

组合模型在卫星钟差中长期预报中的应用和比较*

于 焯^{1,2,3} 张慧君^{1,2} 李孝辉^{1,2}

(1. 中国科学院国家授时中心 西安 710600;

2. 中国科学院精密导航定位与定时技术重点实验室 西安 710600; 3. 中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 针对应用单一模型预报卫星钟差的局限性,提出3种加权组合单一模型预报结果的方法。即经典加权组合法、预报有效度加权组合法和平均加权组合法;并将加权组合后的模型用于卫星钟差中长期的预报。同时,将3种组合模型的预报结果同单一模型所预报的结果进行了对比且分析了3种加权组合模型的优缺点。

关键词: 卫星钟差; 一次多项式; 二次多项式; 灰色模型; 组合模型

中图分类号: P228 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Application and comparison of combined model for the middle and long-term prediction of the satellite clocks bias

Yu Ye^{1,2,3} Zhang Huijun^{1,2} Li Xiaohui^{1,2}

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Science, Xi'an 710600, China;

2. Key laboratory of precision Navigation and Timing Technology, Chinese Academy of Science, Xi'an 710600, China;

3. University of The Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

Abstract: Aiming at the limitation of forecasting the satellite clocks bias by using a single model, three methods of weighting the single model forecasting results are proposed. Namely, the classical weighted combination method, the forecast validity weighting method and the average weighted combination method, and these weighted combination method are used in the middle and long-term prediction of the satellite clocks bias. At the same time, the prediction results of the three combined models are compared with those predicted by the single model and the advantages and disadvantages of the three weighted combination models are analyzed.

Keywords: satellite clocks bias (SCB); linear polynomial (LP); quadratic polynomial (QP); grey model (GM); combined model

0 引 言

卫星导航系统中星载原子钟的钟差预报在满足实时动态精密单点定位的需求^[1-2]和提供卫星自主导航所需的先验信息方面具有重要意义。首先,在动态精密单点定位中,为了获得高准确度的定位结果,需采用预报钟差参数参与计算;其次,在卫星自主导航中,要求地面预报长期的钟差作为先验信息,以在没有地面站支撑的条件下,导航卫星自主完成轨道确定和广播星历播发,所以提高卫星钟差的预报准确度尤为关键^[3-5]。但是,由于星载原子钟非常敏感,极易受到外界和自身因素的影响而很难掌握其复杂细致的变化规律。因此,建立精确的原子钟运行模型非常困难,相应地准确预报卫星钟差也非常困难。为此多种钟差模型相继发展,如一次多项式模型、二次多项式模型、灰色模型、卡

尔曼滤波模型等。近年来许多学者对卫星钟差预报从各个方面进行了深入研究,并取得了一定成效^[6-10]。实际上,每一种单一模型都有其自身的特点和局限性。为了充分利用每种模型的优点,可以综合各种模型所预报的结果^[11]。为此,本文探讨了3种加权组合单一模型所预报结果的方法。此外,将组合后的3种模型应用到了卫星钟差的中长期预报,并对预报的结果和单一模型所预报的结果进行了比较。

1 多项式模型

1.1 一次多项式模型

一次多项式模型是对相等时间间隔的钟差时间序列数据进行拟合,对卫星的原始钟差进行建模:

$$x(t) = a_0 + a_1 t \quad (1)$$

收稿日期:2017-03

* 基金项目:国家自然科学基金(11503030)、中国科学院“西部之光”人才培养计划后续支持项目(Y507YR0501)资助

当观测数据有 2 个以上时,可利用最小二乘法求得模型参数 a_0 和 a_1 的估计值:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L} \quad (2)$$

式中: $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_0 \ \hat{a}_1]^T$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t_1 & t_1 & \cdots & t_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T$, $\mathbf{L} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$, n 为参与建模的钟差个数。

将式(2)代入式(1),利用该模型即可预报出未来任意时刻的钟差数据。

1.2 二次多项式模型

二次多项式模型是对相等时间间隔的钟差时间序列进行拟合,对卫星的原始钟差进行建模:

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (3)$$

当观测数据有 3 个以上时,可利用最小二乘法求得模型参数 a_0 、 a_1 和 a_2 的估计值:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L} \quad (4)$$

