

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2313267

## 基于 CEEMDAN 优化的轴承故障变分推断诊断算法\*

孟事业 罗倩

(北京信息科技大学信息与通信工程学院 北京 100192)

**摘要:**针对现有滚动轴承故障诊断研究中诊断准确率存在的不足,提出了一种基于本征模态函数优化自适应噪声集合经验模态分解和变分推断的滚动轴承故障诊断算法,该算法首先利用自适应噪声集合经验模态分解获得原始信号的本征模态函数分量,进而构建敏感本征模态函数分量筛选算法对自适应噪声集合经验模态分解方法进行优化,构成特征向量,对于训练集数据建立高斯混合模型,通过变分推断使高斯混合模型逼近特征向量概率分布的方法来实现滚动轴承故障诊断。通过实例验证了算法的有效性,与自适应噪声集合经验模态分解结合变分推断、局部特征尺度分解结合变分推断、优化的自适应噪声集合经验模态分解结合粒子群优化支持向量机相比,诊断正确率分别提升了4.3%、4.3%和21.7%。

**关键词:**故障诊断;本征模态分量优化;变分推断;混合高斯分布;自适应噪声集合经验模态分解

**中图分类号:** TH133.33; TP18 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.2040

## Variational inference algorithm for bearing fault diagnosis based on CEEMDAN optimization

Meng Shiye Luo Qian

(School of Information and Communication Engineering, Beijing Information Science &amp; Technology University Beijing 100192, China)

**Abstract:** Aiming to address the insufficient diagnostic accuracy in existing rolling bearing fault diagnosis research, this paper proposes a rolling bearing fault diagnosis algorithm based on optimized intrinsic mode function adaptive noise-assisted ensemble empirical mode decomposition (CEEMDAN) and variational inference. First, the intrinsic mode function components of the original signal are obtained using CEEMDAN. A sensitive intrinsic mode function component screening algorithm is then designed to optimize the CEEMDAN method, generating a feature vector. For the training dataset, a Gaussian mixture model is established. Through variational inference, the Gaussian mixture model approximates the probability distribution of the feature vector to achieve rolling bearing fault diagnosis. The effectiveness of the proposed algorithm is validated through examples. Compared with CEEMDAN combined with variational inference, local feature scale decomposition combined with variational inference, and optimized CEEMDAN combined with particle swarm optimization support vector machine, the diagnostic accuracy is improved by 4.3%, 4.3% and 21.7%, respectively.

**Keywords:** fault diagnosis; eigenmodal component optimisation; variational inference; mixed Gaussian distribution; adaptive noise ensemble empirical modal decomposition

## 0 引言

滚动轴承在我国工业生产和国防建设发挥着重要的作用,被大量应用于高铁、风电、航天发动机等领域,滚动轴承发生故障将导致巨大的损失,轴承故障诊断的重要性不言而喻。提高轴承故障诊断的准确率是减少轴承事故发生的重要方法之一,轴承故障诊断通常由特征提取和特征分类

组成,先是提取原始信号的特征,然后使用分类方法对特征进行故障诊断。常用的特征提取方法有经验模态分解法(empirical mode decomposition, EMD),但是 EMD 算法过于简单,计算效率低,分解信号时信号分量有相互重叠的地方,分解结果不稳定<sup>[1]</sup>。为了克服 EMD 模态分解方法的缺点,刘起超等<sup>[2]</sup>使用自适应噪声集合经验模态分解(complete ensemble empirical mode decomposition with

收稿日期:2023-04-03

\* 基金项目:企业委托基金(S1626046)项目资助

adaptive noise analysis, CEEMDAN) 进行特征提取, 其原理是在分解过程中添加自适应的白噪声, 以消除虚假的本征模态函数 (intrinsic mode function, IMF)。张龙等<sup>[3]</sup>利用变分模态分解算法 (variational mode decomposition, VMD) 结合粒子群优化支持向量机算法 (particle swarm optimization-support vector machine, PSO-SVM) 对滚动轴承进行故障诊断。雷杨博等<sup>[4]</sup>提出了基于卷积神经网络的故障诊断方法, 通过深度学习的方式实现了故障诊断。王岩等<sup>[5]</sup>提出了基于变分贝叶斯的轴承故障诊断方法, 该方法将统计概率运用到了故障诊断领域, 李铭等<sup>[6]</sup>使用 CEEMDAN 分解原始信号, 并结合天鹰算法优化最小二乘 SVM 正则化参数和核参数的方式实现了滚动轴承故障诊断方法。

在上述故障诊断模型的研究和应用中, 存在着一些关键问题, 包括: 深度学习需要大量的训练数据, 难以从理论角度解释实现方式; SVM 方法需要设置判别函数, 在多分类任务中存在无法分类的区域<sup>[7]</sup>; 王岩等用局部特征尺度分解 (local characteristic-scale decomposition, LCD) 提取特征时产生了过多的分量, 且缺乏特征优选方法; 李铭等使用 CEEMDAN 分解时, 盲目选择前 5 阶分量。这些问题对于故障诊断模型的准确性和可解释性都有一定的影响, 基于此, 本文提出了基于 CEEMDAN 优化的轴承故障变分推断诊断算法, 该方法首先通过 CEEMDAN 对原始信号进行分解, 得到若干 IMF 分量, 其次提出了使用敏感 IMF 筛选算法<sup>[8]</sup>评估敏感 IMF 分量, 提高了特征提取的准确性, 利用敏感 IMF 分量求得 IMF 能量矩, 将得到的 IMF 能量矩和时频特征组成特征向量, 最后使用特征向量集建立高斯混合模型, 通过变分推断算法求高斯混合模型参数。使用该模型对待诊断数据进行预测, 通过该模型, 每个待诊断数据都会得到一组属于某个故障类型的概率, 选择最大的概率诊断为其对应的故障类别, 即可达到故障诊断的目的。

## 1 CEEMDAN 优化算法提取滚动轴承特征

### 1.1 CEEMDAN 算法原理

自适应噪声集合经验模态分解 CEEMDAN 是对集合经验模态分解 (ensemble empirical mode decomposition, EEMD) 改进的算法, 原理如下:

