

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2211770

基于复域超多维标度的混合 TOA/AOA 定位算法

鹿 浩 侯玉涛 杨晓倩 曹 宁

(河海大学计算机与信息学院 南京 211100)

摘要: 针对全球卫星导航系统信号完全拒止环境下的定位问题, 使用超宽带(UWB)技术获取测量信息, 基于多维标度变换算法(MDS)提出一种复域下的混合测距信息(TOA)和测角信息(AOA)的超多维标度定位算法(TA-SMDS), 并进一步构建了复域内的核矩阵, 提出复域下的超多维标度定位算法(TA-CDSMDS)。对比 3 种算法的定位结果, 以及 10° 、 15° 、 20° 测角误差和不同测距误差下的定位误差, 得 TA-CDSMDS 算法相较于 TA-SMDS 和 MDS, 有更小的定位误差, 更贴近克拉美罗下界; 分析不同节点下 3 种的计算时间, TA-CDSMDS 算法在优化 TA-SMDS 的基础上减少 28%~48% 的时间, 具有更好的定位性能。

关键词: 到达时间; 到达角度; 多维标度变换; 复域超多维标度变换; 定位算法

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510

Research on hybrid TOA/AOA location algorithm based on super multidimensional scale in complex domain

Lu Hao Hou Yutao Yang Xiaoqian Cao Ning

(School of Computer and Information, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: This paper uses ultra-wide-band (UWB) technology to obtain measurement information, based on the multi-dimensional scale (MDS) algorithm, a super multi-dimensional scale positioning algorithm (TA-SMDS) is proposed, which combines time of arrival (TOA) and angle of arrival (AOA) information, with the goal of solving the localization problem in the environment of the global satellite navigation system signal complete rejection. Based on the TA-SMDS algorithm, the kernel matrix in complex domain is further constructed, a super multi-dimensional scaling location algorithm in complex domain (TA-CDSMDS) is proposed. Comparing the positioning results of the three algorithms and the errors under the angular of 10° , 15° , and 20° as well as different ranging errors, it can be obtained that the TA-CDSMDS algorithm has smaller positioning errors and is closer to the CRLB than the TA-SMDS and MDS. Analyzing the calculation time of the algorithm under different nodes, the TA-CDSMDS algorithm reduces the time by 28% to 48% based on the optimized TA-SMDS, and has better localization performance.

Keywords: time of arrival; angle of arrival; multi-dimensional scale; complex domain super multi-dimensional scale; localization algorithm

0 引言

随着航天技术和通信技术的飞速发展, 卫星导航服务得到广泛应用, 全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)在各大领域中都扮演着必不可少的重要角色。GNSS 通过解算卫星导航电文来获取较高精度的位置信息, 并且可以实时更新动态变化的位置信息。虽然 GNSS 能基本满足各类定位需求, 但仍存在一些无法利用卫星实现定位的情况, 如在室内或者城市峡谷等^[1]。协同定位技术结合了 GNSS 技术与用户节点之间的信息交互能力, 可以在一

定程度上辅助增强卫星导航系统, 实现更高精度的定位。

其中, 因超宽带(ultra-wide-band, UWB)信号具备超强穿透能力和超高分辨率等明显优势, 逐步成为国内外诸多研究机构和高校广泛研究的课题。2010 年, 吉林大学的研究团队提出了一种基于矩阵束算法的联合估计定位技术^[2], 该技术在室内定位场景下发挥了很好的定位性能。2014 年, 中国矿业大学的研究团队分析了常用的 UWB 定位算法, 并对其进行改进, 通过仿真实验, 证实了 UWB 拥有厘米级的定位精度^[3]。2020 年, 为了增强室内目标跟踪技术的可靠性和有效性, Ortega 等^[4]提出了一种 8 天线

UWB 技术解决方案。

根据 UWB 信号获取的特征参数,如距离信息、角度信息等,将定位方式分为如下 4 种:基于到达时间 (time of arrival, TOA)、基于到达时间差 (time difference of arrival, TDOA)、基于到达信号强度 (received signal strength indicator, RSSI) 以及基于到达角度的定位方式 (angle of arrival, AOA)^[5-7]。

利用单一的测量数据进行定位解算有较多局限性,每个节点能提供的数据受到环境因素的影响,造成数据一致性失真,从而导致定位误差过大。其次,测量设备也会对单一的测量数据产生影响,如 TOA/TDOA 方法都会受到时钟分辨率的影响,导致测距信息不准确;RSSI 对具体的信道参数敏感度高,十分依赖路损模型等。因此,将多种测量数据进行融合再进行位置解算,可以弥补由于节点之间受环境干扰造成的定位缺陷。文献[8]中介绍了一种 RSS/AOA 混合定位算法,通过结合两种定位方式的优点来提高定位精度;文献[9]中介绍了一种 RSS/TOA 混合定位算法,采用迭代计算的方法优化了定位性能;文献[10]中介绍了一种 TOA/TDOA 混合定位算法来进行船舶定位,提高了自动识别的正确率;文献[11]中介绍了一种 TDOA/AOA 混合定位算法,实验证明比单一定位方式精度有所提高。