式中: $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_0 \ \hat{a}_1 \ \hat{a}_2]^T$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & t_n & t_n^2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{L} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$, n 为参与建模的钟差个数。

将式(4)代入式(3),利用该模型即可预报出未来任意时刻的钟差数据。

1.3 灰色模型

设原始钟差序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 通过一次累加生成新的序列 $X^{(1)}$ 。

由以上 3 种方法所构成的组合预报模型^[12-13]为:

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} =$$

$$\{x^{(0)}(1), \sum_{i=1}^2 x^{(0)}(t), \dots, \sum_{i=1}^n x^{(0)}(t)\} \quad (5)$$

对累加序列 $X^{(1)}$ 建立一阶微分方程:

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = u \quad (6)$$

式中:参数 a 称为发展系数,参数 u 称为灰作用量。对式(6)进行离散化,得到:

$$x^{(0)}(k+1) = -\frac{a}{2}[x^{(1)}(k+1) + x^{(1)}(k)] + u \quad (7)$$

$k = 1, 2, \dots, n-1$

可利用最小二乘法求得模型参数 a 和 u 的估计值:

$$\hat{\mathbf{A}} = [\hat{a} \ \hat{u}] = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Y} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \cdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\frac{[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)]}{2} & 1 \\ -\frac{[x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)]}{2} & 1 \\ \cdots & \cdots \\ -\frac{[x^{(1)}(n) + x^{(1)}(n-1)]}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix}$$

将式(8)代入式(6)即可得到预报模型,利用该模型即可预报出未来任意时刻的钟差数据:

$$\hat{x}^{(0)}(k+p) = (1 - e^{\hat{a}}) \left[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right] e^{-\hat{a}(k+p-1)} \quad (9)$$

式中: p 为预报点数。

2 组合预报模型

多项式模型是以时间为变量,用历史钟差数据进行拟合确定各项系数,进而对钟差作外推来进行预报。其优点在于可利用较长的历史数据进行充分拟合,缺点是预报的误差会随时间的推移而不断增大。灰色模型可基于较少的历史数据(4 个以上)进行拟合确定各项系数,进而对钟差作外推来进行预报。灰色模型要求钟差数据呈指数规律变化,限定了其应用范围。它的优点是长期的预报效果较好,缺点是无法充分利用已有的历史数据来提高预报的精度。同时,灰色模型对采用多长时间的历史数据来进行建模以达到较好的预报效果没有明确的确原则。为了充分利用各单一模型预报卫星钟差的优点,提出了 3 种加权组合单一模型预报结果的方法。

由以上 3 种方法所构成的组合预报模型^[12-13]为:

$$f_t = \sum_{i=1}^3 \omega_i f_{it} \quad (10)$$

式中: $\sum_{i=1}^3 \omega_i = 1$ 且 $\omega_i \geq 0$, f_{it} 为用第 i 种模型所预报的值, ω_i 为第 i 种模型的权重。

2.1 经典加权组合模型

经典加权法是根据模型残差的方差的倒数来确定权重的,定权方法^[9]如下:

$$\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2 \left(\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} \right)} \quad (11)$$

式中: σ_i^2 为第 i 种模型的预报残差序列的方差。

将式(11)代入式(10)即可得到经典加权组合预报模型:

$$f_t = \frac{f_{1t}}{\sigma_1^2 \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2} \right)} + \frac{f_{2t}}{\sigma_2^2 \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2} \right)} + \frac{f_{3t}}{\sigma_3^2 \left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2} \right)} \quad (12)$$

式中: f_{1t} 、 f_{2t} 和 f_{3t} 分别为用一次多项式模型、二次多项式模型和灰色模型在 t 时刻所预报的值, σ_1^2 、 σ_2^2 和 σ_3^2 分别为用一次多项式模型、二次多项式模型和灰色模型在 t 时刻所预报的残差序列的方差。

2.2 预报有效度加权组合模型

定义第 i 种模型的有效度^[10]为:

$$S_i = E_i(1 - \sigma_i) \quad i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