对原始信号添加  $n$  个高斯白噪声如式(1), 用式(1)计算出模态分量  $\text{IMF}_1$ , 计算  $\text{IMF}_1$  的残差如式(3):

$$x(t)^{(j)} = x(t) + a_k v^{(j)} \quad (1)$$

$$\text{IMF}_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_1[x(t)^{(j)}] \quad (2)$$

$$r_1 = x(t) - \text{IMF}_1 \quad (3)$$

其中,  $a_k$  是噪声的标准差;  $v(j)$  ( $j=1, 2, 3, \dots, n$ ) 是高斯白噪声。将其加入  $r_1$  得到新信号, 利用 EMD 对新信号处理可得模态分量二, 并计算模态分量二的残差:

$$\text{IMF}_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_1[x(t)^{(j)}] \quad (4)$$

$$r_2 = x(t) - \text{IMF}_2 \quad (5)$$

重复上述操作, 当残差分量  $r_m$  不能被分解时停止, 此时的模态分量个数为  $m$ , 初始信号被分解为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^m \text{IMF}_m + r_m \quad (6)$$

CEEMDAN 算法不是直接将高斯白噪声加入到原始信号中, 而是在 EMD 分解时加入到 IMF 分量中, 能够有效的解决 EEMD 分解时的模态重合问题。

### 1.2 敏感 IMF 分量优化筛选算法

信号  $x(t)$  经过 CEEMDAN 分解后会得到若干个不同的 IMF 分量, 其中有些分量包含准确的滚动轴承特征信息, 能更敏感的反映滚动轴承的状态。为了准确快速的进行特征提取, 本文提出了敏感 IMF 分量优化筛选算法优化 CEEMDAN 算法, 能够准确的筛选出敏感 IMF 分量, 敏感 IMF 分量筛选算法先是计算出原始信号  $x(t)$  与所有 IMF 分量的相关系数和所有 IMF 分量与某正常信号  $x_{nor}$  的相关系数, 根据二者相关系数定义出敏感因子, 并计算相邻敏感因子之差, 根据差值最大值选出敏感 IMF。具体算法如下。

计算信号  $x(t)$  与其  $\text{IMF}h_i$  的相关系数  $\alpha_i$ , 序列为  $\{h_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 。

$$h_i = \frac{\text{cov}(\text{IMF}_i, x(t))}{\sigma_{\text{IMF}} \sigma_{x(t)}} \quad (7)$$

1) 其中  $\text{cov}$  为协方差,  $\sigma$  为标准差, 计算信号  $x(t)$  的  $\text{IMF}h_i$  与某正常信号  $x_{nor}$  的相关系数  $\beta_i, i=1, 2, \dots, n$ 。

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(\text{IMF}_i, x_{nor})}{\sigma_{\text{IMF}} \sigma_{x_{nor}}} \quad (8)$$

2) 由上述两个相关系数得到故障相关系数:

$$\eta_i = \alpha_i - \beta_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

3) 定义 IMF 敏感因子为  $\lambda_i$ :

$$\lambda_i = \frac{\eta_i - \min(\eta)}{\max(\eta) - \min(\eta)} \quad (10)$$

式中:  $\eta_i = \{\eta_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 。

4) 按敏感因子  $\lambda_i$  大小将 IMF 重新降序排序, 得到新的 IMF 序列  $\{h'_i\}, i=1, 2, \lambda'_1 \geq \lambda'_2, \dots, \lambda'_i, \dots, \lambda'_{n-1} \geq \lambda'_n$  计算相邻敏感因子之差:

$$d_i = \lambda_i - \lambda_{i-1} \quad (11)$$

5) 判断敏感因子之差  $d_i$  中最大值所对应的下标  $i$ , 即  $\{h_i\}$  中前  $i$  阶为敏感的 IMF 分量。

敏感 IMF 选择算法不仅考虑了 IMF 分量和当前信号的相关性, 也考虑了 IMF 分量和正常信号的相关性, 因此该算法不仅能够选择出更能表示特征的分量, 也剔除了噪声等无意义的分量, 能得到更准确的故障特征。

### 1.3 特征提取

CEEMDAN 分解原始信号之后, 使用式(7)相关系数公式结合敏感 IMF 选择算法筛选出敏感的 IMF 分量, 并

用式(12)计算 IMF 能量矩。为了能够有效、全面的故障诊断,本文选取了 3 个无量纲特征:峭度因子、峰度因子、裕度因子。以及 3 个频域特征:平均频率、频率均方根、频率标准差。7 个特征值共同组成一个特征向量。

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} IMF^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \sum_{j=1}^n IMF_j(t) \right]^2 dt \quad (12)$$

其中,  $j$  是 IMF 分量的阶次,  $j=1, 2, \dots, n$ 。  $n$  为 IMF 分量的数目,  $P$  为 IMF 能量矩。

## 2 高斯混合模型的变分推断算法

基于 CEEMDAN 优化的轴承故障变分推断诊断算法的整体思路是:利用敏感 IMF 筛选算法对 CEEMDAN 分解出的 IMF 分量进行筛选,从而求得 IMF 能量矩,并结合原始振动信号的时频特征组成特征集,对 4 种轴承运行状态的特征集构建高斯混合模型,使用变分推断算法对模型参数进行估计,得到高斯混合模型。对于待诊断样本,利用高斯混合模型求出属于 4 种状态的概率,概率最大的即为待诊断样本的类别。

### 2.1 特征分布

经上述特征提取操作,绘制每一个状态下的特征直方图,可以得到绝大多数都服从正态分布,为进一步评估特征分布,使用分位数-分位数图(quantile-quantile, Q-Q)正态检测方法检验各状态下的特征分布,由图 1 可知,4 种状态下的特征大部分均落在一条直线附近,可认为这些特征都服从高斯分布。因此可以通过变分推断方法训练混合高斯分布模型。

