

DOI:10.19651/j.cnki.emt.1802417

基于 Gabor 原子的活立木茎体水分 信号 MP 分解与重构*

谢辉平^{1,2} 张鑫^{1,2} 于福满^{1,2} 赵燕东^{1,3}(1.北京林业大学 工学院 北京 100083; 2.天津创世生态景观建设股份有限公司 天津 300110;
3.林业装备与自动化国家林业局重点实验室 北京 100083)

摘要: 针对活立木茎体水分时域信号呈现的非平稳、信息冗余特性,提出了一种基于 Gabor 原子的活立木茎体水分信号 MP 分解与重构方法。试验结果表明活立木茎体水分信号可以用 Gabor 原子库稀疏表示,靠前的原子反映信号的主要特征,靠后的原子反映信号的细微特征,原子数越多,稀疏信号越能更好地描述原始时域信号的特征。稀疏信号对比于原始时域信号,数据量明显减少,避免了信息冗余,达到了数据压缩的目的,为大量数据的存储节省了物理空间。在 Gabor 原子库过冗余的情况下,稀疏信号可以高质量的重构出原始时域信号,在主要特征数据点处重构误差较小,在细微特征数据点处重构误差较大。

关键词: 茎体水分; Gabor 原子; 匹配追踪; 稀疏信号

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 220.22010

MP decomposition and reconstruction of living tree stem moisture signals based on Gabor atoms

Xie Huiping^{1,2} Zhang Xin^{1,2} Yu Fuman^{1,2} Zhao Yandong^{1,3}(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;
2. Tianjin Chuangshi Ecological Landscape Construction Co., Ltd., Tianjin 300110, China;
3. Key Laboratory of State Administration for Forestry Equipment and Automation, Beijing 100083, China)

Abstract: Considering the nonstationarity and information redundancy of living tree stem moisture signals in time domain, an approach of MP decomposition and reconstruction of living tree stem moisture signals based on Gabor atoms was presented. The experimental results showed that living tree stem moisture signals can be represented sparsely by Gabor atom library. The front of atoms reflected the main features of signal and the back of atoms reflected the subtle features of signal. The more the number of atoms was, the more the sparse signal can better represent the features of original time-domain signal. Compared with the original signal in time domain, the sparse signal had many advantages. Firstly, the length of sparse signal was reduced significantly. Secondly, the sparse signal can avoid information redundancy. So the approach of representing signal sparsely can achieve the purpose of data compression and save physical space to store a large amount of data. Under the condition of Gabor atom library being redundant, original time-domain signal can be constructed with high quality from the sparse signal. And reconstructive errors at the main feature points were larger than it at the subtle feature points.

Keywords: stem moisture; Gabor atom; matching pursuit; sparse signal

0 引言

在信号处理与数据分析等领域,使用合适的数学模型来表示自然信号是人们一直关心的课题,传统的基展开方

法有傅里叶变换^[1-2]和小波变换^[3-4]等。基展开中的展开函数是固定有限的,因而其表示信号的能力和范围必然有限,试图用一个有限的函数或向量集合去表示任意的信号,自然无法较好地适应信号自身的特点^[5]。

收稿日期:2018-12-12

* 基金项目:国家重点研发计划项目(2017YFD0600901)、天津市科委互联网跨界融合重大专项(16ZXHLNC00060)资助

为了避免传统基展开方法的弊端, Mallat 等^[6]提出了时频原子分解法。该方法是将信号在一系列原子上线性展开, 得到信号的稀疏近似表示。这些原子是从一个过完备原子库中选取, 因而能够通过灵活选择所需要的时频原子, 实现最佳匹配信号的整体和局部结构, 从而有效地提取信号的特征。其中, 原子的集合即原子库通常由经过调制并离散化的各种窗函数构成。近年来, 时频原子分解法在国际上受到越来越多的关注, 在一些应用领域得到了重视和研究。如在故障检测领域^[7], 时频原子分解法主要用于提取信号中的瞬态冲击响应特征; 在语音信号处理领域也成为一个重要的研究热点, 在语音编码、信号去噪、雷达回波检测^[8-12]等领域也逐渐被采用。