式中: S_i 为第 i 种模型预报的有效度, E_i 和 σ_i 分别为第 i 种模型预报的精度序列 A_u 的期望和均方差。

其中:

$$A_u = 1 - \left| \frac{x_t^{(0)} - \hat{x}_u^{(0)}}{x_t^{(0)}} \right| \quad i = 1, 2, 3; t = 1, 2, \dots, n$$

式中: $x_t^{(0)}$ ($t = 1, 2, \dots, n$) 为实际观测值, $\hat{x}_u^{(0)}$ ($t = 1, 2, 3$) 为第 i 种模型的预报值。

按照预报有效度定权的方法可以确定权重为:

$$\omega_i = \frac{S_i}{\sum_{i=1}^3 S_i} \quad (14)$$

将式(14)代入式(10)即可得到预报有效度加权组合模型为:

$$f_t = \frac{f_{1t}S_1}{S_1 + S_2 + S_3} + \frac{f_{2t}S_2}{S_1 + S_2 + S_3} + \frac{f_{3t}S_3}{S_1 + S_2 + S_3} \quad (15)$$

2.3 等权平均组合模型

对某时段的钟差分别用第 i 种模型进行预报, 则等权平均^[11]组合模型为:

$$f_t = \frac{1}{3}(f_{1t} + f_{2t} + f_{3t}) \quad (16)$$

式中: f_{1t} 、 f_{2t} 和 f_{3t} 分别为一次多项式模型、二次多项式模型和灰色模型所预报的卫星钟差。

3 算例与分析

3.1 数据来源

从 IGS 服务器上下载了 2016 年 4 月 3 日至 9 日共 7 d 的 IGS 精密钟差数据, 其采样间隔为 15 min。截止 2016 年 4 月 1 日, GPS 星座由 12 颗 IIR 卫星、8 颗 IIR-M 卫星和 12 颗 IIF 卫星组成, 除 2 颗 IIR 卫星(G08, G24)采用铯(Cs)原子钟外, 其余的卫星均采用的是铷(Rb)原子钟。下表列出了 GPS 卫星以及卫星钟的基本信息^[14]。可以看出, 不同型号的卫星启用的时间相差 10~20 年不等。考虑到不同时期各种型号原子钟的特性会有所不同^[15-16], 所以从现有的 3 种类型的卫星型号中各选一颗进行分析。其中 IIF 型中既有铷原子钟又有铯原子钟, 则在 IIF 型中选两颗(一颗铷原子钟和一颗铯原子钟), 共 4 颗卫星进行分析, 它们分别是 PRN11(IIR Rb)、PRN12(IIR-M Rb)、PRN06(IIF Rb) 和 PRN08(IIF Cs) 卫星。

表 1 GPS 卫星及卫星钟信息

卫星型号	卫星号 (PRN)	原子钟类型	启用时间
IIR	02, 11, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 28	Rb	1997~2004
IIR-M	04, 05, 07, 12, 15, 17, 29, 31	Rb	2005~2009
IIF	01, 03, 06, 09, 10, 25, 26, 27, 30, 32, 08, 24	Rb Cs	2010~2016

3.2 建模方案与结果分析

算例中采用 26 h 钟差数据(2016 年 4 月 3 日 00:00~4 月 4 日 2:00)共 105 个历元分别去建立一次多项式模型和二次多项式模型; 采用 2 h 钟差数据(2016 年 4 月 4 日 00:00~4 月 4 日 2:00)共 9 个历元去建立灰色模型。然后用建立好的模型去预报未来 24 h 和 72 h 的钟差数据, 再根据这 24 h、72 h 的预报值和对应的观测值, 分别利用经典加权法、预报有效度加权法和等权平均加权法确定 3 种模型的加权系数, 最后利用建立好的组合模型去预报未来 24 和 72 h 的钟差数据。因为 IGS 服务器上公布的为事后钟差产品, 所以误差小于 0.1 ns, 可以作为“真值”去检验一次多项式模型、二次多项式模型、灰色模型、经典加权法组合模型、预报有效度加权法组合模型和等权平均加权法组合模型所预报结果的好坏。

