

基于FPGA的频谱分析系统研究与实现

陈旭东¹ 陈章进^{1,2} 李翰超¹ 姜鹏程¹

(1. 上海大学微电子研究与开发中心 上海 200072; 2. 上海大学计算中心 上海 200444)

摘要: 针对音频信号分析,提出了一种基于FPGA的频谱分析系统,该设计基于FFT和CORDIC算法;讨论在FPGA上进行高达4096点的定点FFT运算和基于CORDIC算法的复数求模运算的系统架构和实现过程。通过Modelsim仿真,同MATLAB运算结果比较,本频谱计算方案的相对误差均值为4.11%。利用MCU进行信号采样与AD转换,并通过SPI接口将数据发送给FPGA进行频谱分析。当采样频率为60 kHz时,本系统辨识的频率范围为14.65 Hz~30 kHz,频率分辨率为14.65 Hz。对实际硬件系统进行频谱分析测试,成功实现对输入的音频信号的频谱计算。

关键词: 频谱分析;快速傅里叶变换;大点数;坐标旋转数字计算;复数求模

中图分类号: TN791 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

Research and implementation of the spectrum analysis system based on FPGA

Chen Xudong¹ Chen Zhangjin^{1,2} Li Hanchao¹ Jiang Pengcheng¹

(1. Microelectronic R&D Center, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Computer Center, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: About the analysis of audio signals, an approach to calculate the spectrum of signals based on FPGA is introduced in this paper, and the design is based on Fast Fourier Transform (FFT) and coordinate rotation digital computer (CORDIC). The architecture and implementation of 4096-point fixed-point FFT and the calculation of modulus of complex numbers based on CORDIC is presented. To verify resolution and accuracy of the hardware system, the simulation result in Modelsim is compared with MATLAB, and relative error of this spectrum analysis method is 4.11%. MCU is used for sampling and AD conversion and sending data to FPGA via SPI, to compute the spectrum. When sampling frequency is 60 kHz, the analysis range of the system is 14.65 Hz to 30 kHz, and the system reaches 14.65 Hz frequency resolution. This hardware system is tested through spectrum analysis experiments, and successfully implements computation of spectrum of audio signals.

Keywords: spectrum analysis; fast fourier transform; large points; coordinate rotation digital computer; calculation of modulus of complex numbers

1 引言

快速傅里叶变换(FFT)广泛应用在数字信号处理和通信系统中^[1-2]。通常FFT算法有分按时域抽取(DIT)和按频域抽取(DIF)两种方式,这两种方式在运算量和复杂性等方面是相同的^[3]。坐标旋转数字计算(CORDIC)算法被广泛用于信号和图像处理、通信系统和3D成像等领域^[4]。而在计算向量模的时候,需要使用CORDIC算法,这样可以比传统方案节省更多的硬件资源^[5]。FFT运算可以和CORDIC运算结合起来用于频谱分析^[6]。而FPGA

的实时性、并行性和灵活性等优点^[7-9],可以用于FFT和CORDIC等算法的硬件实现^[10-14]。

针对音频信号分析,本设计完成了基于FPGA的4096点大点数数据频谱分析的系统设计,并使用DE2-115开发板进行了硬件实现。主要介绍按时域抽取的基二定点FFT算法,以及基于CORDIC算法的复数求模方法的硬件实现。采用100 MHz时钟和60 kHz采样频率,本系统可以在2.5 ms内计算出信号频谱,最小频率间隔达到14.65 Hz,频率范围为14.65 Hz~30 kHz。充分利用FPGA的可定制性和运算并行性,提高了系统的开发效率

和运行效率。

2 频谱分析原理

2.1 FFT 算法原理

N 点的离散傅里叶变换(DFT)运算定义如下^[15]:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot W_N^{kn}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中: $x[n]$ 为时域信号, $X[k]$ 为 FFT 后频域点数据, $W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ 为旋转因子。离散傅里叶反变换(IDFT)为:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot W_N^{-kn}, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

DFT/IDFT 运算的时间复杂度均为 $T(n) = O(n^2)$ 。利用旋转因子 W_N^{kn} 的对称性和周期性,可得到:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m] \cdot W_N^{k \cdot 2m} + W_N^k \left(\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x[2m+1] \cdot W_N^{k \cdot 2m} \right) \quad (3)$$