多维标度变换分析是一种将多维空间对象简化到低维空间进行处理,同时还保留对象间原始关系的数据分析方法。一些学者基于此进行了进一步的研究,文献[12-13]从加权多维标度分析的角度出发,分别提出了基于到达时间和接受信号强度的加权多维标度定位算法;针对经典多维标度算法在定位节点较多时产生的误差较大和计算量增加的情况,文献[14]提出了一种基于剩余能量分簇的距离误差矫正 MDS-MAP(ED) 算法,从网络节点成簇、簇内节点间距离误差校正方面给出了优化方案,该方法在降低误差的同时减少了定位算法应用的计算量;文献[15]提出了一种基于向量相似性的多维标度定位方法,引入测量信号参数向量间的相似度作为节点距离的度量标准,在一定程度上打破了传统基于测量信号参数方法的局限性,可以适应复杂环境下的实时定位。

以上改进均是针对单个辐射源进行改进,实际场景中往往有多个辐射源,考虑多源协同定位下,本文混合了 TOA 和 AOA 信息,提出了一种超多维标度(TOA/AOA-super multi-dimensional, TA-SMDS) 定位算法,并在此基础上进一步改进,提出复域下的超多维标度定位算法 (TOA/AOA-super multi-dimensional in complex domain, TA-CDSMDS) 整合定位资源,减少环境因素对定位算法的干扰,提升定位精度和定位的鲁棒性。

1 TOA/AOA 定位以及 MDS 算法

1.1 TOA 定位

时间主要指的是信号的时延或者是飞行时间,依据电

磁波速度($c \approx 3 \times 10^8$ m/s)与信号时延的关系,测量节点之间的距离关系如下:

$$R = c\tau \quad (1)$$

$$\tau = t_1 - t_0 \quad (2)$$

其中, t_0 是信号发送时的时间戳, t_1 是信号接受时的时间戳。定位模型如图 1 所示。

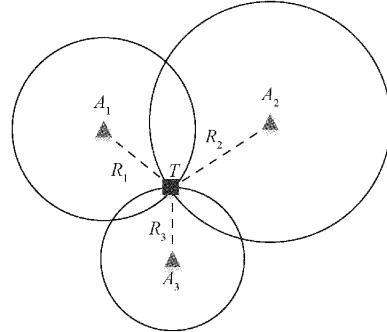


图 1 TOA/RSS/AOA 定位原理

设 3 个锚节点 $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3)$ 以及一个目标节点 $T(x_0, y_0)$, R_1, R_2, R_3 分别表示节点之间的距离,分别以 A_1, A_2, A_3 为圆心,对应 R_1, R_2, R_3 为半径画圆,根据欧氏距离公式可得到以下关系:

$$(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 = R_{i+1}^2, i = 0, 1, 2 \quad (3)$$

由式(3)可以看出,两个计算时刻在不同的节点位置,在此方式下,不允许信号的发送端和接收端的时钟出现异步的情况。否则就会产生测距误差,导致上图中圆周不会相交于点 T 而是点 T 附近的一块误差范围之内,从而影响定位精度。

1.2 AOA 定位

AOA 定位方法主要测量是锚节点和目标节点之间的到达角度。如图 2 所示,分别以两个锚节点为起点作射线相交于一点,即目标节点位置。

$$\tan \alpha_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \tan \alpha_2 = \frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0} \quad (4)$$

式中: α_1, α_2 分别为锚节点与目标节点之间的方位角。AOA 流程简单,但是其对于外界干扰的鲁棒性差导致定位信息不准确。

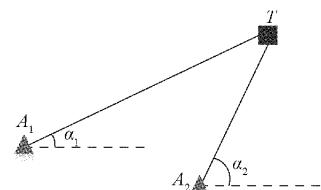


图 2 AOA 定位原理

1.3 MDS 算法

多维标度变换定位算法的基本原理里和思路为:假设 M 个节点,节点在原始空间构成的距离矩阵 $D \in \mathbb{R}^{M \times M}$,其中 i, j 两个节点之间的距离用 d_{ij} 表示。对节点进行空间转换,求得节点在低维空间即 k 维空间 (k 小于等于原始

维度)的表示 $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{k \times M}$, 保持节点之间的欧氏距离不变, 即 $\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\| = d_{ij}$ 。设定 \mathbf{B} 是经过降维操作的节点内积矩阵, $\mathbf{B} \triangleq \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{M \times M}$, 其中元素 $b_{ij} = \mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_j$ 。构建平方距离矩阵:

$$d_{ij}^2 = \|\mathbf{z}_i\|^2 + \|\mathbf{z}_j\|^2 - 2\mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_j = b_{ii} + b_{jj} - 2b_{ij} \quad (5)$$

