

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2312759

Bezier 曲线与 A-Star 算法融合的 火星探测器路径规划*

朱胜涛^{1,2,3} 戴娟^{1,2,3} 刘海涛^{1,2,3} 李剑锋^{1,2,3}

(1. 北京信息科技大学高动态导航技术北京市重点实验室 北京 100192; 2. 现代测控技术教育部重点实验室 北京 100192;
3. 北京信息科技大学自动化学院 北京 100192)

摘要: 使用移动探测器探索火星表面是各大航天国家探索火星的主流方式。为了得到探测器的安全路径,提出一种基于改进 A* 算法的火星探测器路径规划算法。通过改进路径信息算法中的权重因子,优化传统算法的目标函数,可省略大量无价值的搜索路径,缩短搜索的时间,提高搜索效率。相比于传统的路径规划该算法能缩短 53.94% 的时间;引入拐角优化算法,在路径长度基本一致的情况下,减少了全局路径中拐弯的次数;满足探测器高效稳定的运行需求,拐角优化后,转弯次数相能减少 16.77%。通过四阶贝塞尔曲线对路径进行平滑处理,有效避免出现拐角尖峰,确保探测器在火星表面的平稳行进。

关键词: 路径规划;改进 A* 算法;权重因子;拐角优化;四阶贝塞尔曲线

中图分类号: TP306+.3; TP277 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8040

Mars rover path planning based on Bezier curve and A-Star algorithm

Zhu Shengtao^{1,2,3} Dai Juan^{1,2,3} Liu Haitao^{1,2,3} Li Jianfeng^{1,2,3}

(1. Beijing Key Laboratory of High Dynamic Navigation Technology, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China; 2. Key Laboratory of Modern Measurement & Control Technology, Ministry of Education, Beijing 100192, China; 3. School of Automation, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract: Exploring the surface of Mars with a mobile rover is the mainstream way for major spacefaring nations to explore Mars. In order to get a safe path for the rover, a Mars rover path planning algorithm based on the improved A-Star algorithm is proposed. By improving the weight factor in the path information algorithm and optimizing the objective function of the traditional algorithm, a large number of worthless search paths can be omitted, shortening the time of search and improving the search efficiency. Compared with the traditional path planning can shorten 53.94% of the time; the introduction of corner optimization algorithm, in the case of the path length is basically the same, reduce the number of turns in the global path; to meet the needs of efficient and stable operation of the detector, corner optimization, the number of turns can be reduced by 16.77%. The path is smoothed by the fourth-order Bessel curve, effectively avoiding the appearance of corner spikes and ensuring the smooth travel of the rover on the surface of Mars.

Keywords: path planning; improved A-STAR algorithm; weight factor; corner optimization; fourth-order Bezier curve

0 引言

移动探测器路径规划问题如今已成为探测器研究领域的热门话题。简单来说路径规划就是在没有外界帮助下,当探测器在复杂环境中运动时,寻找一条从起点到终点的无碰撞路径^[1]。根据对所处环境的了解程度,路径规划可以分为

两类:全局路径规划和局部路径规划。全局路径规划是指探测器在了解所有运行环境后,利用算法在全局范围内找到最优或半最优路径。主要有自由空间法、光栅算法等;局部路径规划是指探测器在了解部分运行环境后,利用局部算法在局部范围内找到一段路径的最优路径,目前主要采用的算法包括人工势场法(artificial potential field, APF)、动态窗口算

收稿日期:2023-02-07

* 基金项目:国家自然科学基金(61703040,61603047)、北京信息科技大学师资补充与支持计划 2019-2021(5029011103)、北京信息科技大学科研水平提高重点研究培育项目(2121YJPY221)、高动态导航技术北京市重点实验室基金(HDN2019001)项目资助

