文首先对采样方法进行改进,将目标偏执策略加入采样过程中,其次对采样函数进行改进,将椭球子集采样策略加入到采样函数中,在生成初始化路径之后,采用基于三角不等式的

剪枝函数,对生成的路径长度进行进一步优化,最后结合五次多项式差值函数,对生成的路径进行平滑处理,得到一条路径平滑且曲率连续的优化路径,从而使机械臂快速、准确、稳定的到达目标位置。改进算法伪代码如算法 1 所示。

### 算法 1: 改进 RRT-Connect 算法: ( $q_{init}, q_{goal}$ )

```

1:  $V_1 \leftarrow \{q_{init}\}; E_1 \leftarrow \emptyset; G_1 \leftarrow (V_1, E_1);$ 
2:  $V_2 \leftarrow \{q_{goal}\}; E_2 \leftarrow \emptyset; G_2 \leftarrow (V_2, E_2); i \leftarrow 0;$ 
3: for  $k = 1$  to  $K$  do
4:   if  $P < a$  then
5:      $q_{rand} \leftarrow \text{SAMPLEFREE}()$ 
6:   else
7:      $q_{rand} \leftarrow \text{InformedSample}(q_{init}, q_{goal}, c_{min})$ 
8:      $q_{nearest} \leftarrow \text{Nearst}(G_1, q_{rand})$ 
9:      $q_{new} \leftarrow \text{Steer}(q_{nearest}, q_{rand})$ 
10:    if ( $\text{Extend}(V_1, q_{rand}) \neq \text{Trapped}$ ) then
11:      if ( $\text{Connect}(V_2, q'_{new}) = \text{Reached}$ ) then
12:        return Path( $V_1, V_2$ )
13:         $X_{sol} \leftarrow \text{Path}(V_1, V_2)$ 
14:         $X_{sol} \leftarrow X_{sol} \cup (\text{Purning}(x \mid x \in X_{sol}))$ 
15:         $c_{min} \leftarrow \min(\text{Cost}(x \mid x \in X_{sol}))$ 
16:        return EndPath( $V_1, V_2$ )
17:      end if
18:    end if
19:    Swap( $V_1, V_2$ )
20:  end if
21: return Fail

```

## 2.3 目标偏执采样

为了提高算法收敛的速度,对  $q_{rand}$  进行带有目标偏向的启发式随机采样:

$$q_{rand} = \begin{cases} q_{goal}, & P < a \\ \text{InformedSample}(), & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中  $P$  为一个随机概率,且  $P \in [0,1]$ , $a$  为一个自定义的随机常量,在初始采样阶段把  $a$  作为目标偏执阈值,以  $a$  的概率向目标点的方向进行采样,有  $1-a$  的概率在随机空间进行采样, $a$  的设定根据空间内障碍物的多少来进行设定,当障碍物较多时  $a$  的值设定的较大,当空间障碍物较少时  $a$  设定的较小。算法在自由空间扩展采样时,按均匀概率分配产生一个概率值  $P$ ,当  $P < a$  时将进行带有目标向性的采样,如果  $P > a$  时,则对采样点  $q_{rand}$  在 InformedSample() 函数中进行椭球子集采样,改进伪代码如算法 1 中 4~7 行。

## 2.4 加入椭球子集采样

考虑到 RRT-Connect 算法在自由空间采样时并没有对采样空间进行限制,这样会导致算法的搜索效率降低,为了解决这个问题,本文在 RRT-Connect 算法进行采样时,

将采样空间限制在一个椭圆空间内部, 椭圆的标准方程为:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

焦点的坐标为  $(\pm c, 0)$ , 长轴长度为  $a$ , 短轴的长度为  $b$ , 它们之间满足: 椭圆上任意一点到两焦点的距离之和等于  $2a$ , 根据椭圆的性质可以得知, 椭圆内的点到两焦点的距离长度之和小于椭圆上的点到焦点的距离长度之和得到式(3):