图 1~4 和表 2~5 给出了各模型的预报误差和预报误差的统计特性。最大误差(MAX)和均方误差(MSE), 为各项预报误差的平方的总和除以误差项数所得的值, 均方误差能突出大误差的影响, 其值越大, 则说明误差越大; 平均绝对误差(MAE)为各预报误差绝对值总和除以预报误差项数所得的平均值, 因为各预报误差绝对值都是正数, 所以平均绝对误差可更好地评价预报结果的好坏程度, 平均绝对误差值越小, 则说明其拟合程度越好。

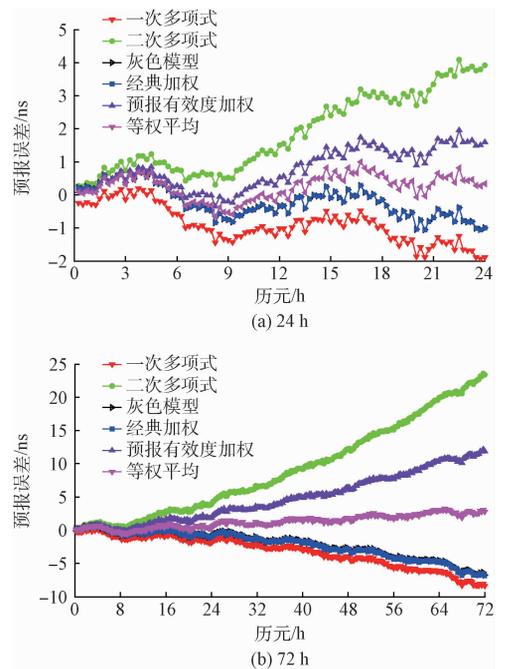


图 1 PRN11 号卫星的预报误差

结合图 1~4 和分析表 2~5 可以看出, 这 3 种组合方法都能有效地组合各单一模型的预报结果。从总体上来看, 在卫星钟差中长期的预报中, 经典加权组合法出现优组合的次数多于等权平均组合法出现优组合的次数, 等权平均组合法出现优组合的次数多于预报有效度加权组合法出

表 2 PRN11 号卫星 5 种模型预报不同步长的指标比较

预报步长/h	模型	MAX/ns	MSE/ns	MAE/ns
24	LP	1.94	1.12	0.92
	QP	4.08	4.83	1.86
	GM	1.06	0.26	0.43
	经典加权	1.06	0.26	0.43
	预报有效度加权	1.95	0.98	0.81
	等权平均	0.10	0.20	0.38
72	LP	8.41	15.55	3.19
	QP	23.55	132.13	9.18
	GM	6.72	8.32	2.16
	经典加权	6.65	8.27	2.14
	预报有效度加权	12.16	35.76	4.79
	等权平均	3.20	2.59	1.35

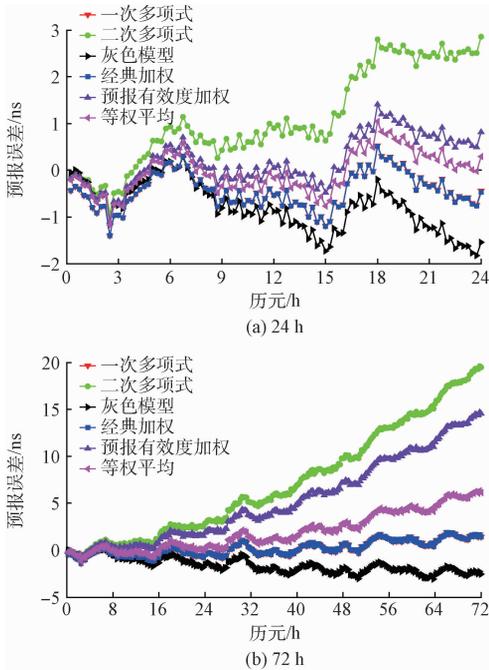


图 2 PRN12 号卫星的预报误差

表 3 PRN12 号卫星 5 种模型预报不同步长的指标比较

预报步长/h	模型	MAX/ns	MSE/ns	MAE/ns
24	LP	1.40	0.33	0.49
	QP	2.86	2.33	1.24
	GM	1.83	0.90	0.81
	经典加权	1.40	0.33	0.49
	预报有效度加权	1.41	0.32	0.45
	等权平均	1.17	0.19	0.36
72	LP	1.91	0.64	0.65
	QP	19.62	87.22	7.27
	GM	3.10	3.17	1.61
	经典加权	1.90	0.63	0.65
	预报有效度加权	6.70	8.60	3.31
	等权平均	6.34	7.92	2.08