对降维后的节点 \mathbf{Z} 进行去中心化操作, 即令所有低维向量的某一个维度的总和等于 0, 有 $\sum_{i=1}^M \mathbf{z}_i = 0$ 。对于 b_{ij} 则有, $\sum_{i=1}^M b_{ij} = 0$ 以及 $\sum_{j=1}^M b_{ij} = 0$ 。结合式(5)对平方矩阵进行推导可得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M d_{ij}^2 &= d_{1j}^2 + d_{2j}^2 + \cdots + d_{Mj}^2 = \text{tr}(\mathbf{B}) + Mb_{jj} \\ \sum_{j=1}^M d_{ij}^2 &= d_{i1}^2 + d_{i2}^2 + \cdots + d_{iM}^2 = \text{tr}(\mathbf{B}) + Mb_{ii} \quad (6) \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M d_{ij}^2 &= \sum_{j=1}^M d_{1j}^2 + \sum_{j=1}^M d_{2j}^2 + \cdots + \sum_{j=1}^M d_{Mj}^2 = \\ &2M \times \text{tr}(\mathbf{B}) \end{aligned}$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, 即 $\text{tr}(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^M \|\mathbf{z}_i\|^2$ 。根据式(6)可以得到 b_{ij} 关于平方距离矩阵的表达式:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \frac{1}{2}(b_{ii} + b_{jj} - d_{ij}^2) = \\ &\frac{1}{2} \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_{ij}^2 + \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M d_{ij}^2 - \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M d_{ij}^2 - d_{ij}^2 \right) \quad (7) \end{aligned}$$

对 \mathbf{B} 进行特征分解, $\mathbf{B} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T$, 取前 k 个特征值构成对角矩阵 $\mathbf{V}' \in \mathbb{R}^{M \times k}$, 可得到低维嵌入向量 \mathbf{Z} , 经典 MDS 算法步骤如算法 1 所示。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}' \frac{1}{2} \mathbf{V}'^T \quad (8)$$

算法 1 经典 MDS 算法

输入:

1. 测距信息 d_{ij}
2. 空间维度 k

步骤:

1. 利用 d_{ij}^2 构建平方距离矩阵 \mathbf{D}
2. 根据式(7)获得矩阵 \mathbf{B}
3. 对矩阵 \mathbf{B} 进行特征分解
4. 根据式(8)获得低维空间的相对坐标

2 基于 UWB 的混合 TOA/AOA 定位算法

2.1 基于超多维标度的混合 TOA/AOA 定位算法

在本章节提出的改进的 TA-SMDS 算法中, 只需一个锚节点的坐标就可以计算出其他节点的坐标信息, 降低了对定位网络中的节点布局要求, 极大减少了定位成本。

设定位网络是一个有 N 个节点的二维空间。用 N_A 表示锚节点, 用 N_T 表示目标节点, x_i 表示第 i 个节点的坐标, 并且通过 UWB 可以获取节点 i 与节点 j 之间的距离信息 d_{ij} 和角度信息 θ_{ij} 。

用有向图 $G_{\eta, N}(\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{D})$ 表示这个定位网络, 其中 \mathbf{X} 为定位网络中的节点集合即图中的顶点, \mathbf{V} 表示节点间有向边的集合, \mathbf{D} 表示权重集合, 有关集合的表达式如下。

\mathbf{X} 集合是由节点的坐标构成的, 即为有向图中的顶点集合:

$$\mathbf{X} \triangleq [\mathbf{x}_1^T \cdots \mathbf{x}_N^T]^T \in \mathbb{R}^{N \times 2} \quad (9)$$

\mathbf{V} 边缘矩阵是由边缘向量构成的:

$$v_m = x_i - x_j, j > i$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &\triangleq [(x_1 - x_2)^T (x_1 - x_3)^T \cdots (x_1 - x_N)^T]^T = \\ &[\mathbf{v}_1^T \ \mathbf{v}_2^T \ \cdots \ \mathbf{v}_M^T]^T = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times 2} \end{aligned} \quad (10)$$