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (3)$$

以  $q_{init}$  和  $q_{goal}$  为椭圆的焦点, 令  $a$  为初始路径长度的  $1/2$ , 即  $a = \frac{c_{best}}{2}$ , 则  $c = \frac{c_{min}}{2}$ ,  $b = \sqrt{\frac{c_{best}^2 - c_{min}^2}{4}}$ ,  $c_{min}$  是开始位置和目标位置之间的欧几里德距离, 椭球的短轴为  $\sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}$ , 椭球的长轴为  $c_{best}$ , 如图 5 所示。

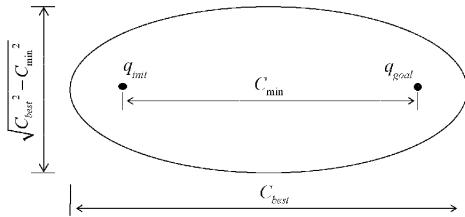


图 5 椭球子采样

当采样的时候需要将样本  $x_{ellips}$  均匀的分布在  $X_{ellips}$  内。通过将样本均匀的分布在单位半径为  $n$  的球上, 之后将  $x_{ball}$  转移到椭球子集  $X_{ball}$  中。

$$x_{ellipse} = Lx_{ball} + x_{center} \quad (4)$$

$$x_{center} = \frac{(x_{f1} + x_{f2})}{2} \quad (5)$$

$$X_{ball} = \{x \in X \mid \|x\|_2 \leqslant 1\} \quad (6)$$

式中:  $x_{center}$  为超椭球的中心,  $x_{f1}, x_{f2}$  为两个焦点,  $\|x\|_2$  为  $x$  的二范数; 该变换可以通过超椭球矩阵  $S \in R^{n \times n}$  的 Cholesky<sup>[14]</sup> 分解得到变换:

$$LL^T \equiv S \quad (7)$$

$$(x - x_{center})^T S (x - x_{center}) = 1 \quad (8)$$

其中, 超椭球体的轴  $\{a_i\}$  为  $S$  的特征向量, 其半径的平方  $\{r_i^2\}$  为  $S$  的特征值。变换  $L$  保持了  $X_{ellips}$  中的均匀分布。对于长形椭球体  $X_f$ , 可以仅从横轴和半径来计算变换, 其中与横轴对齐的坐标系中的超椭球矩阵是对角矩阵。

$$S = \text{diag}\left\{\frac{c_{best}^2}{4}, \frac{c_{best}^2 - c_{min}^2}{4}, \dots, \frac{c_{best}^2 - c_{min}^2}{4}\right\} \quad (9)$$

结果分解为:

$$L = \text{diag}\left\{\frac{c_{best}}{2}, \frac{\sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}}{2}, \dots, \frac{\sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}}{2}\right\} \quad (10)$$

式中:  $\text{diag}\{\}$  表示对角矩阵。

从超椭球坐标系到世界坐标系的旋转,  $C \in SO(n)$ , 可以看做是 Wahba<sup>[15]</sup>—一般问题的求解, 旋转矩阵由式(11)给出。

$$C = U \text{diag}\{1, \dots, 1, \det(U) \det(V)\} V^T \quad (11)$$

其中,  $\det\{\}$  表示矩阵行列式,  $U \in R^{n \times n}$  和  $V \in R^{n \times n}$  是酉矩阵,  $U \sum V^T = M$  通过奇异值分解。矩阵  $M$  由世界坐标系中的横轴  $a_1$  和单位矩阵的第 1 列  $I_1$  的外积给出。

$$M = a_1 I_1^T \quad (12)$$

$$a_1 = \frac{q_{goal} - q_{init}}{\|q_{goal} - q_{init}\|_2} \quad (13)$$

因此, 通过变换式(10)、旋转式(11), 可以从  $x_{ball} \sim u(X_{ball})$  中均匀抽取样本计算均匀分布在  $\hat{x}_f \sim u(\hat{X}_f)$  中的状态子集, 计算公式如下:

$$\hat{x}_f = CLx_{ball} + x_{center} \quad (14)$$

在超椭球内迭代采样后新生成的路径长度小于初始路径长度。随着迭代次数不断增加, 超椭球的体积不断缩小, 路径长度也不断缩短, 最终得到最优路径。椭球子采样在高维空间下的优势更加显著, 收敛速度更快, 搜索效率更高。