由此可知, N 点的 DFT 运算可以拆分成两组 N/2 点的 DFT 运算结果的线性组合。这是按时域抽取的基二 FFT 运算原理。该运算的时间复杂度比 DFT/IDFT 运算小,为 $T(n) = O(n \log n)$ 。N 点基二 FFT 运算原理的节点信号流示意图如图 1。

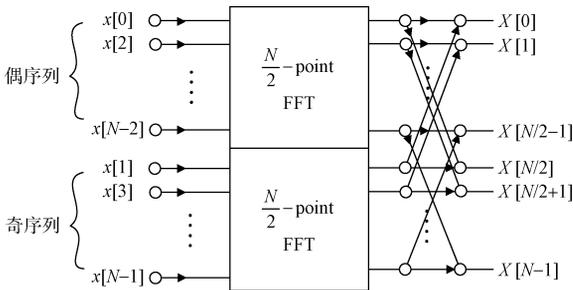


图 1 N 点基二 FFT 运算原理的节点信号流示意图

2.2 基于 CORDIC 算法的复数求模原理

CORDIC 算法可以快速地近似计算三角函数及其他超越函数。本文采用的基于 CORDIC 算法的复数求模方法的基本思路是不断地旋转向量 \vec{p}_n : 若 \vec{p}_n 在第 1 象限, 顺时针旋转 θ_n ; 若 \vec{p}_n 在第 4 象限, 逆时针旋转 θ_n 。至与 x 轴重合, \vec{p}_n 向量的 x 分量是向量模的近似值^[16], 如图 2 所示。

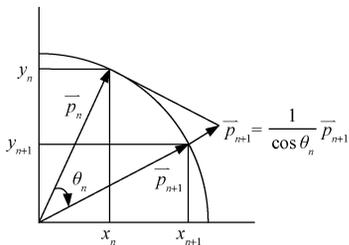


图 2 第 1 象限中的矢量旋转

复数求模方法的算法如下:

Algorithm CORDIC

```
let n = 1, x = x_0, y = y_0
while |y| > epsilon and n < N do
  d = sign(y)
  x = x + d * y * 2^-n, y = y - d * x * 2^-n
  n = n + 1
return (x/A_n)
```

可以通过查表法确定参数 A_n (表 1)。

表 1 系数 A_n 表

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A_n	1.41	1.58	1.62	1.64	1.65	1.65	1.65	1.65

3 频谱分析系统设计

3.1 系统采用的数据类型

本文采用的数据类型为 32 位有符号数, 存储和运算采用补码格式。其中低 8 位是数据的小数部分, 高 24 位为整数部分, 如图 3 所示。



图 3 32 位有符号定点数据格式

3.2 FFT 模块

本节提出一种基于 32 位定点数据格式的 4 096 点 FFT 运算模块, 如图 4 所示。其中, CLK 信号为 FFT 运算模块的时钟信号; RST 用于复位该模块; SampEn 表示采样启动; DataIn 为实信号数据; DataEn 表示实信号数据稳定, 使能 FFT 运算模块接收该数据; CompEn 表示运算启动, 用于使能 FFT 运算模块工作。Re 是输出频谱数据的实部, Im 是频谱数据的虚部; Addr 是频谱中频率点序号; En 表示上述 3 个输出数据有效; Start 脉冲标记频谱输出启动。

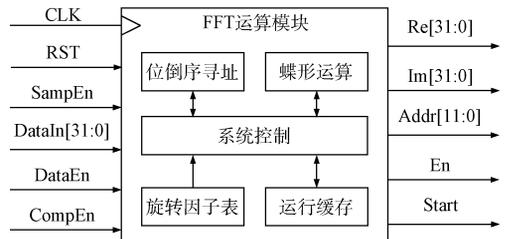


图 4 FFT 运算模块

该 FFT 运算模块由位倒序寻址、系统控制单元、蝶形运算单元(图 5)和旋转因子表、系统运行缓存组成。其中, 位倒序寻址通过将地址翻转实现“按时抽取”要求; 系统控制单元的状态转移如图 6 所示, 实现系统接收复位之后的