法(dynamic window approaches,DWA)等^[2]。

虽然这些传统的路径规划方法简单易实现,但存在应用范围窄、实时性差的问题。随着不断的研究,越来越多的算法被用来解决探测器路径规划的问题,如 APF,蚁群算法(antny optimization, ACO),双向快速扩展随机树算法(rapidly exploring random tree, RRT),A*算法(A-star algorithm)等,在解决探测器路径规划问题上取得了较好的效果。Wu等^[3]为解决传统基于多方向的A*算法扩展效率低的缺陷,采用定向搜索策略提高扩展过程的效率,保证路径的平滑。Song等^[4]开发了一种具有3个路径平滑器的新路径平滑过程与A*算法结合,以提高生成路线的性能,减少不必要的路径转折,提供更连续的航线。Dai等^[5]利用了A*算法和MAX-MIN蚂蚁系统的特点,引入A*算法的评价函数和转向抑制算子,改进蚁群算法的启发式信息,加快路径收敛速度,增加全局路径的平滑度。然而上述改进算法在增加存储节点空间的同时,也增加了扩展节点的搜索方向,需要额外的平滑算法来处理生成的路径,比较复杂。因此,在不增加所需存储空间和算法复杂度的情况下,应减少转向半径,以实现路径平滑化。Liu等^[6]建立了轮式移动机器人的能量模型,提出了一种新颖的最优运动规划,来最小化机器人运动过程中的能量消耗。该模型可用于制定动能转换和克服牵引阻力的能量消耗,使用A*算法用于生成节能路径,在其评价函数中使用新的能耗相关标准。邓向阳等^[7]提出了基于改进网格模型的双向汇聚痕迹信息素蚁群算法,通过起始点与目标点互换的交替双向引导策略,实现了信息素结构的汇聚与融。李腾等^[8]通过改进A*算法,引入转弯惩罚值减少转弯次数并且结合等待时间设计避障优先级,实现对自动导引运输车(Automated Guided Vehicle, AGV)的路径规划。陈志梅等^[9]对RRT算法进行改进,通过使用双向RRT算法,并使树按几率朝目标方向生长,在生成路径时结合粒子群算法对路径进行平滑处理,实现对桥式起重机的路径规划。林俊强等^[10]利用多项式曲线实现了路径平滑,但曲率过大的问题仍未解决。赵珍^[11]提出了一种改进的三次贝塞尔曲线方法,可以实现路径平滑,但算法处理复杂,无法进行高速路径规划。

在规划探测器的动作路径时,如果结果不可行,一般在全局规划之后,再使用局部路径规划算法,可以有效提高系统的实时性^[12-14]。目前,用于局部路径规划的算法主要有模糊逻辑算法(fuzzy logic algorithm)、遗传算法(genetic algorithm, GA)和APF等^[15-18]。文献[19]为了解决局部极小值问题,提出了利用多行为架构和虚值处理法的方法。但由于忽视了路径长度,运动学模型等实际运行中的复杂因素,该算法的实用性不高。

1 A-star 全局路径规划算法

探测器在火星表面运行过程中,由于所处的复杂环境,

探测器的运行速度较慢。因此,除了保证路径长度可能小,避免探测器与障碍物发生碰撞外,还需要满足运动学规律,避免出现多个拐角。本研究主要包络以下几个方面:通过栅格法进行环境建模,绘制平面栅格地图,改进A*算法中的关键算法因子,提高算法的运行效率,进行全局路径寻优,并基于拐角优化算法,对路径进行优化处理,减少探测器在运行过程中转弯的次数,为探测器在火星表面的平稳运行提供支撑。对拐角优化后的路径进行四阶贝塞尔曲线的平滑处理,得到一条更加符合探测器运行的平滑路径。整体框架如图1所示。

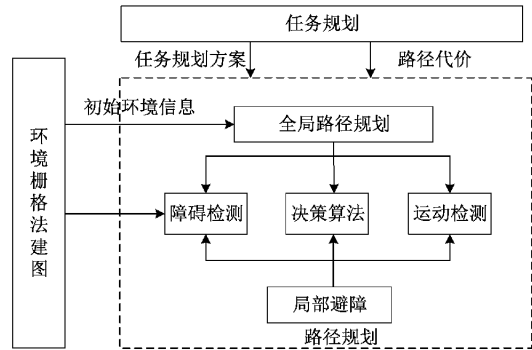


图1 路径规划整体图

1.1 环境建模

栅格地图法、几何特征地图法和拓扑地图法是目前比较主流的环境建模方法。其中,栅格地图法被公认为最成熟、安全系数最高的环境建模算法^[20]。由于火星上其实是一个高低沟壑复杂的环境,所以环境建模时采用数字高程模型(digital elevation model, DEM)栅格法建图^[21],根据探测器车轮大小设定判据。凹坑的深度大于车轮半径,判定为障碍路径,无法通过。凹坑的深度小于车轮半径,判定为可通行路径。在栅格地图中,可以把需要探测尺寸为 $M \times N$ 的地图用二进制信号分割成无限均匀的大小单元。设计栅格单元的长度为 $m \times n$,而栅格的数量则为 n 。由此即可得出栅格模型:

$$M_{(i,j)} = \left\{ \begin{array}{l} (x_a, y_b) \mid i \times m \leq a \leq (i+1) \times m, \\ j \times n \leq b \leq (j+1) \times n; \end{array} \right. \quad (1)$$