### 2.2 变分推断算法

设输入特征数据集为  $\mathbf{X}$ ,待求分布为  $p(\Theta|\mathbf{X})$ ,模型参数为  $\Theta$  包括高斯混合模型参数  $\theta$  和隐变量  $\mathbf{Z}$ ,由于数据在高维空间中的分布  $p(\Theta|\mathbf{X})$  难以求得,故引出已知的简单分布  $q(\Theta)$  去近似  $p(\Theta|\mathbf{X})$ <sup>[9]</sup>。由贝叶斯定理  $p(\mathbf{X})$  可写为:

$$\begin{aligned} \log p(\mathbf{X}) &= \log p(\mathbf{X}, \Theta) - \log p(\Theta|\mathbf{X}) = \\ &= \log \frac{p(\mathbf{X}, \Theta)}{q(\Theta)} - \log \frac{p(\Theta|\mathbf{X})}{q(\Theta)} \end{aligned} \quad (13)$$

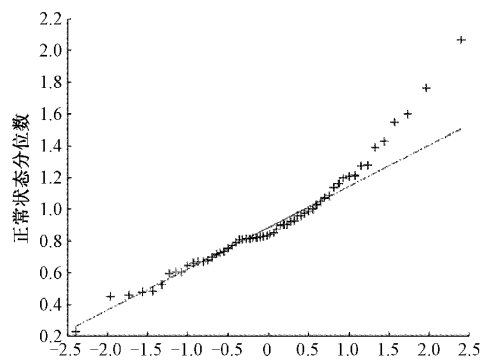
对等式两边同时对  $q(\Theta)$  取积分可得:

$$\begin{aligned} \log p(\mathbf{X}) &= \int_{\mathcal{Z}} q(\Theta) \log \frac{p(\mathbf{X}, \Theta)}{q(\Theta)} d\Theta - \\ &= \int_{\mathcal{Z}} q(\Theta) \log \frac{p(\Theta|\mathbf{X})}{q(\Theta)} d\Theta \end{aligned} \quad (14)$$

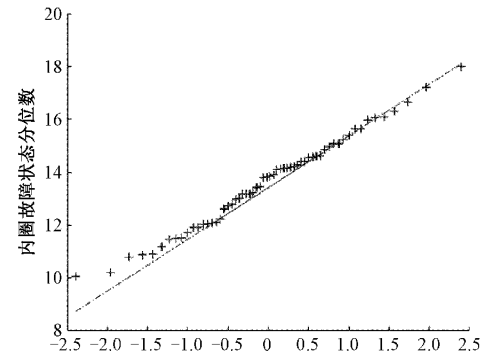
$$KL(q||p) = - \int q(\Theta) \log \left\{ \frac{p(\Theta|\mathbf{X})}{q(\Theta)} \right\} d\Theta \quad (15)$$

$$L(q(\Theta)) = \int q(\Theta) \log \left\{ \frac{p(\Theta, \mathbf{X})}{q(\Theta)} \right\} d\Theta \quad (16)$$

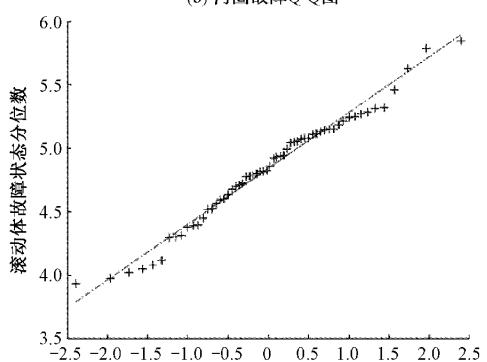
其中,式(15)为 KL (Kullback-Leibler divergence, KL) 散度,表示待求分布  $p(\Theta|\mathbf{X})$  和近似分布  $q(\Theta)$  的逼近程度,式(16)表示变分下界(Evidence Lower Bound, ELOB)。由于  $\log p(\mathbf{X})$  是固定的可看作常数,  $KL(q||p) \geq 0$ , 当



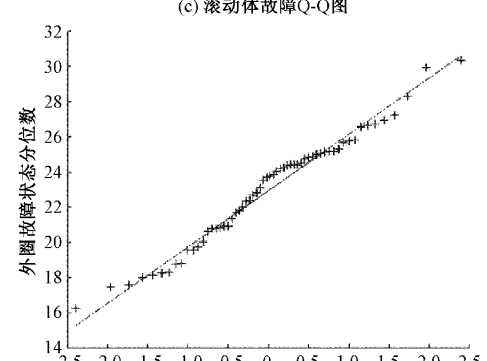
(a) 正常状态Q-Q图



(b) 内圈故障Q-Q图



(c) 滚动体故障Q-Q图



(d) 外圈故障Q-Q图

图 1 4 种滚动轴承状态的 Q-Q 图

$p(\Theta|\mathbf{X})=q(\Theta)$  时  $KL(q||p)=0$  但  $KL$  散度不易计算,

KL 散度最小等价于 ELOB 最大,变分推断就是通过不断迭代更新  $q(\Theta)$  中的参数实现求 ELOB 的最大值。引用平均场假设对  $q(\Theta)$  进行分解:

$$q(\Theta) = \prod_{i=1}^M q_i(\Theta_i) \quad (17)$$

将式(17)带入 ELOB 中计算可得求解通式为:

$$q_i(\Theta_i) = \frac{\exp(E_{j \neq i}[\ln p(\Theta, \mathbf{X})])}{\int \exp(E_{j \neq i}[\ln p(\Theta, \mathbf{X})]) d\Theta_i} \quad (18)$$

其中,  $E$  表示求期望,对式(18)两边同时取对数可得:

$$\ln q_i(\Theta_i) = E_{j \neq i}[\ln p(\Theta, \mathbf{X})] + \text{常数} \quad (19)$$