椭球子集采样伪代码如算法 2 所示。

---

#### 算法 2: InformedSample( $q_{init}, q_{goal}, c_{max}$ )

---

```

1: if  $c_{max} < \infty$  then
2:    $c_{min} \leftarrow \|q_{goal} - q_{init}\|_2$ 
3:    $x_{center} \leftarrow (q_{goal} + q_{init})/2$ 
4:    $C \leftarrow \text{RotationToWorldFrame}(q_{init}, q_{goal})$ 
5:    $r_1 \leftarrow c_{max}/2$ 
6:    $\{r_i\}_{i=2, \dots, n} \leftarrow \sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}/2$ 
7:    $L \leftarrow \text{diag}\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ 
8:    $x_{ball} \leftarrow \text{SampleUnitNBall}$ 
9:    $x_{rand} \leftarrow (\text{CL}x_{ball} + x_{center}) \cap X$ 
10: else
11:    $x_{rand} \sim u(X)$ 
12: return  $x_{rand}$ 

```

---

## 2.5 基于三角不等式的路径修剪算法

在生成初始路径之后, 路径往往不是最优的, 为了快速缩短路径长度, 减小超椭球的大小, 本算法将对已生成的初始路径进行修剪过程, 该过程是基于插补和三角不等式<sup>[16]</sup>, 能够有效减少路径成本。

修剪过程是创建与障碍物相切的较小的三角形, 在路径点之间有效的进行插值, 如图 6 所示, 通过在节点  $B$  和  $C$  之间进行插值, 生成临时节点  $D$ 。将节点  $B$  替换为节点  $D$ , 则总路径长度因三角不等式而减小因为  $AB + BD > AD$ , 通过在节点  $A$  和  $D$  之间进行插值, 生成一个临时节点  $E$ , 该节点进一步取代节点  $D$ ,  $ED + DC > EC$ , 修剪后的路径为  $A \rightarrow E \rightarrow C$ , 显然修剪后的路径成本要低于修剪之前的 ( $A \rightarrow B \rightarrow C$ ), 通过修剪过程, 将路径推向了障碍物, 有效的减小了路径长度, 随着初始路径的长度的减小, 超椭球的长轴  $c_{best}$  和短轴  $\sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}$  也随之减少, 则椭球的收敛

速度增加,整个算法收敛速度加快。

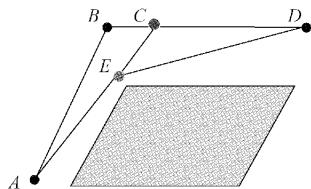


图 6 路径修剪原理示意图

修剪过程如图 7 所示,当生成初始路径后,所有节点之间的中间路径假设都不与障碍物发生碰撞,从  $Z_{i+2}$  开始,在  $Z_{i+1}$  和  $Z_{i+2}$  之间进行线性插值如图 7(a)所示,直到  $Z_i$  和插值后的节点之间可以无碰撞连接,此时会生成临时节点  $X_{temp}$ ,找到  $X_{temp}$  之后,在  $Z_i$  和  $X_{temp}$  进行插值,直到插值的点和  $Z_i$  之间连接不发生与障碍物发生碰撞,生成新的节点  $X_{new}$ ,  $X_{new}$  将替换节点  $Z_{i+1}$ ,更新路径为  $Z_i \rightarrow X_{new} \rightarrow Z_{i+2}$  如图 7(b)实线路径。将所有的节点之间都重复上述过程。