其中, $M_{(i,j)}$ 表示栅格单元; i 表示横坐标; j 表示纵坐标; (x_a, y_b) 表示原始图像的像素坐标。

每个网格单元用0或1表示。其中0表示环境中没有障碍,探测器可以通过;1表示环境中有障碍,探测器不能通过。路线通过的栅格由栅格编号显示,如图2所示。

该方法与计算机内置的坐标法一致,易于理解和保存,可以减少因坐标存储不一致而导致的坐标转换等计算量。然后,使用纵坐标法标记单个栅格。即假设栅格单元的坐标为 (X, Y) ,序列号为 n ,栅格单元的个数为 $M \times N$,两种校准方法的转换公式如下:

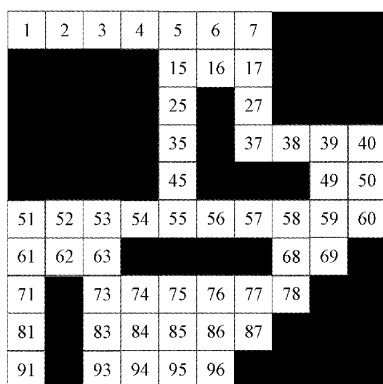


图2 栅格模型

$$n = y + (x - 1) \times N \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = n \% N \\ y = n / N \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\%$ 表示两数求余, $/$ 表示两数取整。

栅格地图模型创建好以后。为了表示探测器移动策略仅基于光栅的上下左右4个方向,或者是否考虑光栅周围总共8个方向的工作环境,如图2所示,通常使用4个子节点或具有8个子节点的树。四叉树移动策略允许简单快速的算法设计,但所得路径更容易偏转优点,但是在复杂地图中,寻的路径不会最优,如图3(a)所示。八叉树移动策略算法设计复杂,可以朝附近8个方向进行搜索,能大大提高路径搜索的效率,寻的路径容易从障碍物中间穿过或贴近障碍物运行,不利于探测器的安全运行如图3(b)所示,为此采用四叉树和八叉树混合使用,确保路径的安全且高效。在环境地图可通行区域周围为障碍物时,采用四叉树搜索如图3(c)所示。在环境地图可通行区域周围不为障碍物时,采用八叉树搜索如图3(d)所示。可避免探测器与障碍物过近产生碰撞。

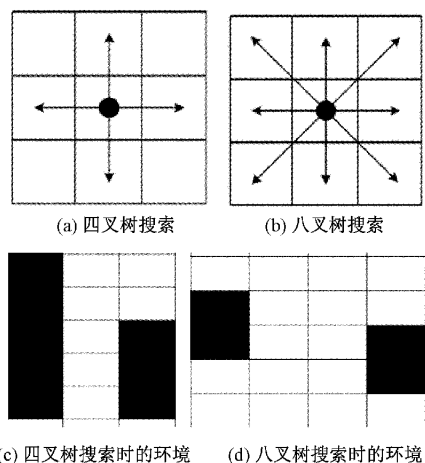


图3 四叉树与八叉树移动策略图

1.2 A*算法的基本原理

A*算法是解决很多搜索问题的有效算法,特别在解决静态街道网络的最短路径具有非常好的效果。A*是一种

结合迪杰斯特拉(Dijkstra)算法和宽度优先搜索(breadth-first-search, BFS)算法的启发式搜索算法。状态空间中的搜索首先评估每个搜索到的位置,找到最佳位置,然后从该位置搜索到目的地。位置评估在启发式探索中非常重要。不同的评估可能会产生不同的效果。其中估价函数可以表示为:

$$F(n) = G(n) + H(n) \quad (3)$$

其中, $F(n)$ 是从初始状态经过状态 n 到目标状态的估计成本, $G(n)$ 是在状态空间中从初始状态到状态 n 的实际成本, $H(n)$ 表示状态 n 到目标状态的最佳路线。评估函数 $F(n)$ 的选择对于能否可靠地找到最短路径很重要。状态 n 与目标状态的距离用 $D(n)$ 来表示, $H(n)$ 的选择方法分为3种。

1)假如 $H(n) < D(n)$,即距离估计 $H(n)$ 小于实际距离。处于这种状态表示,该算法目前搜索范围过大,搜索发散,收敛速度较慢,但由于搜索的目标点比较多,经过充分的对比,最终得到的路径会比较短。

2)如果 $H(n) = D(n)$,即距离估计 $H(n)$ 等于实际最短的距离,搜索的方向和搜索点数最优,在收敛速度和路径长度方面都有不错的结果,因此搜索的效率也比较高。