变分推断的求解思路类似 EM 算法,第一步求每一个隐变量  $\mathbf{Z}$  的期望。第二步求使得期望最大的模型参数,将参数  $\Theta$  带入 ELBO 中看是否达到阈值。CEEMDAN 优化和变分推断故障诊断的整体思路为:使用 CEEMDAN 提取 IMF 分量,通过敏感 IMF 分量筛选算法得到敏感 IMF 分量,并计算 IMF 能量矩,并结合原始信号的频域特征和无量纲特征组成特征数据集,最后使用变分推断训练高斯混合模型参数,对于待诊断数据,使用高斯混合模型进行预测隐变量  $\mathbf{Z}$ ,求得  $r_{nk}$ ,其中  $n$  为数据集  $\mathbf{X}$  的第  $n$  个特征向量, $k$  为第  $k$  个高斯分布, $r_{nk}$  为第  $n$  个特征向量属于第  $k$  个高斯分布的概率。建立的多维高斯混合模型的分布为:

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K (\pi_k \mathcal{N}(x_n | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Lambda}_k^{-1}))^{z_{nk}} \quad (20)$$

使用  $q(\Theta) = q(\mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})$  去近似  $p(\mathbf{X} | \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})$ ,并分离  $q(\mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})$ ,结合平均场理论,计算参数的近似分布为:

$$\begin{aligned} \ln q^*(\mathbf{Z}) &= E_{\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda}}[\ln p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})] + \text{常数} = \\ &E_{\boldsymbol{\pi}}[\ln p(\mathbf{Z} | \boldsymbol{\pi})] + E_{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda}}[\ln p(\mathbf{X} | \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})] + \\ \text{常数} &= \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K z_{nk} \ln \rho_{nk} + \text{常数} \end{aligned} \quad (21)$$

其中定义  $\rho_{nk}^{[10]}$  为:

$$\begin{aligned} \ln \rho_{nk} &= E[\ln \pi_{nk}] + \frac{1}{2} E[\ln |\boldsymbol{\Lambda}_k|] - \frac{D}{2} \ln(2\boldsymbol{\pi}) - \\ &\frac{1}{2} E_{\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Lambda}_k}[(x_n - \boldsymbol{\mu}_k)^T \boldsymbol{\Lambda}_k (x_n - \boldsymbol{\mu}_k)] \end{aligned} \quad (22)$$

$$q^*(\mathbf{Z}) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K r_{nk}^{z_{nk}} \quad (23)$$

其中  $r_{nk}$  表达式为:

$$r_{nk} \propto \pi_k \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_k^{1/2} \exp\left\{-\frac{D}{2\beta_k} - \frac{\nu_k}{2}(x_n - m_k)^T \mathbf{W}_k (x_n - m_k)\right\} \quad (24)$$

其中:

$$\ln \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_k = \sum_{d=1}^D \psi\left(\frac{\nu_k + 1 - d}{2}\right) + D \ln 2 + \ln |\mathbf{W}_k| \quad (25)$$

$$\ln \tilde{\pi}_k = \psi(\alpha_k) - \psi(\hat{\alpha}) \quad (26)$$

$\psi(\bullet)$  表示 Digamma 函数,  $\hat{\alpha} = \sum_k \alpha_k$ 。为了更新参数的方便,定义如下统计量:

$$N_k = \sum_{n=1}^N r_{nk} \quad (27)$$

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^N r_{nk} x_n \quad (28)$$

$$S_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^N r_{nk} (x_n - \bar{x}_k)(x_n - \bar{x}_k)^T \quad (29)$$

$q^*(\boldsymbol{\pi})$  为:

$$\ln q^*(\boldsymbol{\pi}) = (\alpha_0 - 1) \sum_{k=1}^K \ln \pi_k + \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K r_{nk} \ln \pi_k + \text{常数} \quad (30)$$

两侧取对数可得:

$$q^*(\boldsymbol{\pi}) = \text{Dir}(\boldsymbol{\pi} | \boldsymbol{\alpha}) \quad (31)$$

其中  $\boldsymbol{\alpha}$  为向量,设置  $\alpha_0$  为初始值,其更新公式为:

$$\alpha_k = \alpha_0 + N_k \quad (32)$$

分离  $\boldsymbol{\mu}_k$  和  $\boldsymbol{\Lambda}_k$ ,得到高斯-Wishart 分布<sup>[11]</sup>:

$$q^*(\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Lambda}_k) = q^*(\boldsymbol{\mu}_k | \boldsymbol{\Lambda}_k) q^*(\boldsymbol{\Lambda}_k) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_k | m_k, (\beta_k \boldsymbol{\Lambda}_k)^{-1}) \mathcal{W}(\boldsymbol{\Lambda}_k | \mathbf{W}_k, \nu_k) \quad (33)$$

其中参数更新公式如下:

$$\mathbf{W}_k^{-1} = \mathbf{W}_0^{-1} + N_k S_k + \frac{\beta_0 N_k}{\beta_0 + N_k} (\bar{x}_k - m_0)(\bar{x}_k - m_0)^T \quad (34)$$

$$\beta_k = \beta_0 + N_k \quad (35)$$

$$m_k = \frac{1}{\beta_k} (\beta_0 m_0 + N_k \bar{\boldsymbol{\mu}}_k) \quad (36)$$

$$\nu_k = \nu_0 + N_k \quad (37)$$

本文分析了轴承的 4 种状态:正常状态、外圈故障状态、内圈故障状态、滚动体故障状态。提取四种状态相同数目的特征向量作为训练集  $\mathbf{X}$ ,  $\pi_k$  表示混合系数,每种状态提取相同的特征向量,故  $\pi_k = 0.25$ ,  $\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Lambda}_k^{-1}$  分别是第  $k$  个混合高斯模型的均值和精度。训练集  $\mathbf{X}$  的特征向量数为  $N$ ,  $K$  为混合高斯分布的数目,  $z_{nk}$  为第  $n$  个特征向量是否属于第  $k$  个高斯分布,只取 0 或 1,若  $z_{nk}$  取值为 1,变分下界 ELOB 为:

$$\begin{aligned} L &= L(q(\Theta)) = \\ &\sum_{\mathbf{Z}} \int \int q(\mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda}) \ln \left\{ \frac{p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})}{q(\mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})} \right\} d\boldsymbol{\pi} d\boldsymbol{\mu} d\boldsymbol{\Lambda} = \\ &E[\ln p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})] - E[\ln q(\mathbf{Z}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Lambda})] \end{aligned} \quad (38)$$