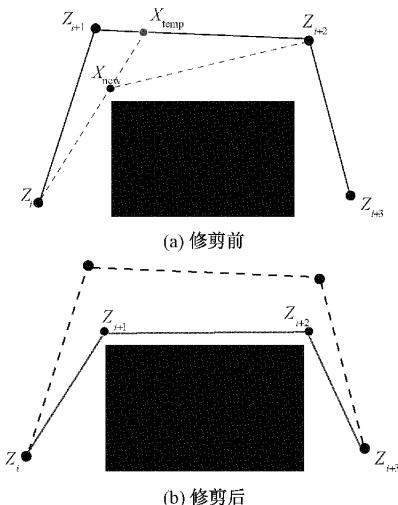


图 7 路径修剪过程示意图

## 2.6 路径平滑策略

因为 RRT-Connect 算法的随机采样特性,导致算法搜索到的路径并不是一条曲率连续、路径光滑的曲线,而是一段一段连起来的直线,且路径中包含了很多不必要的节点,不利于机械臂进行轨迹跟踪,其中曲率突变的问题,会导致机械臂运动不连贯,并引起机械臂的震动和磨损,因此本文针对机械臂的运动平稳性,在节省运算资源的情况下选择将所提出的算法与五次多项式差值函数结合,生成曲率连续且平滑的路径。

五次多项式插值可以很好的解决角度变化不平滑和加速度存在跳变的情况,五次多项式可以看作是关节角度的时间函数,角位移、角速度和角加速度的函数表达式如式(15):

$$\begin{cases} \theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ \dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ \ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{cases} \quad (15)$$

为了求出待定系数,对起始点和目标点同时给出关于角度和角加速度的约束条件如式(16):

$$\begin{cases} \theta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5 \\ \theta(t_f) = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 \\ \dot{\theta}(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4 \\ \dot{\theta}(t_f) = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 \\ \ddot{\theta}(t_0) = 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3 \\ \ddot{\theta}(t_f) = 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3 \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $\theta(t_0)$ 、 $\theta(t_f)$  为机械臂起始点和目标点的关节角,  $\dot{\theta}(t_0)$ 、 $\dot{\theta}(t_f)$  为起始点和目标点的关节角速度,  $\ddot{\theta}(t_0)$ 、 $\ddot{\theta}(t_f)$  为起始点和目标点的关节角加速度,将起始时间设为 0 即  $t_0 = 0$  得到解为:

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \dot{\theta}_0 \\ a_2 = \frac{\ddot{\theta}_0}{2} \\ a_3 = \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f + (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{cases} \quad (17)$$

最后将解算出的待定系数式(17)代入式(16)中,算出目标关节角速度、加速度。

## 3 实验验证

### 3.1 仿真验证

本文以一种六自由度机械臂作为实验对象改进算法,仿真实验 PC 平台为 Intel(R)Core(TM)i7-4700HQ CPU@2.40 Hz 3.6 GHz,8 GB 内存,WIN7,64 位操作系统。仿真软件为 MATLAB R2016a。

本次仿真实验中设置扩展步长为 0.5,迭代次数上限为 5 000,搜索半径为 20,路径规划起始点设置为 [2,2],目标点设置为 [49,24],实验环境设置为 50×30 的二维空间,障碍物为随机分布,实验次数为 100 次。

图 8 中各种黑色几何图形表示障碍物,空白区域表示自由空间,小圆点表示生成的采样点,三角形表示起始点和目标点,线条表示算法最终生成的路径,实验进行 1 000 次后的仿真数据如表 2 所示。