3)如果 $H(n) > D(n)$,即距离估计 $H(n)$ 大于最短距离。搜索范围小,效率高,但不能保证得到最优解。

2 基于Bezier曲线与改进型A*算法

2.1 改进A*算法的路径寻优

根据A*算法在评价函数方面的特点性质,利用改进的A*算法对所需的路径进行全局规划处理,设计改进的A*算法,改进后的函数可以表示为:

$$F(n) = V(n)G(n) + W(n)H(n) \quad (4)$$

其中, $F(n)$ 表示从任意结点 n 走到目标结点的最小代价的估计, $G(n)$ 是在状态空间中从初始节点到节点 n 的实际代价, $H(n)$ 是从节点 n 到目标节点的最佳路径的估计代价。 $V(n)$ 是实际代价加权因子, $W(n)$ 是估计代价加权因子。改进A*算法增加了权重因子比 $W(n)/V(n)$,权重因子比可以影响评估值。通过设定 $W(n)/V(n)$ 可以改变路径搜索过程中 $H(n)$ 对A*算法的影响, $W(n)/V(n)$ 越大,越趋近于BFS算法, $W(n)/V(n)$ 越小,则趋近于Dijkstra算法。较优的权重因子比可以使得算法收敛更快且路径长度。

改进算法具体实施步骤如下:

- 1)参数初始化。
- 2)利用栅格法对环境进行建模。
- 3)把探测器的起始位置加入OL(OpenList)中,循环迭代,寻找最优路径。

4)展开子节点:忽略任何障碍,如果要展开的节点不在OL中,则添加到开放列表中,如果要展开的节点已经存在于OL或CL(CloseList)矩阵中,则判断部署节点的路径代

价是否小,如果是,则将之前的代价替换为当前更小的代价,选择其路径代价成本总和小于起点和终点。选择扩展的点是起点和终点之间成本总和最小的点,选择的点作为父节点使用下一个扩展,即放入 CL 并从 OL 中取出。每次扩展时,在 OL 中设置满足要求的点作为要选择的点,循环往复,直到没有更多的点可以扩展或找到目标工作点为止。

5) 路径回溯:找到目标点后,寻找其父节点,继续回溯到起点,通过父节点的信息可以寻得所需要的最优路径。

改进算法步骤流程如图 4 所示。

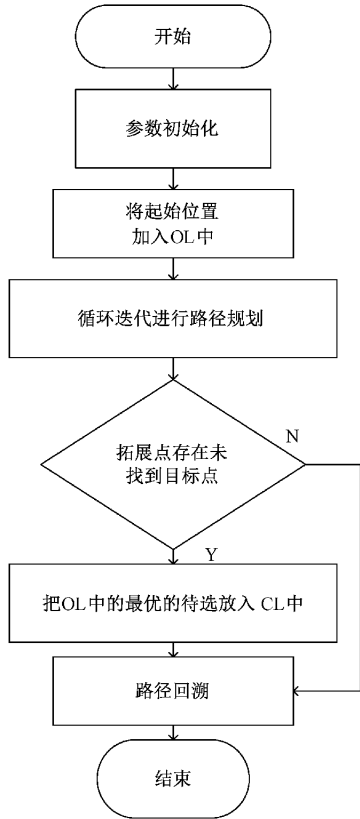


图 4 改进算法步骤流程

2.2 拐角优化处理

经过初步改进后的 A* 算法,虽然规划的路线能够取得最短的路径,但在探测器实际的运行中,最终目标是得到探测器实际运行的最优路线。90°拐角对实际运行非常不利,因此在保证路径成本不增加的基础上,还需要进一步优化路径拐角,尽量减少转弯次数。算法步骤如下:

1) 由原点准备展开存储在 fieldpointers 中的位置信息,如果 fieldpointers 中存储的信息为 L,则表示当前点从左边的点开始展开,即其父节点的索引值基于该点的索引值减去 n (n 为每一行或每一列的长度),与其他 3 个类似可以得到位置信息的处理。