基追踪 (basis pursuit, BP)^[13] 和匹配追踪 (matching pursuit, MP)^[14-19] 作为信号稀疏表示的两个主要基本实现方法, 能从过完备原子库中选择最佳原子, 对信号灵活表示。BP 使用的求解方法是线性规划, 它适用于原子库较小的情况^[20-21], 当原子库较大时, 其计算复杂度极高, 而且原子结构不好可能导致结果不收敛, 因此主要选用能求解局部最优的匹配追踪算法。

以往对活立木茎体水分信号处理分析主要集中在时域上^[22-23], 频域上也仅限于周期性分析, 难以分析信号的局部时频特性, 并且时域信号存在信息冗余的问题, 对存储空间提出了更高的要求。本文研究了一种基于 Gabor 原子的 MP 分解算法, 将活立木茎体水分信号用 Gabor 原子库来稀疏表示, 并对稀疏表示的信号进行重构分析。

1 MP 算法原理及步骤

1.1 MP 算法原理

MP 算法是最先被引入到信号稀疏表示问题中的, 原始信号将在完备字典或者过完备字典中进行分解, 是一个典型的贪婪迭代算法。算法的基本原理是将字典矩阵按列划分为单个原子, 然后将原始信号与所有的原子进行内积运算, 并计算原始信号与内积运算结果的残差, 取残差最小的即为最优原子, 如此反复迭代, 若达到误差设定的阈值或者是满足一定的迭代次数后退出循环, 因此原始信号可由这些原子的线性组合来表示, 即原始信号分解完成。

假定原始信号为 $f(t) \in \mathbf{H}$, 信号的长度为 L , \mathbf{H} 表示 Hilbert 空间, 在此空间中定义完备字典 \mathbf{D} 为 $\{g_1, g_2, g_3, \dots, g_L\}$, 其中 g_r 可以称为原子, 字典 \mathbf{D} 中所有的原子已做归一化处理, 即 $\|g_r\| = 1$ 。为了逐步分解原始信号 $f(t)$, MP 算法首先将原始信号与字典中所有原子进行内积计算, 计算残差最小的原子作为最佳匹配原子, 即满足式(1)。

$$|\langle f(t), g_{r_n} \rangle| = \sup_{r \in \Gamma} |\langle f(t), g_r \rangle| \quad (1)$$

式中: Γ 为原子库的索引指标集。因此原始信号可以用最佳匹配原子 g_{r_n} 上的分量和残差两部分表示, 即为:

$$f(t) = \langle f(t), g_{r_n} \rangle g_{r_n} + R^1 f(t) \quad (2)$$

式中: $R^1 f(t)$ 为原始信号在第一次分解后的残差。下一对残差 $R^1 f(t)$ 利用式(1)进行同样的步骤, 得到:

$$R^1 f(t) = \langle R^1 f(t), g_{r_n} \rangle g_{r_n} + R^2 f(t) \quad (3)$$

经过 $k+1$ 次迭代可以得到:

$$R^k f(t) = \langle R^k f(t), g_{r_n} \rangle g_{r_n} + R^{k+1} f(t) \quad (4)$$

当残差 $R^{k+1} f(t)$ 足够小或者达到一定的迭代次数时, 就可以停止迭代计算, 也就是原子的线性组合可以很好的表示原始信号, 此时 $k \ll L$, 即达到信号稀疏的目的。

1.2 MP 算法步骤

匹配追踪算法的截止条件一般由迭代次数或者残差阈值来控制, 每次迭代更新时都需要重新计算与所有原子的内积, 并从中找出与当前信号残差最小的原子, 然后用当前信号减去此原子与原始信号的内积, 得到残差信号, 残差信号继续进行下一轮的迭代计算, 直到残差小于某个阈值或者迭代次数达到设定的阈值。经过 k 次迭代计算后, 可以采用 k 个原子的线性组合来近似的表示原始信号, 其最后的稀疏误差即为最后一次迭代计算后的残差。以迭代残差为例, 算法流程如图 1 所示。