由表 2 中可以看出本文算法采样节点数明显少于其他 3 种算法,且与原始的 RRT-Connect 相比平均规划时间效

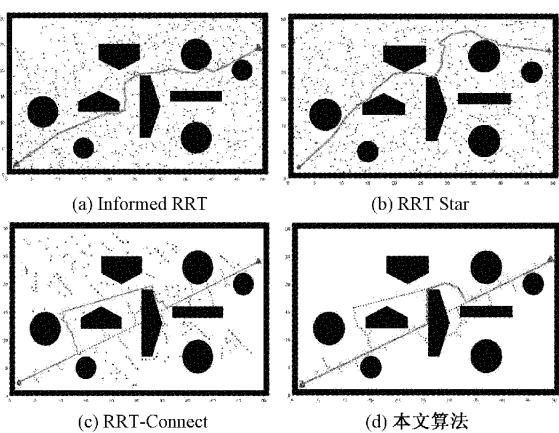


图 8 二维情景下算法仿真结果

表 2 各算法仿真数据

算法	平均规划时间/s	空间中平均采样点数	平均有效节点数	平均路径长度/mm
Informed RRT	36.42	1 542.31	53.24	51.89
RRT Star	31.91	1 493.29	47.86	55.61
RRT-Connect	10.07	571.23	33.82	45.89
改进算法	6.998	132.82	30.02	39.82

率提高了 30.5%，平均采样点减少了 76.74%，平均路径长度缩短了 13.22%，在收敛效率和收敛精度方面有了显著的提升。为了验证不同迭代次数对算法路径收敛结果的影响，对各算法进行 1 000 次迭代后的路径长度进行对比如图 9 所示，由图中可以看出本文算法具有更短的路径长度和更快的收敛速度。

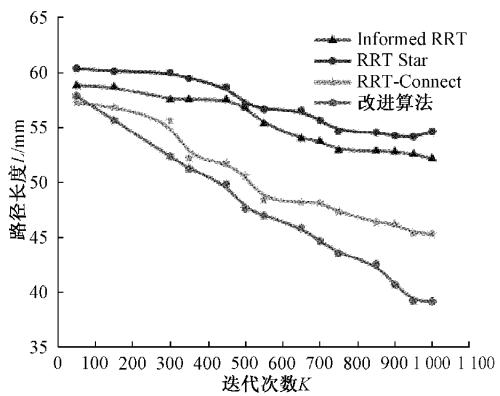


图 9 各算法收敛结果

为了验证本文算法在三维环境下的避障效果，本文搭建了随机三维障碍物环境，对 Informed RRT、RRT-Connect、RRT Star 以及本文算法进行仿真对比验证。对比图 10(a)~(c)可以看出，在三维随机障碍物分布情景下，