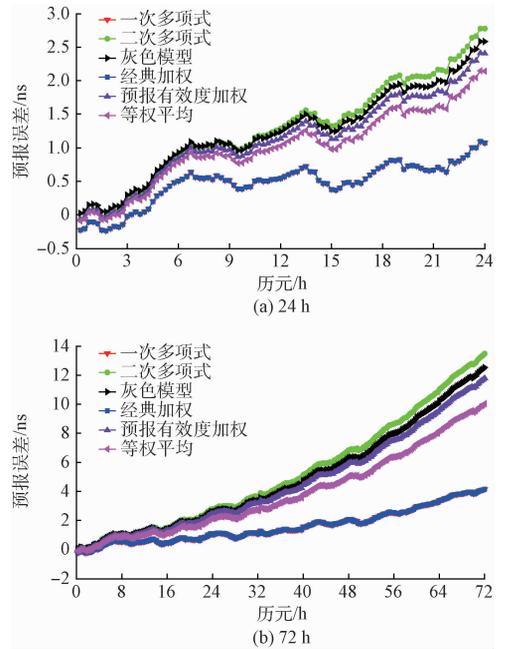


图 3 PRN06 号卫星的预报误差

表 4 PRN06 号卫星 5 种模型预报不同步长的指标比较

预报步长/h	模型	MAX/ns	MSE/ns	MAE/ns
24	LP	1.09	0.32	0.52
	QP	2.78	2.19	1.29
	GM	2.58	1.96	1.24
	经典加权	1.09	0.32	0.52
	预报有效度加权	2.41	1.67	1.13
	等权平均	2.15	1.31	1.01
72	LP	4.16	3.84	1.61
	QP	13.49	41.99	5.23
	GM	12.54	35.87	4.84
	经典加权	4.16	3.84	1.61
	预报有效度加权	11.81	31.95	4.56
	等权平均	10.06	23.12	3.89

表 5 PRN08 号卫星 5 种模型预报不同步长的指标比较

预报步长/h	模型	MAX/ns	MSE/ns	MAE/ns
24	LP	8.86	13.11	2.87
	QP	12.54	28.74	3.99
	GM	38.80	619.73	22.54
	经典加权	8.81	13.10	2.81
	预报有效度加权	27.63	332.00	16.62
	等权平均	9.24	38.35	5.81
72	LP	19.65	137.21	9.98
	QP	39.78	457.32	17.61
	GM	116.80	460.58	59.64
	经典加权	19.81	136.02	9.04
	预报有效度加权	66.77	166.36	36.13
	等权平均	19.86	137.11	9.87

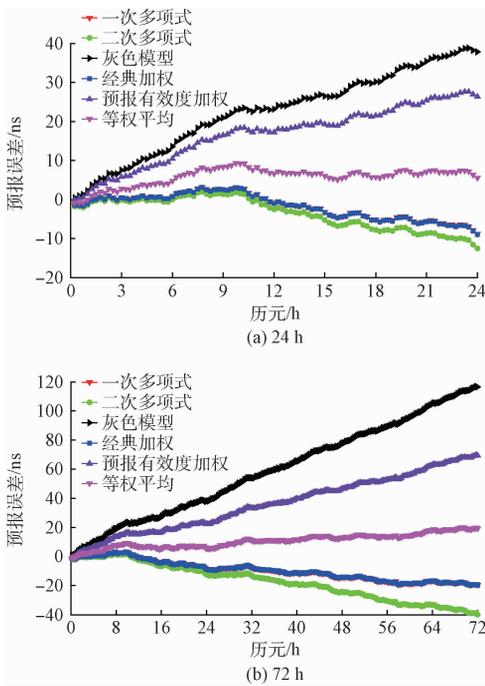


图 4 PRN08 号卫星的预报误差

现优组合的次数。经典加权组合法是基于参与建模序列的误差的平方和而建立起来的组合方法,它对每个预报历元的误差不如等权平均组合法敏感,所以更能够保证预报结果的稳定性。而预报有效度加权组合法是基于各单一模型预报精度的均值(MEAN)MSE,所以它更容易受到各单一模型预报历元误差的均方误差的突大突小的影响。