2) 在计算下一步要取的点的索引值之前,判断上一步计算的父节点的索引值是否等于起点,如果等于起点,则表示该点是从起点展开的点,往哪走是直的,跳过优化,否则

进入下一步。

3) 利用第一步得到的父节点的索引值,在元组字段指针数组中查看父节点的位置信息,利用该位置信息计算出想要下一步走的索引值。

算法流程如图 5 所示。

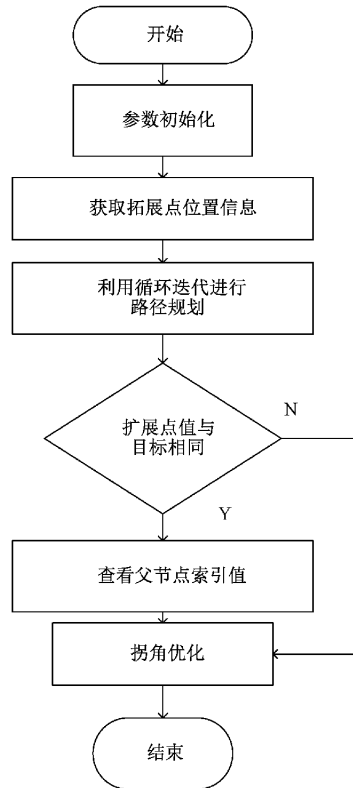


图 5 拐角优化步骤流程

2.3 基于四阶贝塞尔曲线的路径平滑

贝塞尔是一种应用于二维图形应用的数学曲线,具有皮筋效应的特点。可以随着选择的点有规律性的移动,曲线产生皮筋收缩一样的变换。

在实际探测器运行中,探测器 90°的转角往往会加速探测器的物理磨损,不符合探测器的运动约束模型。针对路径拐角较多的问题,采用四阶贝塞尔曲线对路径进行优化。在贝塞尔曲线中, m 个特征点可以定义为 m - 1 阶贝塞尔曲线。根据图 6 的比较可以发现,四阶贝塞尔曲线优于二阶和三阶贝塞尔曲线。因此,本文选择四阶贝塞尔曲线来平滑路径。

高阶的贝塞尔可以通过不停的递归直到一阶,贝塞尔曲线的表达式为:

$$B_{i,m}(t) = C_m^i t^i (1-t)^{m-i}, i \in [1, m] \quad (5)$$

$$P(t) = \sum_{i=0}^m P_i B_{i,m}(t), t \in [0, 1] \quad (6)$$

其中, $B_{i,m}(t)$ 为 m 次贝塞尔方程式, C_m^i 为二次项系数; m 为贝塞尔曲线的阶次。当 m = 4 时,表达式为四阶贝塞尔曲线:

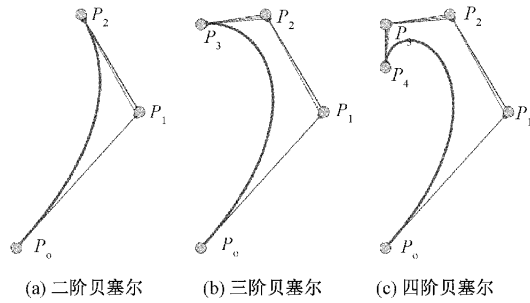


图6 不同阶贝塞尔曲线效果对比

$$P(t) = P_0(1-t)^4 + 4P_1t(1-t)^3 + 6P_2t^2(1-t)^2 + 4P_3t^3(1-t) + P_4t^4 \quad (7)$$

3 算法仿真与结果分析

基于以上算法思想,构建了探测器的路径规划仿真系统以便操作和使用,计算机配置为 AMD-5800H,CPU3.40 GHz、内存 16 GB,在 Matlab_R2019b 的环境下,进行了基于改进 A-Star 算法的全局路径规划仿真实验。首先,基于生成的障碍物环境图进行路径规划模拟,其网格大小为 40×40 ,障碍物百分比为正方形总数的 50%。

当权重比 $W(n)/V(n)$ 取不同值时,基于改进 A* 算法的路径规划结果如图所示,圆圈代表起始位置,方块代表目标位置,实线代表生成的全局轨迹。

当权重比取不同值时,路径的长度和算法的时间也不同,具体如表 1 所示。 $W(n)/V(n) = 1$ 和 $W(n)/V(n) = 0.5$ 相比较,即使两者路径长度均为 48, $W(n)/V(n) = 0.5$ 在运行时间上明显较长。在 $W(n)/V(n) = 3$ 时算法的运行时间最短,运行时间为 1.170 386 s,但同时,由于扩展子节点的减少,得到的路由不是最短路径,所以在实践中需要根据具体情况灵活调整 $W(n)$ 与 $V(n)$ 的比值。仿真结果如图 7 所示。

表 1 $W(n)/V(n)$ 取不同值时的路径长度和运行时间

序号	$W(n)/V(n)$	运行时间/s	路径长/cm
1	0.5	3.778 109	48
2	1	2.541 220	48
3	2	1.224 732	48
4	3	1.170 386	50
5	10	1.564 360	50
6	20	1.518 812	50