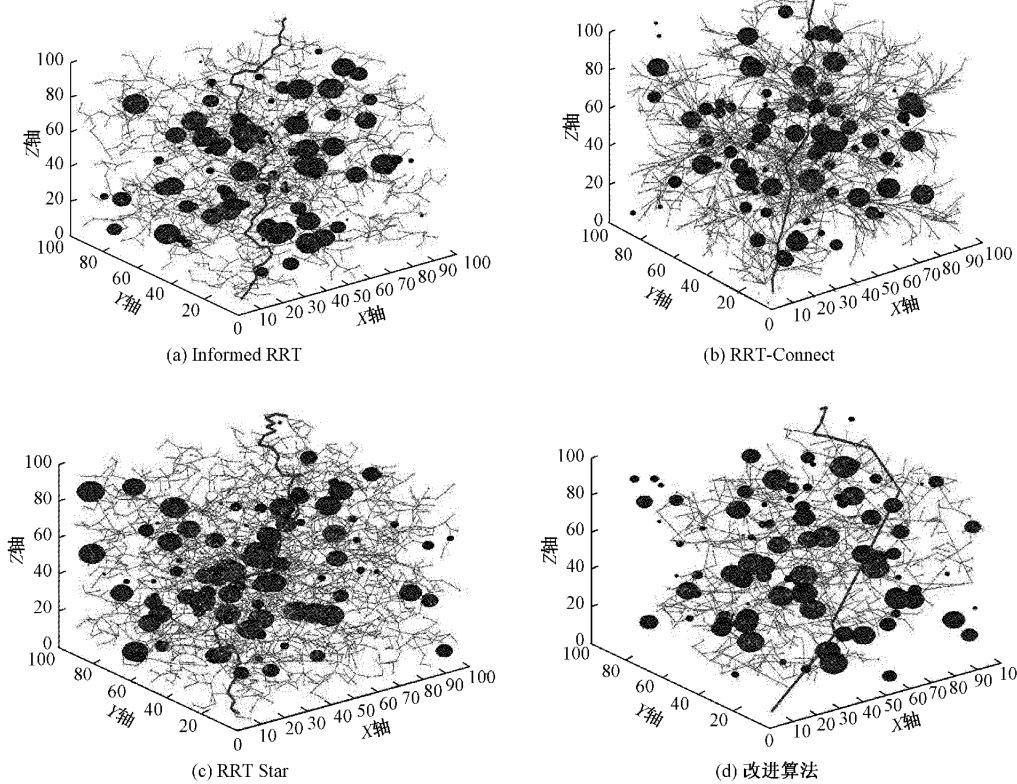


图 10 三维情景下仿真结果

以上 3 种算法的搜索树几乎布满整个三维空间且路径成本高,而本文算法如图 10(d)在采用椭球子集采样后,搜索树的枝干明显减少,最终的路径在修剪处理后,路径成本明显降低,执行 100 次实验后,传统 RRT-Connect 平均规划时间为 1.632 s,改进算法平均规划时间为 0.775 s,与传统算法相比,改进算法在规划时间效率层面提升了约 52.51%,有效的提高了轨迹规划的效率。

为了进一步验证本文算法在三维空间的可靠性,在 MATLAB 中使用机器人工具箱建立六轴机械臂模型和空间障碍物模型,且使用本文算法进行仿真运动规划,仿真结果如图 11 所示,机械臂沿着规划好的路径成功的避开障碍物,到达目标位置,且在运动过程中各轴的角度变化平稳顺滑没有突变如图 12 所示,因此本文算法在虚拟三维环境下可以有效运行。

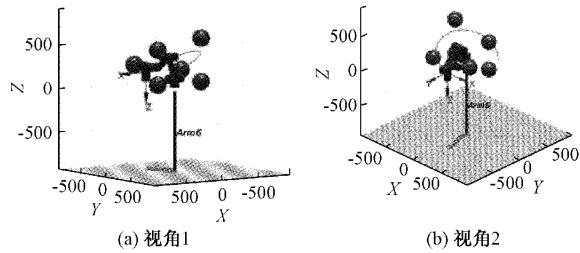


图 11 MATLAB 虚拟仿真结果

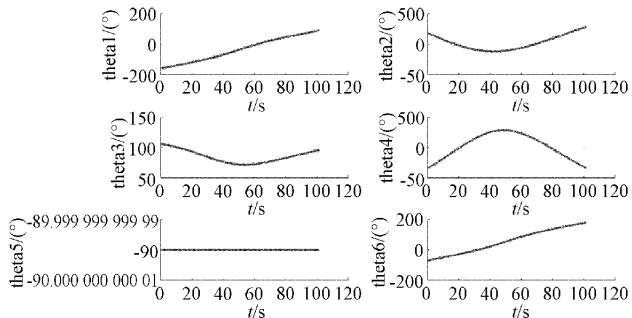


图 12 各轴角度监测

### 3.2 路径平滑线性优化效果分析

由于算法所规划出来的路径都是由三维空间内随机生成采样点所连成的路径,会导致路径平滑度差不适合机械臂的运动,因此本文采用五次多项式差值,对规划出来的路径进行平滑性优化处理如图 13 所示。