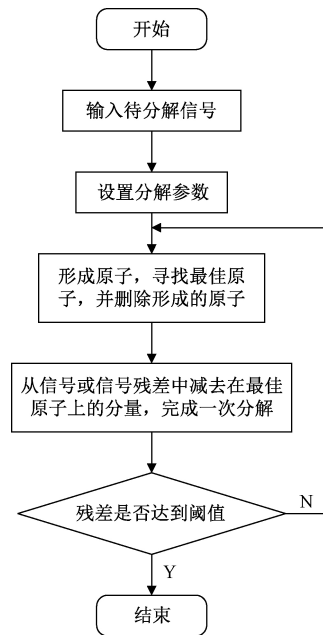


图 1 MP 算法流程

2 Gabor 时频原子特性

窗函数的选取是窗口傅里叶变换或短时傅里叶变换 (short time Fourier transform, STFT) 能够完成局部分析的关键, 窗口的尺度是局部性程度的表征, 窗函数一般选取高斯函数, 即 Gabor 变换。选高斯窗的原因如下: 高斯函数的傅里叶变换仍然是高斯函数, 所以不仅它的傅里叶逆变换可以用窗函数进行局部化, 同时也可以体现频域的局部化; 根据 Heisenberg 提出的不确定性原理, 高斯函数的窗口面积在所有时域窗口函数中达到最小值, 故 Gabor 变换

是最优的 STFT。

Gabor 原子库是高斯单位能量函数通过伸缩、平移和调制变换构成的。Gabor 原子表达式为:

$$g_r(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{jv t} \quad (5)$$

其对应的实 Gabor 原子表达式为:

$$g_r(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) \cos(vt + w) \quad (6)$$

式中: $g(t) = 2^+ e^{-\pi t^2}$ 是高斯窗函数; $r = (s, u, v, w)$ 是时频参数, 其中 s 尺度因子, u 为位移因子, v 为频率因子, w 为相位因子。原子以横轴 u 为中心, 能量集中在 u 附近, 能量的大小与尺度因子 s 成比例。时频参数可按以下方法离散化:

$$r = (a^j, pa^j \Delta u, ka^{-j} \Delta v, i \Delta w) \quad (7)$$

其中, $a = 2, \Delta u = \frac{1}{2}, \Delta v = \pi, \Delta w = \frac{\pi}{6}, 0 < j \leq \log_2 N$ (N 为信号的长度), $0 \leq p \leq N^{2^{j+1}}, 0 \leq k \leq 2^{j+1}, 0 \leq i \leq 12$ 。

将信号投影到 Gabor 原子库上可以达到时频局部化的目的, 它不仅能在整体上提供原始信号的全部信息, 而且又能在任何局部时间内提供信号剧烈变化的信息。简言之, Gabor 原子库可以同时提供时域和频域局部化的信息。

3 活立木茎体水分信号分解与重构试验

以 10 年生桃树为试验对象(北京林业大学八家实验苗圃, 东经 $116^\circ 20' 43.6236''$, 北纬 $40^\circ 0' 41.9184''$), 在桃树茎体上安装北京林业大学工学院研发的 BD-IV 型植物茎体水分传感器, 采集桃树茎体水分信号。选取其中一天的监测数据作为信号源 1, 数据点数为 24 个, 如图 2 所示; 选取其中 10 d 的监测数据作为信号源 2, 数据点数为 60 个, 如图 3 所示。