由式(23)和式(31)、(33)以及其中参数更新公式可知,式(23)的计算依赖于式(31)和(33)中参数的值,而式(31)和(33)的计算也同样依赖于式(23)中参数的值,因此这是一个互相耦合的过程,需要初始化相关参数,再迭代求解更新参数值,使用更新过的参数值计算 ELOB,当新的 ELOB 和上一步计算出的 ELOB 之差小于固定阈值时,说明模型收敛,停止迭代。

在故障诊断分析过程中,将训练集作为数据集  $\mathbf{X}$ ,通过

变分推断方法训练高斯混合模型,当上述过程收敛后,即可得到高斯混合模型参数和隐变量  $Z$  的值,实现故障诊断。

### 2.3 CEEMDAN 优化和变分推断的故障诊断算法

算法 1 基于 CEEMDAN 优化的轴承故障变分推断诊断算法

输入:数据集  $X$ ,初始化变量(包括  $\alpha_0, \beta_0, W_0, m_0, \nu_0, r_{nk}$ , 迭代预设阈值  $T$ ,最大迭代次数  $A$  等)

对数据集  $X$  使用 CEEMDAN 分解原始信号得到 IMF 分量

使用敏感 IMF 优化筛选算法评选出敏感 IMF 并计算其能量矩

IMF 能量矩结合无量纲特征和频域特征组成训练集

将训练集输入高斯混合模型,使用变分推断迭代计算高斯混合模型参数:

计算初始变分下界  $ELOB^{(0)}$

WHILE

    当前迭代次数小于  $A$

DO

    计算式(21),(22)的值,更新  $r_{nk}$

    使用  $r_{nk}$  更新  $N_k, \bar{x}_k, S_k, W_k^{-1}, \beta_k$  等参数

    由式(34)计算  $L^{(n)}$ ,并算出  $\Delta^{(n)} = L^{(n)} - L^{(n-1)}$

    IF  $\Delta^{(n)} < T$

        BREAK;

    END IF

END WHILE

输出:隐变量  $Z$ ,高斯混合模型参数  $\mu_k, \Lambda_k, \pi_k, r_{nk}$

由于深度学习方法所需大量训练数据,且难以从理论的角度解释模型如何进行学习并诊断<sup>[12]</sup>,传统的机器学习 SVM 等方法基于判别式模型,对于多分类任务存在空间中无法分类的区域;特征提取方法 LCD 提取特征时当特征增多时会出现特征重叠现象,使用 CEEMDAN 分解原始信号后,直接选取前 5 阶 IMF 分量具有盲目性等。基于此本文提出了 CEEMDAN 优化和变分推断结合的方法实现故障诊断,具体步骤为:经过 CEEMDAN 对原始信号进行处理,获得 IMF 分量,并通过敏感 IMF 筛选算法评选出敏感 IMF 分量,并由式(12)计算 IMF 能量矩,提取无量纲特征峰值因子、峭度因子、裕度因子和频域特征频率均方根、平均频率、频率标准差共 7 个特征组成特征向量。对 4 种状态提取相同数目的特征向量组成训练集,使用变分推断训练高斯混合模型,高斯混合模型参数中需要计算式(24)的  $r_{nk}$ ,最终计算出  $N \times K$  概率矩阵,  $r_{nk}$  中  $n$  表示第  $n$  个特征向量属于第  $k$  个状态的概率,判定最大的概率为该状态,将判定结果作为隐变量  $Z$  的值,并通过算法 1 变分推断流程得到高斯混合模型参数。使用高斯混合模型对测试集数据进行预测,从而实现故障诊断。

## 3 仿真结果及分析

### 3.1 美国凯斯西储大学数据仿真结果及分析

采用凯斯西储大学轴承数据集进行故障诊断(数据来源: <http://csegroups.case.edu/Bearingdatacenter/pages/download-datafile>),采样频率为 12 kHz,轴承损伤直径为 0.017 78 cm,负载为 3。本文仅对正常状态、外圈故障状态、内圈故障状态、滚动体故障状态 4 种状态进行分析。每组采样点数为 400,训练集一共 120 组数据,每种状态 30 组数据,将上述 4 种状态标签设置为 1、2、3 和 4,测试集选择同样参数进行模型验证,图 2 是 4 种滚动轴承状态信号。

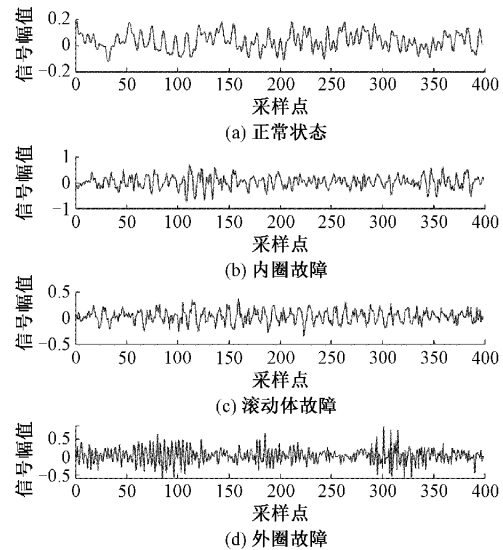


图 2 滚动轴承信号

图 3 为 CEEMDAN 对一组正常状态的信号结果,使用敏感 IMF 选择算法评估敏感 IMF 分量,计算得到 IMF 能量矩。通过图 4 和 5 的对比可知,本文提出的敏感 IMF 优化 CEEMDAN 分解算法提取特征更加准确。