在式(10)中, 边缘矩阵 \mathbf{V} 的边缘数量定义为 M 个, 且节点和边缘向量之间的下标系数也有相应的转换, 节点 $1 \rightarrow 2$ 对应边缘向量中的 $1, 1 \rightarrow 3$ 对应 2 , 以此类推, $N-1 \rightarrow N$ 对应 M 。其中:

$$M = \binom{N}{2} = N(N-1)/2 \quad (11)$$

构建的变换矩阵 \mathbf{C} 由多个单位矩阵和 $\mathbf{0}$ 矩阵组成:

$$\mathbf{C} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-1 \times 1} & | & -\mathbf{I}_{N-1 \times N-1} \\ \mathbf{0}_{N-2 \times 1} & | & \mathbf{I}_{N-2 \times N-1} & | & -\mathbf{I}_{N-1 \times N-1} \\ \vdots & | & \vdots & | & \vdots \\ \mathbf{0}_{1 \times N-2} & | & 1 & | & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由此, 节点之间的欧氏距离和边缘向量之间的关系可以由节点之间的坐标做内积计算得到:

$$d_{ij} = \|\mathbf{v}_i\| = \sqrt{\langle (x_n - x_m), (x_n - x_m) \rangle} \quad (13)$$

用边缘矩阵构建核矩阵 \mathbf{K} :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1 \rangle & \cdots & \langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_M \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mathbf{v}_M, \mathbf{v}_1 \rangle & \cdots & \langle \mathbf{v}_M, \mathbf{v}_M \rangle \end{bmatrix} = \\ &\text{diag} \left(\begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_M \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_{11} & \cdots & \cos\theta_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos\theta_{M1} & \cdots & \cos\theta_{MM} \end{bmatrix} \cdot \text{diag} \left(\begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_M \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

边缘矩阵中元素由边缘向量的内积给定:

$$k_{nm} = \langle \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_m \rangle = d_n d_m \cos\theta_{nm} \quad (15)$$

核矩阵中元素的构成仅仅依赖节点之间的一对测量距离和对应的角度信息, 因此可利用混合信息直接构建定位核矩阵, 避免去中心化过程, 减少测量误差的传播和放大。

对应经典 MDS 算法中的中心化处理过程, TA-SMDS 算法对核矩阵采用低秩截断的方法可以获取边缘向量的估计表达式:

$$\hat{\mathbf{V}} = (\underline{\mathbf{U}}_{M \times \eta} \cdot \underline{\mathbf{A}}_{\eta \times \eta}^{\odot \frac{1}{2}})^T \quad (16)$$

其中, $\underline{\mathbf{A}}_{M \times \eta}$ 表示矩阵的左上方分区元素, $\odot k$ 表示哈达

玛积, \mathbf{U} 和 \mathbf{A} 分别表示核矩阵的特征向量和特征值。因此, 可以由式(11)得到估计坐标值:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{V}} \quad (17)$$

然而, 根据式(12)的计算, 对应矩阵 \mathbf{C} 的秩是 $N-1$, 无法直接进行上式运算求得估计坐标矩阵。为了解决该问题, 结合定位网络中锚节点的信息 $\mathbf{X}_A \triangleq [\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{N_A}]^T$, 可以将求解问题推导如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_A \\ \hat{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0}_{N_A \times N_T} \\ \cdots & \mathbf{C} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_A \\ \hat{\mathbf{V}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

由此, $\hat{\mathbf{X}}$ 矩阵即为节点相对坐标。而要获得节点真实位置要对相对坐标进行转换。利用普氏变换来实现坐标系的切换, 对相对坐标执行平移、旋转、缩放来获取绝对坐标^[16], 如算法 2 所示。

算法 2 TA-SMDS

输入:

1. UWB 测量信息: 距离、角度信息

2. 至少一个锚节点坐标

步骤:

1. 根据式(9)和(10)构建复域中的核矩阵 \mathbf{K}

2. 对 \mathbf{K} 特征分解得到最大特征对 (λ, \mathbf{u})

3. 根据式(16)估计边缘矩阵 $\hat{\mathbf{V}}$

4. 根据式(17)获取节点坐标估计矩阵 $\hat{\mathbf{X}}$

5. 对 $\hat{\mathbf{X}}$ 进行普氏变换得到绝对坐标矩阵 \mathbf{X}

该算法中, 融合了距离信息和角度信息, 根据这些元素逐个构建核矩阵, 避免了单方面的测量误差在计算过程中的累积传播。

2.2 基于复域超多维标度的混合 TOA/AOA 定位算法

在 TA-SMDS 算法的基础上, 为了进一步减小计算复杂度, 提升定位性能, 提出了一种在复域领域重构核矩阵 \mathbf{K} 的方法, 用复数的形式表示相关变量, 将二维空间中实际秩为 2 的核矩阵重构表示为复域中秩为 1 的等价形式, 即复域超多维标度定位算法 TA-CDMDS。