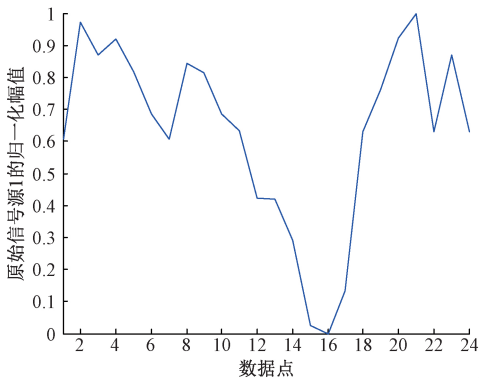


图 2 信号源 1 的原始信号

针对活立木茎体水分信号呈现的非平稳特性, 采用 Gabor 原子构建过完备原子库, 基于 MP 算法对信号源 1 和信号源 2 进行投影分解和重构分析, 定义 m 次时频分解后的重构信号 f_m 和原始信号 f 的相似度 S_{im} 为:

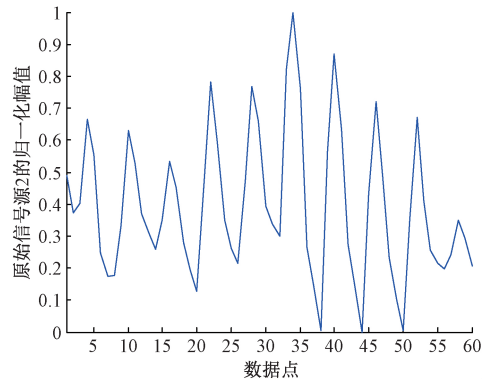


图 3 信号源 2 的原始信号

$$S_{im} = \frac{f \cdot f_m^T}{\|f\| \cdot \|f_m\|} \cdot 100\% \quad (8)$$

实验中, 用 30 个 Gabor 原子对信号源 1 进行分解和重构, 所得结果如图 4、5 所示, 并对重构信号进行误差分析, 所得结果如图 6、7 所示; 用 60 个 Gabor 原子对信号源 2 进行分解和重构, 所得结果如图 8、9 所示, 并对重构信号进行误差分析, 所得结果如图 10、11 所示。