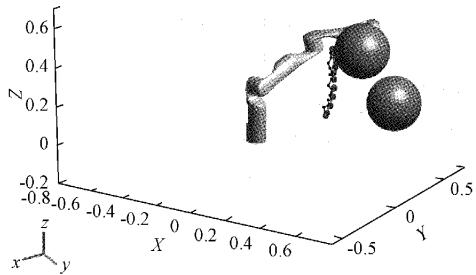


图 13 机械臂拟合优化后路径对比

图 13 中,实线为插值之前的路径,虚线代表插值之后的路径,大圆形点代表插值后的路径点,从图 13 中可以明显看出,插值后的路径更加平滑,且在机械臂运行过程中并未与障碍物发生碰撞。

图 14 中圆圈表示采用随机采样算法规划出来的路径上的插值优化点,虚线代表没有插值拟合,实线代表采用五次多项式插值,图中速度和加速度在起始位置和目标位置都是 0,符合实际情况。从图中位置、速度和加速度曲线可以看出,采用五次多项式插值后机械臂的角速度、角加速度更加平稳,没有发生突变,有效地降低了各个关节的抖动,保证了机械臂在所规划的路径上平稳运行且成功避障。

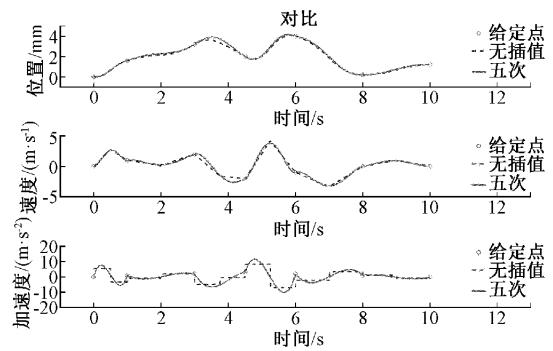


图 14 机械臂关节拟合后角度、角速度和角加速度曲线对比

### 3.3 实物验证分析

图 15 所示为 UR5 机械臂在真实环境下的运动规划验证实验,设定长方体白色物体为障碍物,位置点 1 为起始点,位置点 6 为目标点,从位置点 1 移动到位置点 6,目的

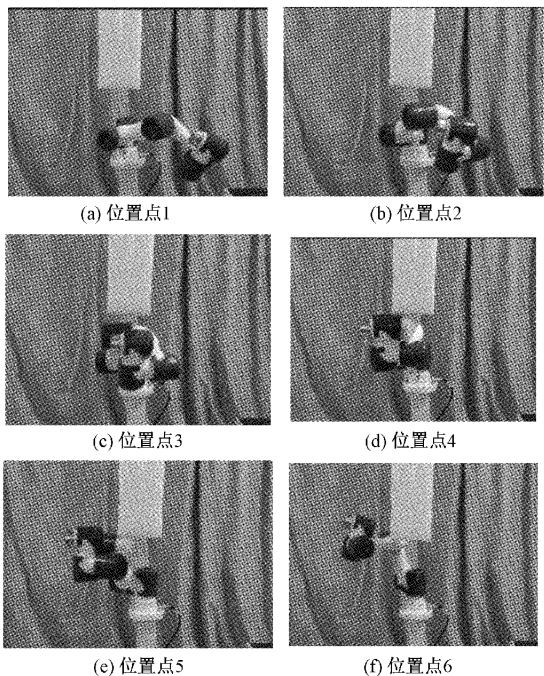


图 15 对应点实际画面片段截取

是在移动过程中避开障碍物,在 MATLAB 中路径规划完成后,上位机将得到的路径点信息下发至机械臂的控制器,从而实现机械臂从起始位置有效的避开障碍物到达目标位置的规划任务,由图 15 可以看出,本文算法在真实环境中能够有效完成避障任务,证明本文算法的有效性。