如图 3 所示, 对于定位网络中的各个节点 $x_i \in \mathbb{R}^2$, 用复数的形式表示每个节点 x_i :

$$x_i = [a_{x_i}, b_{x_i}] \Leftrightarrow x_i = a_{x_i} + jb_{x_i} \quad (19)$$

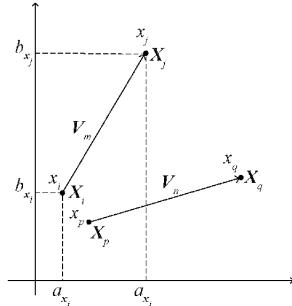


图 3 复域下定位网络图中的节点

与复域中的节点坐标表示相对应的坐标集合也要满足复域的条件, 对其也进行重构可得:

$$\mathbf{x} \triangleq [x_1 \cdots x_N]^T \in \mathbb{C}^N \quad (20)$$

如图 4 所示, 对于定位网络中的有向边, 即节点之间的边缘变量 v_i 用复数表示:

$$v_i = (a_{x_m} - a_{x_n}) + j(b_{x_m} - b_{x_n}) \quad (21)$$

式(10)可以映射得到复域下的边缘矩阵:

$$\mathbf{v} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \in \mathbb{C}^M \quad (22)$$

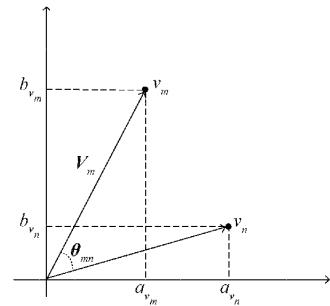


图 4 复域下定位网络图中的边缘向量

根据式(14)构建核矩阵 \mathbf{K} 。相对应的, 核矩阵中的各个元素也要用复数形式重新表示, 即:

$$\langle v_i, v_j \rangle = \begin{bmatrix} a_{v_i} & b_{v_i} \\ a_{v_j} & b_{v_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{v_j} \\ b_{v_j} \end{bmatrix} = a_{v_i}a_{v_j} + b_{v_i}b_{v_j} =$$

$$d_i d_j \cos \theta_{ij} \quad (23)$$

可以看出, 只要获取到测量的距离信息和角度信息, 就能构建复域下的核矩阵。做叉乘可以得到另一组关于距离和角度的表达式:

$$|v_i \times v_j| = \left| \begin{bmatrix} a_{v_i} & b_{v_i} \\ a_{v_j} & b_{v_j} \end{bmatrix} \right| = a_{v_i}b_{v_j} - a_{v_j}b_{v_i} =$$

$$d_i d_j \sin \theta_{ij} \quad (24)$$

在复域下, 对边缘向量的复式共轭做点乘运算:

$$v_i \cdot v_j^* = (a_{v_i} + jb_{v_i}) \cdot (a_{v_j} - jb_{v_j}) = (a_{v_i}a_{v_j} + b_{v_i}b_{v_j}) + j(a_{v_j}b_{v_i} - a_{v_i}b_{v_j}) = d_i d_j (\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \quad (25)$$

对于核矩阵 \mathbf{K} 中的元素 k_{ij} 可以表示为:

$$k_{ij} = \frac{v_i \cdot v_j^* + v_i^* \cdot v_j}{2} = a_{v_i}a_{v_j} + b_{v_i}b_{v_j} \quad (26)$$

利用式(27)构建如式(14)中所示的复域下核矩阵可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \frac{1}{2} \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{v}^T + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^H = \frac{1}{2} \mathbf{K} + \frac{1}{2} \mathbf{K}^T \\ \mathbf{K} &\triangleq \mathbf{v}^* \cdot \mathbf{v}^T \end{aligned} \quad (27)$$

式中: \mathbf{H} 表示转置共轭, \mathbf{K} 称为复域中的核矩阵。

由此, 复域中的核矩阵 \mathbf{K} 中的元素 k 用距离信息和角度信息表示如下:

$$k_{ij} = v_i \cdot v_j^* = d_i d_j (\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) = d_i d_j e^{j\theta_{ij}} \quad (28)$$

联合式(28)和(29)可知, 复域下的核矩阵 \mathbf{K} 不仅包含

了定位网络中节点的所有信息, 其秩也降为 1。实数域下的超多维核矩阵 \mathbf{K} 可以由复域下的超多维核矩阵 \mathbf{K} 进行比例求和而得, 对其进行特征分解, 获取最大特征对 (λ, \mathbf{u}) , 可以得到边缘向量的估计:

$$\hat{\mathbf{v}} = \sqrt{\lambda} \mathbf{u} \quad (29)$$

利用边缘向量可以推算估计的坐标矩阵:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_A \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0}_{N_A \times N_T} \\ \cdots & \mathbf{C} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_A \\ \hat{\mathbf{v}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}$ 是节点之间的相对坐标, 利用普氏变换来实现坐标系的切换, 对相对坐标执行平移、旋转、缩放来获取绝对坐标。TA-CDSMDS 算法步骤如算法 3 所示。

算法 3 TA-CDSMDS

输入:

1. UWB 测量信息: 距离、角度信息
 2. 至少一个锚节点坐标
- 步骤:
1. 根据式(21)构建复域中的核矩阵 \mathcal{K}
 2. 对核矩阵 \mathbf{K} 进行特征分解得到最大特征对 (λ, \mathbf{u})
 3. 根据式(22)估计边缘矩阵 $\hat{\mathbf{v}}$
 4. 根据式(23)获取节点坐标估计矩阵 $\hat{\mathbf{x}}$
 5. 对 $\hat{\mathbf{x}}$ 进行普氏变换映射得到绝对坐标矩阵 \mathbf{X}

3 仿真实验

3.1 仿真实验环境

本论文依托的硬件平台主要由计算机主机、GNSS 接收机以及 UWB 测量模块组成。主机上的串口调试助手软件分别用于接收 GNSS 接收的导航电文数据,(本论文中主要用到北斗卫星导航数据)以及 UWB 的测距、测角信息; Pycharm 软件主要用于算法设计以及仿真实验, 开发语言是 Python, 并且使用了 Matplotlib 绘图库进行图像绘制以及定位结果展示。

3.2 仿真实验设计

仿真实验设定在一个 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ 的方形区域内, 一共布设 12 个节点, 如图 5 所示, 其中 4 个为锚节点(三角形标记), 坐标分别为 $A_1(2, 2)$ 、 $A_2(8, 2)$ 、 $A_3(2, 8)$ 、 $A_4(8, 8)$ 分布在区域的四个角落, 其余 8 个为随机均匀分布的目标节点(用正方形 $T_1 \sim T_8$ 表示)。为了更好地模拟出 UWB 测量环境下的测量信息, 仿真实验中根据距离和角度信息构建了误差模型。

假设测距信息遵循 Gamma 随机分布^[17], 其测距平均值由真实距离 d 和标准偏差 σ_d 给出。并给定 Gamma 分布中的形状参数 $\alpha = d^2 / \sigma_d^2$, 尺度参数 $\beta = \sigma_d^2 / d$ 。因此, 可以构建与真实距离信息相关联测距信息的概率密度函数 p_d 如下:

$$p_d = (d; \alpha, \beta) = (\beta^\alpha \Gamma(\alpha))^{-1} \cdot \tilde{d}^{(\alpha-1)} \cdot e^{-\tilde{d}/\beta} \quad (31)$$

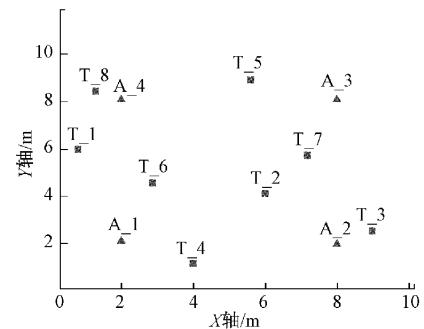


图 5 定位网络节点图

假设测角信息遵循 Thkhonov 分布^[17], 其测角平均值由真实角度 θ 和标准偏差 δ_θ 给出, 即测角信息 $\bar{\theta} = \theta + \delta_\theta$ 。因此, 可以构建与真实角度信息相关联测角信息的概率密度函数 p_θ 如下:

$$p_\theta(\theta; \rho) = \frac{1}{2\rho I_0(\rho)} \cdot e^{\rho \cos(\theta)} \quad (32)$$

其中, 角度值 $\theta \in [-\pi, \pi]$, 分布密度参数 $\rho \geqslant 0$ 。并且 ρ 与角度误差 δ_θ 成反比。

由于角度误差的方差和分布密度参数之间的关系是非线性的, 在实验中, 重新定义了一个占概率分布函数百分比为 90% 的角度误差 ϵ_θ , 其定义如下:

$$\epsilon_\theta = \theta_L \left| \int_{-\theta_L}^{\theta_L} p_{\theta(\theta; \rho)} \right| = 0.9 \quad (33)$$

3.3 实验评价指标

对于实验定位精度, 需要比较在不同限制条件下算法的定位精度。本实验采用均方根误差 RSME 以及克拉美罗下界(Cramer-Rao lower bound, CRLB)对算法的性能和定位精度进行衡量。

其均方根误差计算公式如下:

$$RMSE = E \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (34)$$

在评价定位精度的时候, 通常将上面误差计算值与克拉美罗下界进行对比。CRLB 可以计算出在无偏估计中的最佳估计精度, 即得到理论下限。

对于实验算法的计算复杂度, 本实验计算时间利用 Python 中的 time() 函数进行。

3.4 实验结果与分析

根据实验设计, 利用 4 个锚节点计算其余 8 个目标节点, 得到图 6 用 3 种算法实现的定位坐标结果图。 $M_1 \sim M_8$ 是定位结果, $T_1 \sim T_8$ 是目标节点, 通过 3 张对比图可以看出, 通过 MDS 算法进行定位差距较大; 本文提出的 TA-SMDS 算法定位效果有所提升, 方块之间的距离明显缩短了; 而进一步提出的 TA-CDSMDS 算法定位效果更好。