当权重比 $W(n)/V(n)$ 取不同值时,在多次仿真过程中发现权重比与系统运行时间成倒 V 字型图线关系,基于改进 A* 算法规划的路径长度和运行时间如表 1 和图 8 所示。相对于传统 A* 算法 $W(n)/V(n) = 1$ 的情况,在 $W(n)/V(n) = 0.5$ 时,虽然路径长度均为 48,但运行时间却明显增加;而在 $W(n)/V(n) = 3$ 时,算法搜索效率明显

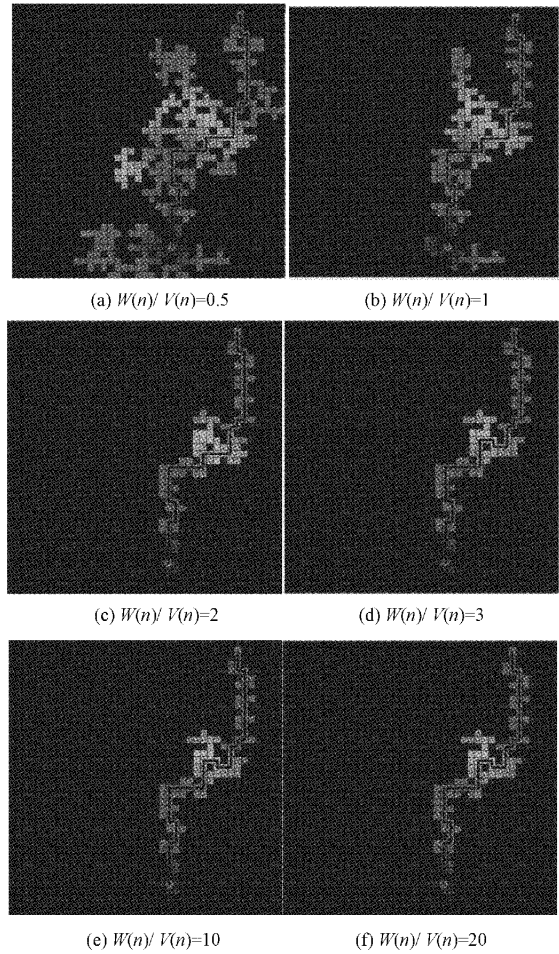


图7 不同权重因子路径规划对比

加快,运行时间为 1.170 386 s,相比于传统的路径规划时间 2.541 22 s,能缩短 53.94% 的时间。但与此同时,随着拓展子节点的减少,获得的路径并不是最短路径,所以在实际应用中,需要根据具体情况灵活地调节权重比。

不同权重比运行时间和路径长度对比

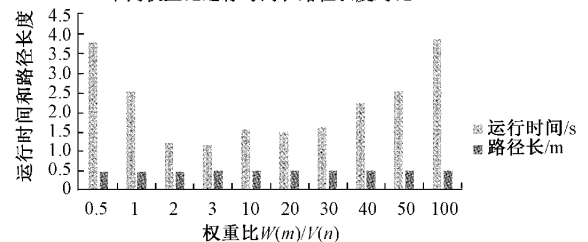


图8 不同权重比运行时间和路径长度对比

分别在 30×30 、 40×40 、 100×100 ,障碍物占比 50%,权重比 $W(n)/V(n)$ 为 3 的栅格地图进行仿真实验,根据仿真结果可以得知,经过拐角的优化处理,能够有效的减少拐角的数量。仿真结果如图 9 所示。

在不同的复杂环境中比较了优化前后的拐角点数量。从表 2 可以看出,无论是简单的 30×30 邻域还是 100×100 邻域,拐角优化前后的影响都比较明显,有效减少了