4 结 论

本文将一次多项式模型、二次多项式模型和灰色模型的预报结果用经典加权法、预报有效度加权法、等权平均加权法分别构造了线性组合模型,并将其应用到了卫星钟差中长期的预报中,可得到如下结论:1)在卫星钟差中长期的预报中,与预报有效度加权法、等权平均加权法相比,经典加权组合法预报模型预报的精度均优于或等于各单一模型的预报精度,从以上的数值试验结果可以看出这种线性组合方式至少是一种非劣组合,有时可能还是一种优组合。2)组合模型预报的结果都依赖于各单一模型的预报结果,所以在使用组合预报模型预报之前,必需保证每种单一模型都是可用的和有效的。对于组合模型而言,最大的优势就是能够改善各单一模型预报的局限性,可以充分利用各单一模型的最大信息,综合各单一模型的优势,进一步提高预报的可靠性和稳定性。

参考文献

[1] 郑作亚,党亚民,卢秀山,等. 附有周期项的预报模型及其在 GPS 卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学

报,2010,51(1):95-102.

- [2] 王宇谱,吕志平,王宁. BDS 星载原子钟长期性能分析[J]. 测绘学报,2017,46(2):157-169.
- [3] 刘春,马颖. 改进卡尔曼滤波在北斗伪距定位中的研究[J]. 电子测量与仪器学报,2016,30(5):779-785.
- [4] 王宇谱,吕志平,周海涛,等. 基于修正钟差一次差分数据的卫星钟差预报[J]. 大地测量与地球动力学,2016,36(12):1073-1077.
- [5] 马卓希,杨力,贾小林. BDS 星载原子钟周期项特性及预报研究[J]. 大地测量与地球动力学,2017,37(3):292-296.
- [6] 丁硕,巫庆辉,常晓恒,等. 基于灰色 BP 神经网络的实验材料供应预测[J]. 国外电子测量技术,2016,35(12):78-82.
- [7] 祝顺才,蔡锭. 基于模糊-灰色聚类的油纸绝缘状态综合诊断[J]. 仪器仪表学报,2017,38(3):718-725.
- [8] HUANG G, YANG Y, ZHANG Q. Estimate and predict satellite clock error using adaptively robust sequential adjustment with classified adaptive factors based on opening windows [J]. Acta Geodaetica et Carlographica Sinica,2011,40(1):15-21.
- [9] 陈西斌,张波,鲍国. 基于拟合推估两步极小解法的卫星钟差短期预报[J]. 大地测量与地球动力学,2014,34(5):125-129.
- [10] 李晓宇,杨洋,胡晓粉,等. 基于改进灰色 ARMA 模型的卫星钟差短期预报研究[J]. 大地测量与地球动力学,2013,33(1):59-63.
- [11] 王继刚,胡永辉,何在民,等. 组合模型预报导航卫星钟差[J]. 大地测量与地球动力学,2012,32(1):84-88.
- [12] 蒋晓艳,何川. 基于最优组合预测法的电网负荷预测[J]. 水电能源科学,2010,28(3):149-151.
- [13] 戴钰. 最优组合预测模型的构建及其应用研究[J]. 经济数学,2010,27(1):92-98.
- [14] 王甫红,夏博洋,龚学文. 顾及钟差变化率的 GPS 卫星钟差预报法[J]. 测绘学报,2016,45(12):1387-1395.
- [15] 刘赞,陈西宏,刘进,等. 时钟校准过程中的组合钟差预报模型[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2016,45(12):1387-1395.
- [16] YU H L, HAO J M, LIU W P. A method for evaluating the accuracy of satellite clock error [J]. Hydrogr Surveying Charting,2014,2(2):11-13.

作者简介

于焯,1989 年出生,硕士研究生,研究方向为卫星钟差预报和精密导航定位。

E-mail:yuyel15@mails.ucas.ac.cn

张慧君,1975 年出,副研究员,硕士生导师,主要研究方向为导航系统时差监测、高精度时间频率测量控制方法与技术。

李孝辉,1974 年出生,二级研究员,博士生导师,主要研究方向为高精度时间频率测量控制方法与技术。