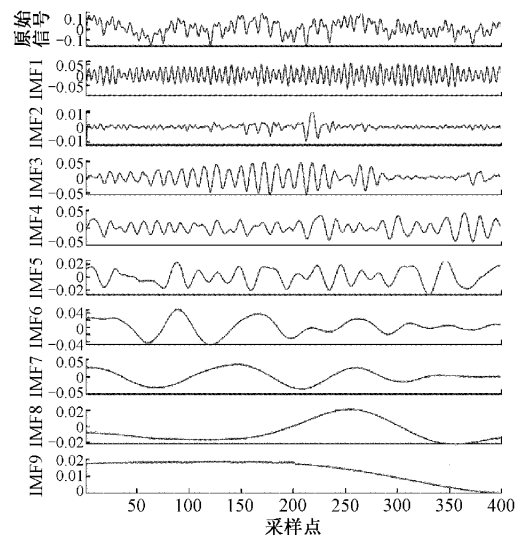


图 3 CEEMDAN 分解正常状态信号

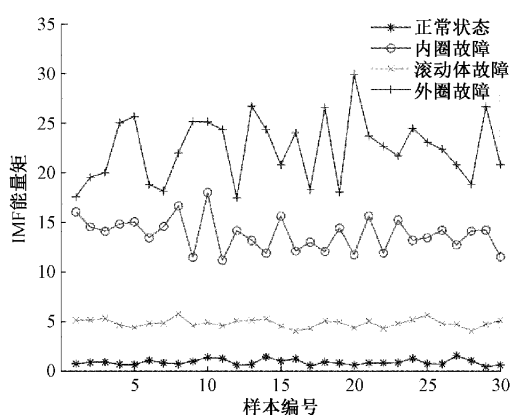


图4 西储大学普通 CEEMDAN 分解的 IMF 能量矩

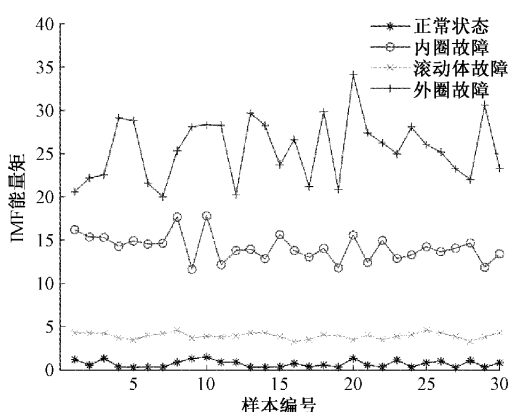


图5 西储大学 CEEMDAN 优化分解的 IMF 能量矩

由图4可知,普通 CEEMDAN 分解算法的 IMF 能量矩外圈故障状态和内圈故障状态有部分重叠,而优化 CEEMDAN 分解算法可以较好的区分外圈故障状态和内圈故障状态。

IMF 能量矩和无量纲特征、频域特征共同组成训练集,对训练集使用变分推断训练高斯混合模型,设置初始模型参数为: $\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1$ ,迭代阈值为  $1 \times 10^{-8}$ ,随机生成  $r_{nk}, m_0$  为输入特征向量均值,  $W_0 = 0.000\ 01 \times \text{diag}(1, 1 \dots 1)$ ,变分下界 ELOB 收敛过程如图6所示。

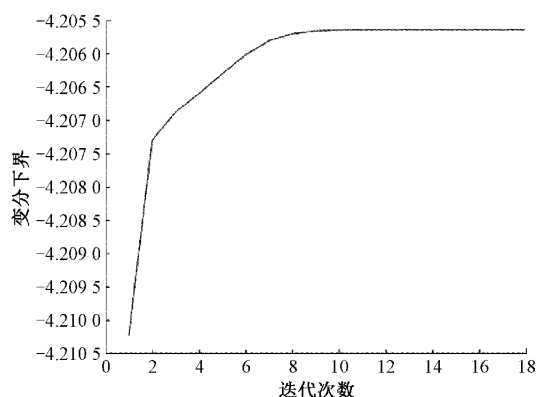


图6 凯斯西储大学变分下界迭代过程

图6为凯斯西储大学训练集的变分下界收敛过程,通

过更新  $r_{nk}$  以及其他相关参数,不断的计算变分下界的值,当前后变分下界之差小于迭代阈值时,停止迭代并返回隐变量  $Z$  和高斯混合模型参数。将测试集使用模型预测可得到模型正确率,如表1所示,设置 PSO-SVM 参数  $c_1 = 0.5, c_2 = 0.5$ ,种群数目=10,最大迭代次数=100,测试集正确率为 99.17%,而本文方法测试集正确率为 100%,比 CEEMDAN 优化和 PSO-SVM 方法高 0.8%,比 LCD 和变分推断方法提高了 0.4%。

表1 不同方法的比较

| 所用方法                | 正确率/% |
|---------------------|-------|
| CEEMDAN 优化和 PSO-SVM | 99.2  |
| CEEMDAN 和变分推断       | 99.2  |
| 文献[5]               | 99.6  |
| 本文方法                | 100   |

由于数据在高维空间无法可视化,为了展示敏感 IMF 筛选算法的性能,使用 t-分布邻域嵌入算法<sup>[13]</sup>(t-distributed stochastic neighbor embedding, t-SNE)在二维空间观察特征向量的特征分布情况,如图7所示,四种状态特征分布较为明显,说明本文所提 CEEMDAN 优化的算法可以准确的提取特征信息,进一步使用该二维空间特征可视化高斯混合模型<sup>[14]</sup>如图8所示。