4 096 点信号数据,等待运算使能信号进行运算;蝶形运算单元是FFT算法的核心,读取RAM和ROM数据,执行一次复数乘法和两次复数加法,并将结果重新保存到RAM,消耗8个时钟周期;旋转因子表是两块4 096x32 bit的ROM,用于存放旋转因子;运行缓存是两块4 096x32 bit的RAM,用于存放FFT运算模块的中间结果。

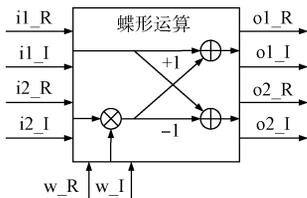


图5 蝶形运算单元

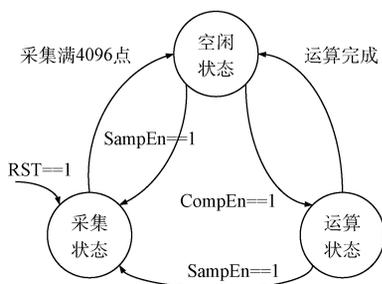


图6 FFT运算模块中控制单元的状态转移图

4 096 点 FFT 运算消耗 $8 \times 4\ 096 / 2 \times \log_2 4\ 096 = 196\ 608$ 个系统时钟,在 100 MHz 的时钟下,共需消耗 1.966 08 ms。

3.3 复数求模运算模块设计

本节提出一种复数求模的实现模块,如图7所示。其中,CLK为模块工作的时钟信号;RST为模块的复位信号;Rp和Ip分别是输入复数的实部和虚部;InEn表示输入数据有效脉冲,使能模块计算输入复数的模;Av表示复数的模量;OutEn脉冲表示运算完毕,输出的数据有效。

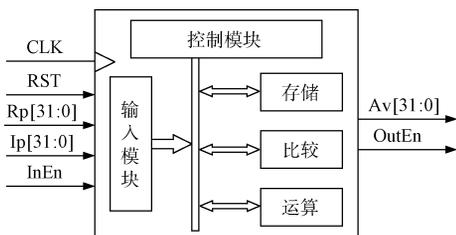


图7 复数求模模块的FPGA实现结构

系统内包含有控制模块、运算模块、比较模块和存储模块。控制模块实现输入数据的读取,在迭代过程中对各个模块的控制,以及最后结果的数据输出;存储模块用于保存输入输出数据,以及迭代过程中的各个阶段的数据点;运算模块实现数值右移和数值加法等运算功能;比较模块实现

对 $|y| > \epsilon$ 是否成立的判断,确定迭代是否继续。

3.4 频谱分析系统设计

提出一种基于FPGA的频谱分析和显示系统的结构如图8所示。其中,MCU通过内嵌模数转换器件(简称ADC)将外部模拟输入量转换为数字量,采样频率设定为 $f_s = 60\text{ kHz}$;并生成SPI数据报文,采用16位数据长度,高4位为异或校验和,低12位为数据,如图9所示;数据报文通过SPI接口发送到FPGA板卡。FPGA板卡上集成系统控制模块、SPI从机与数据缓存模块、FFT与复数求模运算模块和VGA输出模块。其中,系统控制模块用于控制系统以2.5 ms为周期执行数据采集、频谱计算与保存,图10所示;SPI从机模块负责从MCU获取数据报,校验解析后将数据保存到SPI数据缓存RAM内;FFT运算模块负责执行4096点定点FFT;复数求模运算模块通过CORDIC矢量旋转完成频谱幅值计算;VGA输出模块用于将信号频谱进行归一化处理,在 800×600 的液晶屏上加以显示。

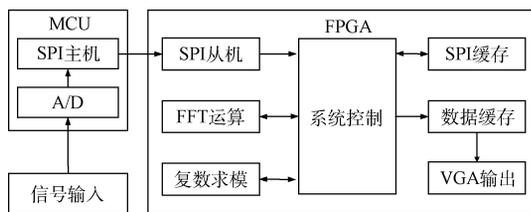


图8 基于FPGA的频谱分析和显示系统的结构



图9 SPI接口数据报文格式

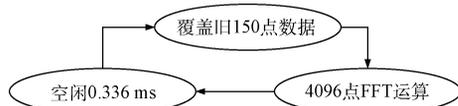


图10 频谱分析系统中控制模块的状态转移图

4 频谱分析系统的仿真与测试

在下面的实验中,对本文提出的频谱分析系统进行仿真测试和实际音频信号输入测试。

建立利用Modelsim进行对该频谱分析系统的仿真测试,测试数据采用60 kHz采样频率采集到的音频信号。利用ROM表存储4 096点测试数据,如图11所示,并发送到频谱分析系统,进行系统功能的仿真与验证;将仿真结果和MATLAB中库函数FFT,进行比较频谱前2 048点数据,如图12所示,验证算法正确性和精度(表2)。