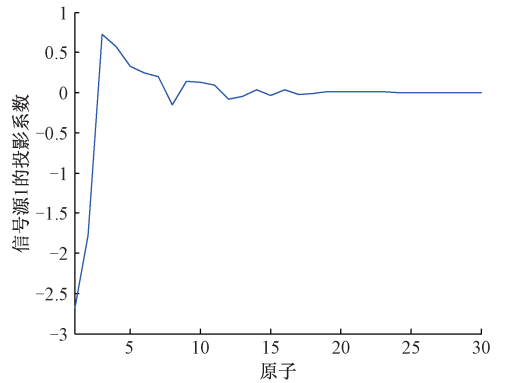


图 4 信号源 1 的原子分解

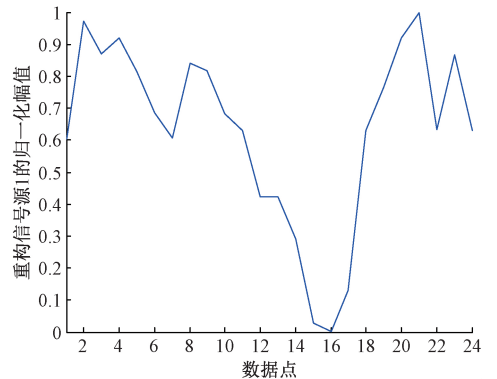


图 5 信号源 1 的重构信号

从图 4、8 可以看出, 活立木茎体水分信号在 Gabor 原子库上投影向量的第一个系数最大, 投影系数总体上呈现

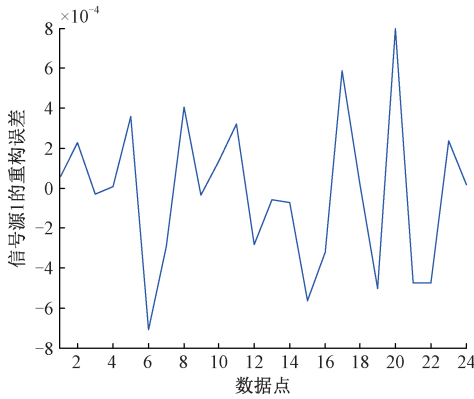


图 6 信号源 1 的重构误差

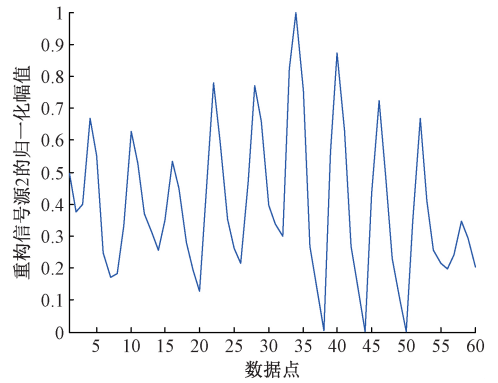


图 9 信号源 2 的重构信号

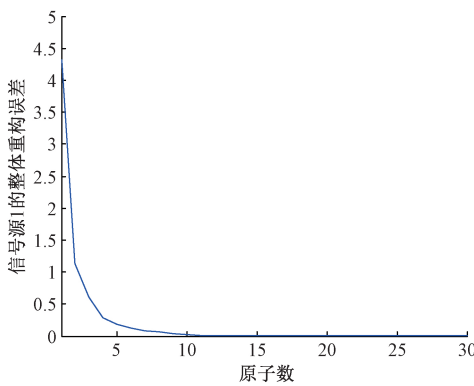


图 7 信号源 1 重构误差和原子数的关系

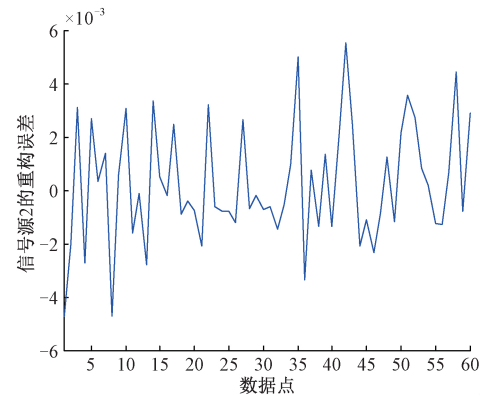


图 10 信号源 2 的重构误差

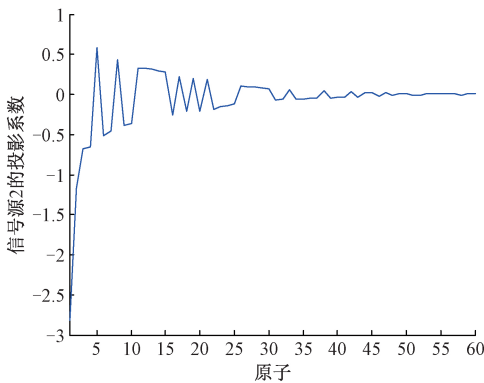


图 8 信号源 2 的原子分解

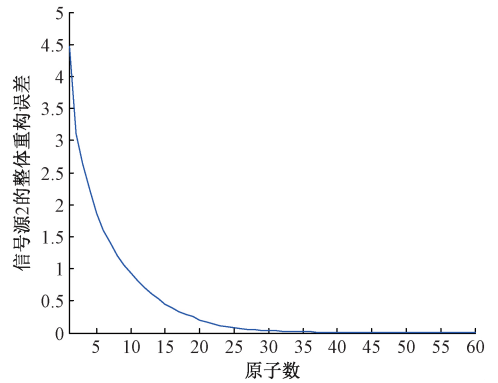


图 11 信号源 2 重构误差和原子数的关系

出振荡减小为 0 的趋势,其中绝多数的投影系数接近为 0,即该信号可以用 Gabor 原子库稀疏表示。从图 6、10 可以看出,总体上重构信号的误差相对于原始信号都很小,局部误差较大的点正对应信号源的细微特征点,如图 6 中误差较大的点是数据点 6、20,这两点正好对应图 2 中的细微特征点。从图 7、11 可以看出,信号源的整体重构误差随着 Gabor 原子数的增加而减小,信号源的数据点越多,达到同等重构误差要求时所需要的 Gabor 原子数也就越多。对比图 4 与 7、图 8 与 11 可以看出,当信号在 Gabor 原子库上的