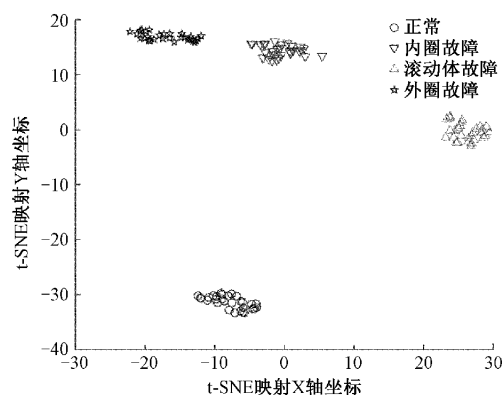


图7 西储大学高维数据的二维映射

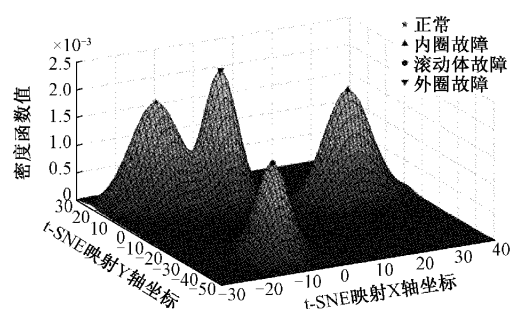


图8 凯斯西储大学数据集的高斯混合模型图

通过结合图7和8观察可知,不同类别的数据分布情况较为明显,且图8符合图7的分布规律,说明该模型对于不同故障类型有较好的分类效果。

### 3.2 中国某铁路实测数据故障诊断结果及分析

为了进一步验证本文算法的有效性,使用本文方法对中国铁路某局某年轴承数据进行故障诊断,该数据经过共振解调处理过的<sup>[15]</sup>,且数据只有故障状态和正常状态,并未对故障进行细分,将故障和正常的标签设置为 1 和 2。每 300 个采样点为一组数据,取训练集数据为 60 组,故障状态和正常状态各 30 组,并选取相同数目的特征组成测试集数据。图 9 为铁路故障状态和正常状态的轴承信号。

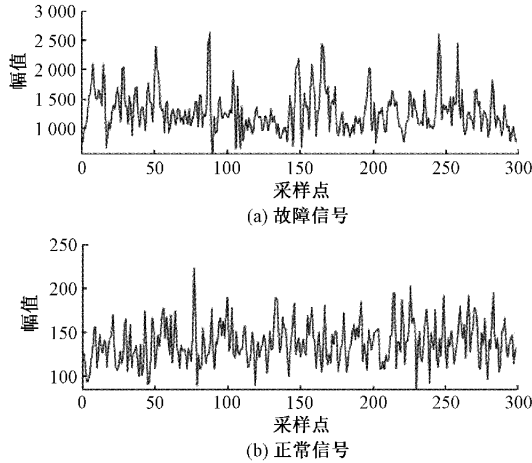


图 9 中国铁路轴承信号

同样的利用敏感 IMF 筛选算法对 CEEMDAN 分解的 IMF 分量进行优选,并计算 IMF 能量矩,如图 10、11 所示。在图 10 中普通 CEEMDAN 分解算法提取特征重叠较多,不易区分,而由图 11 可知,由 CEEMDAN 优化提的 IMF 能量矩区分较为明显,这表明 CEEMDAN 优化算法在实测数据中也有较好的表现。

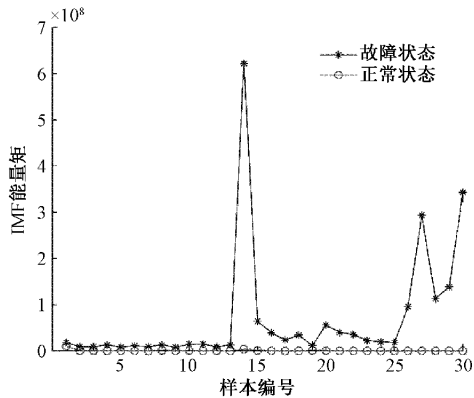


图 10 中国铁路普通 CEEMDAN 分解的 IMF 能量矩

用与凯斯西储大学轴承数据集实验同样的参数对中国铁路某局数据集进行混合高斯模型训练,得到变分下界收敛过程如图 12 所示。

使用本文训练的高斯混合模型正确率可达 95%,如表 2 所示,而相同特征集条件下 PSO-SVM 方法为 73.3%。本文方法诊断正确率比 LCD 结合变分推断方法提高了 4.3%,比 CEEMDAN 优化结合 PSO-SVM 方法提

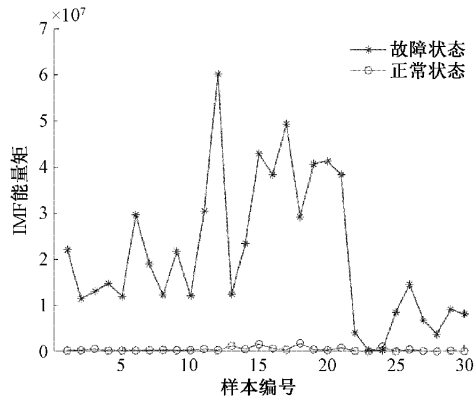


图 11 中国铁路 CEEMDAN 优化分解的 IMF 能量矩

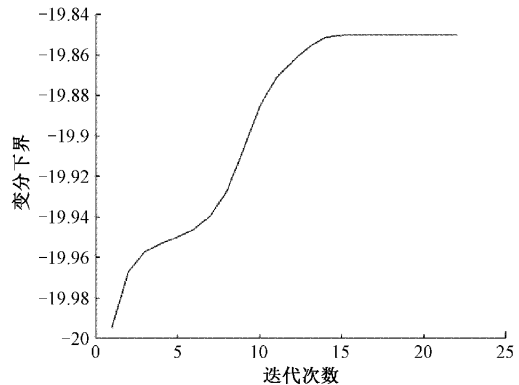


图 12 中国铁路变分下界迭代过程

高了 21.7%。使用 t-SNE 在二维空间观察特征向量的特征分布情况,如图 13 所示,两种轴承运行状态的特征可以较好的分辨出来,说明本文所提算法在实测数据中表现良好。为了可视化高斯混合模型,使用图 13 中 t-SNE 降维后的特征向量构建高斯混合模型,如图 14 所示。

表 2 不同方法的比较

| 所用方法                | 正确率/% |
|---------------------|-------|
| CEEMDAN 优化和 PSO-SVM | 73.3  |
| CEEMDAN 和变分推断       | 91.7  |
| 文献[5]               | 91.7  |
| 本文方法                | 95.0  |