根据仿真实验设计, 用不同定位算法在不同测距、测角误差下进行仿真实验, 实验结果如图 7 所示, 随着测距误差的增大, 单独使用 TOA 的 MDS 算法定位误差比使用混合

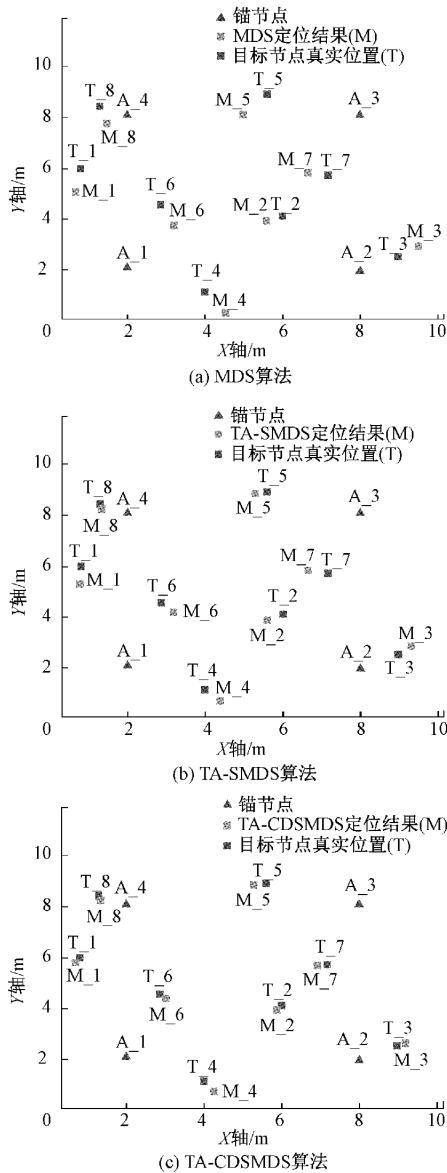


图 6 不同算法实现定位结果图对比

TOA/AOA 的 TA-SMDS 以及 TA-CDSMDS 要大得多, 说明在两种信息的支持下, 可以比单一数据信息实现更好的定位。对于测角误差对算法的影响, 分别取 10° 、 15° 、 20° 这 3 种误差值进行比较, 并在图中用椭圆标注。实验表明, 随着测角误差的增大, 算法的误差也有所增加, 但是相较于而言, TA-CDSMDS 定位算法的定位误差增加较小。因此, 无论是在相同测距误差情况下还是在相同测角误差的情况下, TA-CDSMDS 定位算法的平均定位误差相对较低, 表现出了更好的定位性能。

除了利用定位误差衡量定位精度, 本章节还给出了具有先验位置信息情况下克拉美罗下界(CRLB), 并比较了目标节点利用同样的 UWB 测量信息分别在 3 种算法下定位 RSME, 如图 8 所示, 最矮的柱子表示 CRLB, 往后依次代表 TA-CDSMDS、TA-SMDS、MDS 算法。根据 CRLB 定

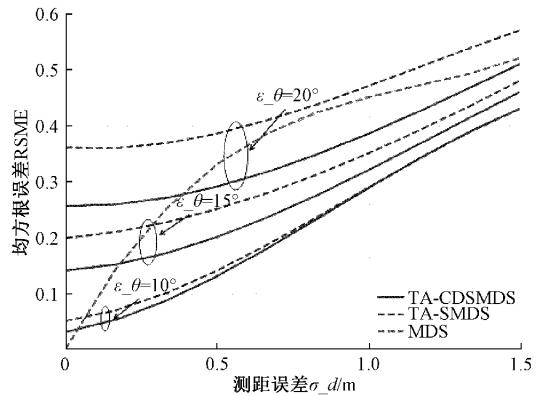


图 7 不同定位算法之间的定位误差对比

义, 越贴近 CRLB 表示定位精度越高。实验结果表明, 不同节点处的 TA-CDSMDS 算法都与 CRLB 更接近, 因此, 该算法的定位性能优于其他定位算法, 拥有最高的定位精度。

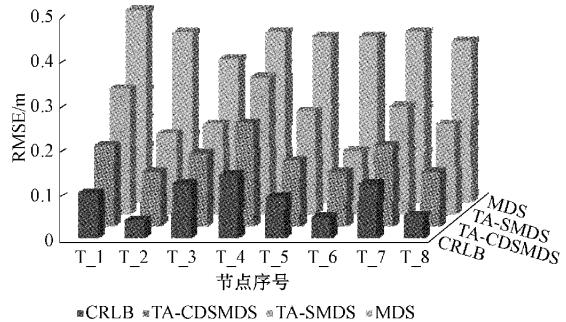


图 8 不同定位算法之间的 RMSE 对比

根据分析 3 种算法具体用时如表 1 所示, 计算时间与定位节点数目成正比, 节点越多, 计算耗时越长, 3 种算法之间的差异也更明显。在对比实验中, MDS 算法用时最短, TA-SMDS 算法用时最长, 而 TA-CDSMDS 算法经过对 TA-SMDS 算法的改进大大减少了计算量, 在不同节点数量的对比下节省 28%~48% 的计算时间。结合图 7 和 8 这 3 种算法的定位误差和计算时间分析, TA-CDSMDS 算法, 表现出了更好的性能, 能在大幅提升定位精度的同时减少了计算复杂度, 具有更好的定位性能。