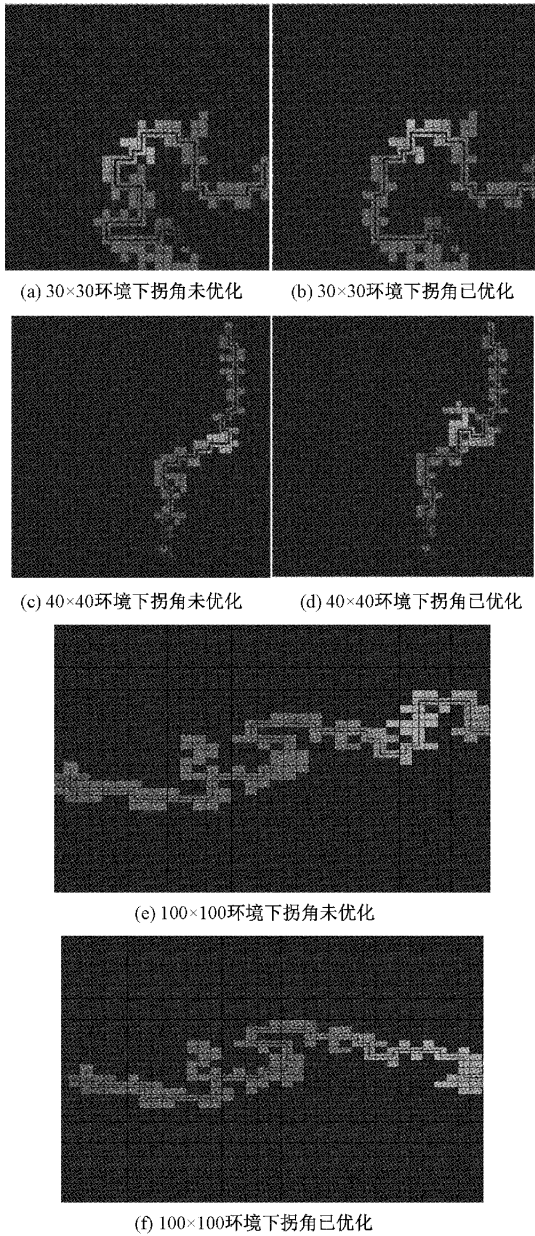


图 9 不同环境下拐角优化前后对比

16.77%的拐角数量。经过拐角优化之后,拐角的数量得到明显的减少,但是路径的长度和算法时间基本与之前保持相似,拐角优化取得较好的效果。在 30×30 地图中,未进行拐角优化时,拐角的数量为 23 个,优化以后为 18 个,减少了转弯次数。对系统进行 100 次系统仿真实验。通过在 10 种复杂程度不同的环境地图进行拐角优化前后的对比,验证转弯次数能够得到减少。

表 2 不同环境下拐角优化前后的拐角数量

环境	$W(n)/V(n)$	拐角未优化	拐角优化
30×30	3	23	18
40×40	3	42	35
100×100	3	69	60

分别在 10 种大小不同的栅格地图环境下各仿真 10 次,根据图 10 可以发现,经过优化过的仿真路径拐角数量比未优化的拐角数量明显减少。在 40×40 的环境图中,拐角优化之后拐角数为 35,未优化前为 42。经过优化之后拐角的数量能减少 16.77%。

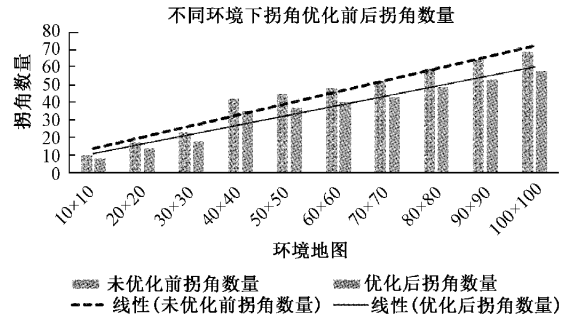


图 10 不同环境下拐角优化前后拐角数量

使用四阶贝塞尔曲线进行路径平滑后,能避免直角转弯的出现,更适合于探测器的实际运行需求。在不同环境仿真效果如图 11 所示,黑色轨迹为原路径,白色为路径平滑后效果。

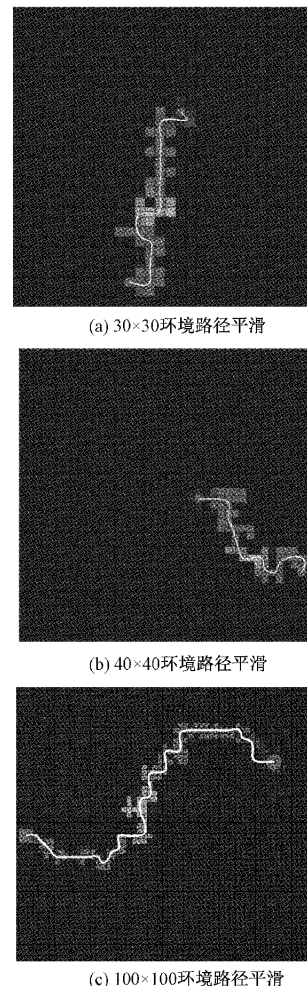


图 11 不同环境下路径平滑效果

4 结 论

综合火星探测器在火星表面运行的复杂性问题,因此所选的路径应该考虑路径长度,算法运行时间和平滑性等因素。因此先在全局上做路径的规划,在局部路径上做局部优化处理,确保最终的路径符合探测器的实际运行。