投影系数趋于 0 时,信号源的整体重构误差也趋于 0,如图 4 中信号在第 15 原子处的投影系数已接近于 0,在图 7 中原子总数为 15 个时信号源的整体重构误差也已接近于 0。

表 1 分别给出了两个信号源重构时 Gabor 原子的时频参数 $r = (s, u, v, w)$ 和相似度 S_{im} ,从表 1 可以看出: 1) 信号相似度 S_{im} 随着分解次数的增加而变大,并且信号在首原子上分解后的相似度都大于 79%,在 12 个原子上分解后的相似度都大于 97%; 2) 信号源的数据点越多,达到同等相似度要求时所需要的分解次数也就越多; 3) 信号源在

Gabor 原子库上分解时,靠前的原子反映信号的主要特征, 靠后的原子反映信号的细微特征。

表 1 2 个信号源的 Gabor 特征参数

参数	原子							
	1		2		3		4	
	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2
$S_{im}/\%$	79.03	80.05	94.94	86.65	97.73	88.78	98.76	90.66
s	16	32	8	16	4	1	8	8
u	8	32	20	0	2	37	12	48
v	1 005.3	5 730.3	125.663 7	1 156.1	100.531	6.283 2	326.725 6	326.725 6
w	2.094 4	2.094 4	1.570 8	4.188 8	5.236	5.236	1.570 8	1.570 8

参数	原子							
	5		6		7		8	
	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2
$S_{im}/\%$	99.27	92.20	99.49	93.33	99.67	94.20	99.76	95.00
s	4	2	4	8	4	4	1	1
u	20	32	6	24	0	8	13	43
v	25.132 7	25.132 7	75.398 2	226.194 7	12.566 4	62.831 9	0	6.283 2
w	1.570 8	4.712 4	4.712 4	1.570 8	1.570 8	1.570 8	0.523 6	4.188 8

参数	原子							
	9		10		11		12	
	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2	信号源 1	信号源 2
$S_{im}/\%$	99.86	95.63	99.90	96.20	99.94	96.67	99.97	97.10
s	1	1	8	4	1	4	16	1
u	16	39	24	58	9	16	0	35
v	3.141 6	6.283 2	376.991 1	87.964 6	3.141 6	37.699 1	1457.7	6.283 2
w	1.570 8	4.712 4	4.712 4	4.712 4	0	4.712 4	1.570 8	4.712 4

4 结 论

本文研究了一种基于 Gabor 原子的 MP 分解算法,并详细阐述了 MP 算法的原理及步骤、Gabor 原子的时频特性及离散化方法。与此同时,分别选取 1、10 d 的活立木茎体水分信号作为信号源 1、信号源 2,用 Gabor 原子库来稀疏表示这两个信号源,并对稀疏表示的信号进行重构分析,得出以下结论。

1)活立木茎体水分信号在 Gabor 原子库上分解时,第一个原子上的投影系数最大,投影系数总体上呈现出振荡减小为 0 的趋势,其中绝多数的投影系数接近为 0。故活立木茎体水分信号可以用 Gabor 原子库稀疏表示,达到数据压缩的目的,为大量数据的存储节省了物理空间。

2)活立木茎体水分信号在 Gabor 原子库上分解时,靠前的原子反映信号的主要特征,靠后的原子反映信号的细微特征。

3)活立木茎体水分信号在 Gabor 原子库上重构时,信号源的整体重构误差随着 Gabor 原子数的增加而减小,信号源的数据点越多,达到同等重构误差要求时所需要的

Gabor 原子数也越多。

4)活立木茎体水分信号在 Gabor 原子库上重构时,局部误差较大的点正对应信号源的细微特征点。

参考文献

[1] 张秀丽,王浩全,庞存锁.稀疏傅里叶变换在雷达中的应用研究[J].电子测量技术,2017,40(11):148-152.