表 1 不同定位算法计算时间对比

节点数量	T_{MDS}/s	$T_{TA-SMDS}/s$	$T_{TA-CDSMDS}/s$
5	0.661	0.974	0.702
10	0.936	2.058	1.134
15	1.018	4.476	1.572
25	2.976	7.052	3.421

4 结 论

本文提出了一种利用测量距离和测角距离构建核矩阵的方式来代替经典 MDS 算法中的单纯测距矩阵的定位

算法,用混合信息代替了经典算法中的单一数据信息源,该算法在提升定位精度的同时可以提升算法鲁棒性。为减少计算复杂度,本论文在 TA-SMDS 的基础上继续展开探讨,提出了在复域内构建核矩阵的方式,提出了 TA-MDSMDS,以此来降低核矩阵的秩。通过实验表明,该算法可以提升定位性能,提高计算效率,具有更好的定位性能。在以后的研究中,要针对三维情况下的复杂的动态节点定位问题展开研究。

参考文献

- [1] 陈红梅,常林江,徐振方,等. 复杂环境下 GNSS/INS/UWB 紧组合的无人机协同导航算法[J]. 仪器仪表学报,2021,42(7):98-107.
- [2] 丁锐,钱志鸿,王雪. 基于 TOA 和 DOA 联合估计的 UWB 定位方法[J]. 电子与信息学报,2010,32(2):313-317.
- [3] 杨洲,汪云甲,陈国良,等. 超宽带室内高精度定位技术研究[J]. 导航定位报,2014,2(4):31-35.
- [4] ORTEGA J P, BASTIDA-CASTILLO A, CARLOS DAVID, et al. Validity and reliability of an eight antennae ultra-wide band local positioning system to measure performance in an indoor environment[J]. Sports Biomechanics, 2020; 1-11.
- [5] 石琴琴,徐强,张建平,等. 基于 RSSI 测距的室内目标定位方法[J]. 电子测量与仪器学报,2018,32(2):86-91.
- [6] 杨晓倩. 基于 TOA-AOA 数据融合的定位算法研究[J]. 电子测量技术,2020,43(16):104-108.
- [7] 卜伟雄,朱蕴璞,何子路. 基于交互式多模型的 UWB 定位算法及实验研究[J]. 国外电子测量技术,2021,40(4):22-26.
- [8] TOMIC S, BEKO M, DINIS R. Distributed RSS-AoA based localization with unknown transmit powers[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2016, 5(4): 392-395.
- [9] XIONG H, PENG M, GONG S, et al. A novel hybrid RSS and TOA positioning algorithm for multi-objective cooperative wireless sensor networks [J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(22): 9343-9351.
- [10] JIANG Y, HU Q, YANG D K. Hybrid TOA-TDOA positioning algorithm in AIS[J]. Advanced Materials Research, 2013, 655: 876-881.
- [11] TUNÇ F A, ALP Y K, ATA L D. Location estimation by using multiple TDOA/AOA measurements[C]. 2020 28th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), IEEE, 2020; 1-4.
- [12] WEI H, LU P. On optimality of weighted multidimensional scaling for range-based localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68(2): 2105-2113.
- [13] 李万春. 加权多维标量的接收信号强度定位方法[J]. 信号处理, 2013, 29(12): 1713-1717.
- [14] 田洪亮,钱志鸿,王义君,等. 能量分簇传感器网络距离误差校正 MDS-MAP 定位算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(7): 1735-1740.
- [15] 郑天,冯秀芳. 基于向量相似性的多维标度定位算法[J]. 计算机工程与设计,2021,42(1):122-126.
- [16] AHMAD S, VARGAS D S, GHAFAR A, et al. A compact size CPW-Fed ultra-wideband(UWB) antenna for wireless networks [C]. 2022 16th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), IEEE, 2022; 1-5.
- [17] DE ABREU G T F. On the generation of Tikhonov variates[J]. Communications IEEE Transactions on, 2008, 56(7): 1157-1168.

作者简介

鹿浩,博士,讲师,主要研究方向为信号处理、无线传感网络技术等。

E-mail:luhao@hhu.edu.cn

侯玉涛(通信作者),硕士研究生,主要研究方向为信号处理、协同定位等。

E-mail:531412442@qq.com