#### 4 结 论

本文针对 RRT-Connect 算法在多障碍物复杂环境下算法收敛速度慢、搜索效率低、采样具有随机性等问题,提出了一种基于目标偏执策略融合椭球子集采样的 RRT-Connect 算法,并且在生成初始路径后加入基于三角不等式的路径修剪算法,对路径进行优化,其结果表明改进的算法与传统的 RRT-Connect、Informed RRT、RRT Star 相比收敛速度更快、规划效率更高。最后结合五次多项式插值算法生成机械臂可追踪的光滑路径,保证了机械臂的平稳运行。

#### 参考文献

- [1] KOYACHI N, HUANG J, TATSUNO J, et al. KINDAI University: Advanced robotic technology research center in fundamental technology for next generation research institute[J]. *Jrobomech*, 2022, 34(1): 89-99.
- [2] AL A A, CHAPPELL D, KORMUSHEV P. Kinematic-model-free predictive control for robotic manipulator target reaching with obstacle avoidance[J]. *Frontiers in Robotics and AI*, 2022, 9: 1926-1943.
- [3] ZHANG Z, WU J, DAI J, et al. Optimal path planning with modified A-star algorithm for stealth unmanned aerial vehicles in 3D network radar environment[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2022, 236(1): 75-98.
- [4] KIM D, KIM D, WOO D, et al. Development of an image analysis code for hydrided Zircaloy using Dijkstra's algorithm and sensitivity analysis of radial hydride continuous path [J]. *Journal of Nuclear Materials*, 2022, 3186-3198.
- [5] 刘洋, 章卫国, 李广文. 基于改进 PRM 算法的路径规划研究 [J]. *计算机应用研究*, 2012, 29 (1): 104-106, 139.
- [6] KANG J G, CHOI Y S, JUNG J W. A method of enhancing rapidly-exploring randomtree robot path planning using midpoint interpolation [J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(18): 586-613.
- [7] KARAMAN S, FR AZZOLI E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(7): 846-894.
- [8] SRINIVASA S, BARFOOT T D. Informed RRT\*: Optimal sampling-based pathplanning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic[C]. 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Chicago, 2014: 2997-3004.
- [9] KANG T W, KANG J G, JUNG J W. A bidirectional interpolation method for post-processing in sampling-based robot path planning[J]. *Sensors*, 2021, 21(21): 57-68.
- [10] 王坤, 黄勃, 曾国辉, 等. 基于改进 RRT-Connect 的快速路径规划算法[J]. *武汉大学学报(理学版)*, 2019, 65(3): 283-289.
- [11] 郭发勇, 梅涛, 赵江海. D-H 法建立连杆坐标系存在的问题及改进 [J]. *中国机械工程*, 2014, 25 (20): 2710-2714.
- [12] 刘超, 蒋夏军, 施慧彬. 一种快速的双重层次包围盒碰撞检测算法[J]. *计算机与现代化*, 2018(5): 6-10.
- [13] LAVALLE S M, KUFFNER J J. Randomized kinodynamic planning [C]. Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2001: 378-400.
- [14] JUREK M, KATZFUSS M. Hierarchical sparse-Cholesky decomposition with applications to high-dimensional spatio-temporal filtering[J]. *Statistics and Computing*, 2022, DOI: 10.48550/arXiv.2006.16901.
- [15] RUITER D, ANTON H J, FORBES J R. On the solution of Wahba's problem on SO(n) [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2013, 60 (1): 1-31.
- [16] KIM M C, SONG J B. Informed RRT\* with improved converging rate by adopting wrapping procedure[J]. *Intelligent Service Robotics*, 2018, 11: 53-60.

#### 作者简介

游达章,博士,教授,主要研究方向为机器人与智能控制、数控技术、故障预测与可靠性技术。

E-mail:yodazhang@163.com

杨智杰(通信作者),硕士研究生,主要研究方向为机器人与智能控制、嵌入式技术。

E-mail:yzj1151978714@outlook.com

张业鹏,博士,教授,主要研究方向为测试计量技术与仪器。

E-mail:12692526052@qq.com