[2] 戚利勇,高峰,谭豫之,等.基于归一化椭圆傅里叶描述子的黄瓜形状识别[J].农业机械学报,2011,42(8):164-167,142.

[3] 杨金显,陈超,李志鹏.基于小波卡尔曼混合算法的陀螺仪去噪方法[J].电子测量技术,2016,39(3):29-33,37.

[4] 韩永华,汪亚明,康锋,等.基于小波多分辨率分解的农田障碍物检测[J].农业机械学报,2013,44(6):215-221.

[5] 方纯.时频原子分解快速算法及其在雷达信号分析中的应用[D].成都:西南交通大学,2009.

[6] MALLAT S G, ZHANG Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on

- Signal Processing, 1993, 41(12):3397-3145.
- [7] 费晓琪, 孟庆丰, 何正嘉. 基于冲击时频原子的匹配追踪信号分解及往复机械故障特征提取技术[J]. 振动与冲击, 2003, 22(2):26-29.
- [8] 张文耀. 基于匹配跟踪的低速率语音编码研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院软件研究所, 2002.
- [9] 王文延, 曾庆宁, 李琴. 一种基于 Matching pursuits 时频分解算法的语音降噪方法[J]. 电声技术, 2006(2): 52-54.
- [10] STARCK J, CANDES E, DONOHO D. The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6):670-684.
- [11] GRIBONVAL R, BACRY E. Harmonic decomposition of audio signals with matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(1): 101-111.
- [12] LOPEZ-RISUENO G, GRAJAL J, YESTE-OJEDA O. Automatic decomposition based radar complex signal interception[J]. IEE Proceedings Radar Sonar Navigation, 2003, 150(4):323-331.
- [13] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2001, 43(1):129-159.
- [14] 王潇. MP 和 BP 稀疏分解在盲源分离中的应用[D]. 成都: 西南交通大学, 2009.
- [15] 尹忠科, 王建英, 邵君. 基于原子库结构特性的信号稀疏分解[J]. 西南交通大学学报, 2005, 40(2):173-178.
- [16] FRIEDMAN J H, STUETZLE W. Projection pursuit regression [J]. Journal of the American Statistical Associations, 1981, 76(376):817-823.
- [17] TEMLYAKOV V. Weak greedy algorithm [J]. Advances in Computational Mathematics, 2000, 12(2/3): 213-227.
- [18] DAVIS G, MALLAT S, AVELLANEDA M. Adaptive greedy approximation [J]. Constructive Approximation, 1997, 13(1):57-98.
- [19] ZHANG G X. Time-frequency atom decomposition with quantum-inspired evolutionary algorithms [J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2009, 29(2): 209-233.
- [20] 李松, 汪圣利. 基于 BP 神经网络的非线性滤波算法研究[J]. 电子测量技术, 2018, 41(12):34-39.
- [21] 芮国胜, 王林, 田文飏. 一种基于基追踪压缩感知信号重构的改进算法[J]. 电子测量技术, 2010, 33(4):38-41.
- [22] 赵燕东, 王海兰, 胡培金, 等. 基于活立木介电特性的植物茎体含水量测量方法[J]. 林业科学, 2010, 46(11):179-183.
- [23] 王海兰, 鲍际平, 赵燕东. 应用 SWR 技术研究垂柳茎体含水率[J]. 科技导报, 2009, 27(8):69-72.

作者简介

谢辉平, 硕士研究生, 主要研究方向为智能检测与信号处理。

E-mail: 749878662@qq.com

张鑫, 本科、中级工程师, 主要从事乡土树种培育技术工程中心的产品、技术研发工作。

于福满, 硕士、中级工程师, 主要从事科技项目管理与成果转化工作。

赵燕东, 教授、博士生导师, 主要研究方向为生态信息智能检测与控制。

E-mail: yandongzh@bjfu.edu.cn