### 3.3 结果分析

通过凯斯西储大学数据集和中国铁路某局的数据集的实验可知,使用敏感 IMF 筛选算法优化 CEEMDAN 分解可以得到更准确的特征信息,如图 4 对比图 5、图 10 对比图 11,使用 CEEMDAN 优化算法得到的不同轴承运行状态的 IMF 能量矩分布较为明显,进一步使用 t-SNE 算法对高维特征向量降维,得到的结果如图 7 和图 13 所示,说明了本文所提算法可以很好的提取轴承的特征,图 8 和图 14 为高斯混合分布,可以看出能够较好的区分不同的轴承运行状态,通过表 1 和表 2 准确率可知,对比现有智能诊断算法,本文所提出的算法有更好的表现。

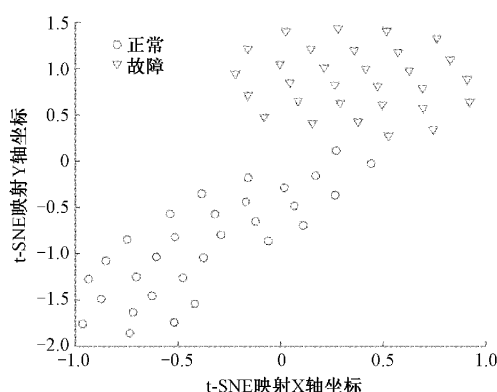


图13 中国铁路高维数据的二维映射

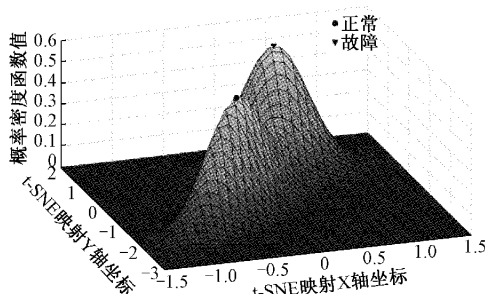


图14 中国铁路某局数据集的高斯混合模型图

## 4 结 论

针对现有滚动轴承故障诊断研究中诊断准确率存在的不足,本文提出了使用敏感IMF选择算法优化CEEMDAN算法,解决了IMF分量的选择问题,进一步对特征向量使用变分推断算法求取高斯混合模型参数,利用高斯混合模型判断输入特征向量属于某种状态的概率来实现故障诊断。通过凯斯西储大学数据集和中国铁路某局数据集进行验证分析,并与现有智能诊断算法进行对比,最终准确率体现了所提方法的故障诊断效果。

特征提取流程中,使用敏感IMF筛选算法选择了敏感的IMF分量,得到了更加准确的特征信息,如图7和图13所示,轴承运行状态分布较为明显。

统计结果表明,凯斯西储大学数据集上准确率为100%,如表1所示;在中国铁路某局数据集上最终得到的准确率为95%,与CEEMDAN结合变分推断、LCD结合变分推断、优化的CEEMDAN结合PSO-SVM<sup>[16]</sup>相比,诊断正确率分别提升了4.3%、4.3%和21.7%。

本文提出的优化算法既能提取出准确的轴承振动信号的特征,同时提出的基于变分推断求解高斯混合模型参数的算法又能有效的进行轴承状态的分类。

## 参考文献

- [1] 顾云青,苏玉香,沈晓群,等.基于改进的CEEMDAN排列熵和GWO-SVM的滚动轴承故障诊断[J].组合机床与自动化加工技术,2022(8):62-66.
- [2] 刘起超,周云龙,陈聪.基于CEEMDAN和概率神经网络

的起伏振动气液两相流型识别[J].仪器仪表学报,2021,42(10):84-93.

- [3] 张龙,宋成洋,邹友军等.基于VMD多特征融合与PSO-SVM的滚动轴承故障诊断[J].机械设计与研究,2019,35(6):96-104.
- [4] 雷杨博,朱智勤,柴毅,等.基于联合分布偏移差异的跨域滚动轴承故障诊断方法[J].电子测量与仪器学报,2022,36(10):146-156.
- [5] 王岩,罗倩,邓辉.基于变分贝叶斯的轴承故障诊断方法[J].计算机科学,2019,46(11):323-327.
- [6] 李铭,何毅斌,马东,等.基于ICEEMDAN-MPE和AO-LSSVM的滚动轴承故障诊断[J].电子测量技术,2022,45(23):66-71.
- [7] GHAHRAMANI Z B. Probabilistic machine learning and artificial intelligence[J]. Nature,2015,521(7553):452-459.
- [8] 马凤雷,陈小帅,周小龙.改进希尔伯特-黄变换的滚动轴承故障诊断[J].机械设计与制造,2018,327(5):75-78.
- [9] 王艳,高嵩,马天力等.基于变分贝叶斯理论的GPS/INS组合导航系统[J].国外电子测量技术,2019,38(11):5-10.
- [10] 徐定杰,沈忱,沈锋.混合高斯分布的变分贝叶斯学习参数估计[J].上海交通大学学报,2013,47(7):1119-1125.
- [11] KANGIN D, MARKARIAN G. Multi-bernoulli filter for groupobject tracking and its Gaussian-wishart implementation[C]. International Joint Conference on Neural Networks, IEEE,2017:3161-3168.
- [12] 黄迅迪,庞雄文.基于深度学习的智能设备故障诊断研究综述[J].计算机科学,2023,50(5):93-102.
- [13] 魏世超,李歆,张宜弛,等.基于E-t-SNE的混合属性数据降维可视化方法[J].计算机工程与应用,2020,56(6):66-72.
- [14] 吴晓敏,贺苗,刘瞰东,等.基于狄利克雷过程聚类的机器人演示学习研究[J].仪器仪表学报,2023,44(1):265-274.
- [15] 李佳睿,岳建海.基于HHT及共振解调方法的动车组走行部轴箱轴承故障诊断算法[J].北京交通大学学报,2017,41(4):85-90.
- [16] 王卫玉,何葵东,金艳,等.基于CEEMDAN样本熵和PSO-SVM的水电机组振动信号特征提取[J].武汉大学学报(工学版),2022,55(11):1167-1175.

## 作者简介

**孟事业**,硕士研究生,主要研究方向为机器学习,信号处理。

E-mail:1459044088@qq.com

**罗倩**,副教授,硕士研究生导师,主要研究方向为大数据处理,信号处理。

E-mail:luoqian@bistu.edu.cn