在基于改进A*算法的全局路径规划的方案中,根据多次仿真过程中发现权重比与系统运行时间成倒V字型图线关系。当权重比为3时,为最优的权重比,此时运行时间最短且路径长度最短。提高了算法的运算效率。在局部上对路径做拐角优化,减少探测器在运行过程中转弯的次数。

使用Matlab平台在具有不同复杂程度的栅格地图环境中单独模拟了全局路线规划算法。结果发现,通过选择合适的重量比 $W(n)/V(n)$,可以将执行时间缩短53.94%。全局路径进行拐角优化后,无论是在简单的 30×30 环境下还是 100×100 的环境下,拐角优化前后效果相当明显,能减少16.77%的拐角数量。经过拐角优化之后,拐角的数量得到明显的减少。通过四阶贝塞尔曲线进行平滑处理,得到的最终路径更加平滑,更符合探测器的运动学模型。

参考文献

- [1] 夏清松. 复杂环境下多移动机器人协同路径规划[D]. 武汉:武汉科技大学,2019.
- [2] 黄如林. 无人驾驶汽车动态障碍物避撞关键技术研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2017.
- [3] WU X, XU L, ZHEN R, et al. Bi-directional adaptive A* algorithm toward optimal path planning for large-scale UAV under multi-constraints[J]. IEEE Access, 2020, 8: 85431-85440.
- [4] SONG R, LIU Y, BUCKNALL R. Smoothed A* algorithm for practical unmanned surface vehicle path planning[J]. Applied Ocean Research, 2019, 83: 9-20.
- [5] DAI X, LONG S, ZHANG Z, et al. Mobile robot path planning based on ant colony algorithm with A* heuristic method [J]. Frontiers in neurorobotics, 2019: 13-15.
- [6] LIU S, SUN D. Minimizing energy consumption of wheeled mobile robots via optimal motion planning[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 19(2): 401-411.
- [7] 邓向阳,张立民,方伟,等. 基于双向汇聚引导蚁群算法的机器人路径规划[J]. 系统仿真学报,2022,34(5): 1101-1108.
- [8] 李腾,丁佩佩,刘金芳. 货到人拣选系统多阶段可穿行多AGV路径规划[J]. 系统仿真学报,2022,34(7): 1512-1523.
- [9] 陈志梅,李敏,邵雪卷,等. 基于改进RRT算法的桥式起重机避障路径规划[J]. 系统仿真学报,2021,33(8): 1832-1838.
- [10] 林俊强,王红军,邹湘军,等. 基于DPPO的移动采摘机器人避障路径规划及仿真[J]. 系统仿真学报,2023, 35(8):1692-1704.
- [11] 赵珍. 基于改进蚁群算法的多机器人路径规划研究[D]. 兰州:兰州理工大学,2016.
- [12] 郑延斌,王林林,席鹏雪,等. 动态环境下改进蚁群算法的多Agent路径规划[J]. 计算机工程与科学,2019, 41(6):1078-1085.
- [13] 张衡. 基于蚁群算法的多农业机器人路径规划研究[J]. 数字技术与应用,2017(6):147-149.
- [14] 常晨. 基于改进A-star算法的路径规划的研究及应用[D]. 南京:南京大学,2020.
- [15] 赵辉,郝梦雅,王红君,等. 基于改进A*算法与天牛须搜索算法的农业机器人路径规划方法[J]. 科学技术与工程,2019,19(31):185-190.
- [16] 郭江,肖宇峰,刘欣雨,等. Bezier曲线与A*算法融合的移动机器人路径规划[J]. 微型机与应用,2017, 36(2):52-55,59.
- [17] 高嵩,张金炜,戎辉,等. 基于贝塞尔曲线的无人车局部避障应用[J]. 现代电子技术,2019,42(9):163-166.
- [18] 单伟,孟正大. 基于改进A*算法的平滑路径设计[J]. 东南大学学报(自然科学版),2010,40(S1):155-161.
- [19] 曹如月,李世超,季宇寒,等. 基于蚁群算法的多机协同作业任务规划[J]. 农业机械学报,2019,50(S1):34-39.
- [20] 朱毅,张涛,宋靖雁. 未知环境下势场法路径规划的局部极小问题研究[J]. 自动化学报,2016,36(8): 1122-1130.
- [21] 孙立国,李世丹,王德生,等. 基于多重分形的地形辅助导航路径规划算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2011,(1):111-114.

作者简介

朱胜涛,硕士研究生,主要研究方向为导航、制导与控制等。

E-mail:960824454@qq.com

戴娟,博士,副研究员,主要研究方向为自主导航制导与控制、智能控制方法等。

E-mail:daijuan@bistu.edu.cn