根据Modelsim仿真和MATLAB浮点运算的运算计算观察比较,对于测试信号,本频谱分析系统的绝对误差主要产生于频谱峰值点附近,且远远小于信号频谱上相应频

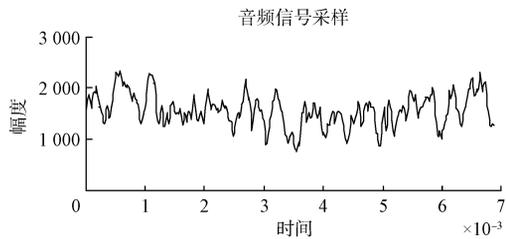


图 11 仿真测试信号

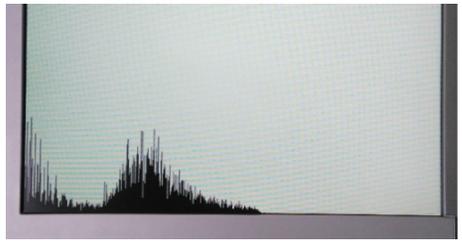


图 14 本频谱分析系统的 VGA 输出显示

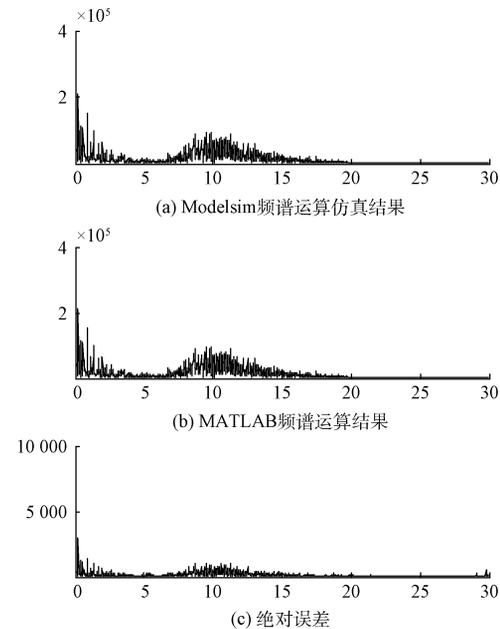


图 12 Modelsim 仿真结果与 MATLAB 运算结果比较

率对应的幅值。计算频谱相对误差的均值如下：

$$R_{ERR} = \frac{1}{N} \sum_i \frac{|P_{modelsim}^i - P_{MATLAB}^i|}{P_{MATLAB}^i} = 4.11\%$$

当采用 60 kHz 采样频率时,本系统可以辨识的频率范围是 14.65 Hz~30 kHz,能够达到的最小频率间隔为 14.65 Hz。利用本系统,可以对多类信号进行采样与频谱分析。针对音频信号采样结果用 MATLAB 计算频谱,如图 13 所示,并利用本频谱分析系统在 VGA 液晶屏上进行显示,如图 14 所示,通过观察比较,本频谱分析仪具有较好的实用性。

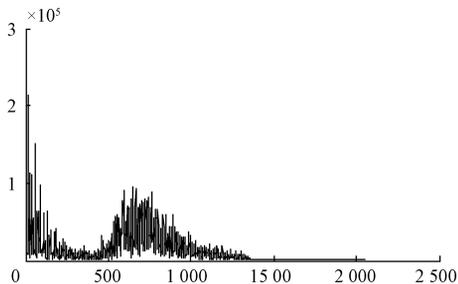


图 13 实际音频信号的频谱 (MATLAB 计算)

5 结 论

本文对基于 FPGA 实现信号频谱分析系统实现进行了详细的介绍,设计并完成了硬件系统。根据仿真测试与音频信号的频谱计算结果分析,本文提出的系统是可行的。对比传统采用 DSP 或 MCU 进行频谱分析方案,本文提出的系统,有结构简单、可定制性强、运算快等优点。

参 考 文 献

- [1] SAENZ S J, CISNEROS S O, DOMINGUEZ J R. FPGA design and implementation of radix-2 Fast Fourier Transform algorithm with 16 and 32 points[C]. 2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), IEEE, 2015: 1-6.
- [2] 袁先举,卢艳娥. 基于 FFT/IFFT 的弱信号捕获方法研究[J]. 电子设计工程,2016(5):126-129.
- [3] 闫斌. 基于 FFT 谱分析测频算法的 FPGA 实现[J]. 科技创新与应用,2013(35):39-40.
- [4] MEHER P K, VALLS J, JUANG T B, et al. 50 years of CORDIC: Algorithms, architectures, and applications[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2009, 56(9): 1893-1907.
- [5] 刘春雅,冯向莉. 基于 CORDIC 算法的数控振荡器及其 FPGA 实现[J]. 自动化与仪器仪表,2015(8): 131-133.
- [6] 马超. 基于 CORDIC 的 FFT 处理器设计[J]. 信息技术,2015(7):205-207.
- [7] 姚君. 基于状态机方法的 CAN 总线通信的 FPGA 实现[J]. 国外电子测量技术,2015,34(3):64-68.
- [8] 冯胜民,陈娟花,王国林等. 基于 FPGA 的 IRIG-B 码产生器设计与实现[J]. 电子测量技术,2015,38(5): 67-71.
- [9] 王爽,胡冬旭. 基于 FPGA 的分布式测控装置设计与应用[J]. 国外电子测量技术,2015,34(10):11-13.
- [10] 沈艳芳,陈丽花,陈星. 基于 FPGA 的全相位 FFT 高精度相位测量[J]. 电子测量技术,2011,34(8): 52-55.

- [11] MUKHERJEE A, SINHA A, CHOUDHURY D. A novel architecture of area efficient FFT algorithm for FPGA implementation [J]. arXiv preprint arXiv: 1502.07055, 2015.
- [12] YASODAI A, RAMPRASAD A V. Noise degradation system using Wiener filter and CORDIC based FFT/IFFT processor [J]. Journal of Central South University, 2015, 22(10): 3849-3859.
- [13] 王玉华, 温浩, 任宏亮, 等. 基于CORDIC的基4-IFFT/FFT算法的硬件实现[J]. 杭州电子科技大学学报, 2013, 33(5): 150-153.
- [14] 杜兆胜. 基于FPGA的FFT处理器设计与实现[J]. 信息通信, 2016(3): 100-101.
- [15] WANG M, WANG F, WEI S, et al. A pipelined area-efficient and high-speed reconfigurable processor for floating-point FFT/IFFT and DCT/IDCT computations [J]. Microelectronics Journal, 2016, 47(C): 19-30.
- [16] ADIONO T, TIMOTHY V, AHMADI N, et al. CORDIC and Taylor based FPGA music synthesizer [C]. TENCON 2015-2015 IEEE Region 10 Conference. IEEE, 2015: 1-6.

作者简介

陈旭东, 1994年出生, 本科生, 主要研究方向为微电子学与固体电子学、芯片设计和系统集成。

E-mail: chenxudong0318@gmail.com

陈章进, 1968年出生, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为微电子及集成电路设计、多媒体支持下的高清晰度显示。

E-mail: zjchen@staff.shu.edu.cn

(上接第108页)

- [7] 李树彪, 韩敬伟. 基于多任务的智能测量仪器嵌入式软件设计[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(12): 1-7.
- [8] 何道刚, 王跃明. 串行EEPROM DS2431的特性及其在智能ODN中的应用[J]. 电子技术设计与应用, 2015, 4(8): 32-36.
- [9] 蒋萍花, 张楠. 数据采集系统串口通信的设计与实现[J]. 电子测量技术, 2015, 38(6): 139-142.
- [10] 黄飞龙, 黄宏智, 何艳丽. 两波段太阳紫外线探测系统[J]. 气象科技, 2011, 39(3): 356-359.
- [11] 郑有飞, 尹继福, 吴荣军, 等. 热气候指数在人体舒适度预报中的适用性[J]. 应用气象学报, 2010, 21(6): 709-714.

作者简介

黄宏智, 1982年出生, 工程师, 硕士研究生, 主要研究方向为气象装备研发及保障。

E-mail: 645763188@qq.com