

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2106251

## 矢量磁力计阵列校正方法

刘 涵<sup>1,2,3</sup> 张晓娟<sup>1,2</sup> 郑鑫鑫<sup>1,2,3</sup>(1. 中国科学院 空天信息创新研究院 北京 100190; 2. 中国科学院 磁辐射与探测技术重点实验室 北京 100190;  
3. 中国科学院大学 北京 100049)

**摘 要:** 针对传统校正方法在非均匀背景场中会面临校正性能降低,甚至完全失效的问题,设计了一种新的非均匀背景场中的矢量磁力计阵列校正方法,依据空间中一点的张量不变量的旋转不变特性,建立新的误差校正模型,并采用数值方法估计系统的校正参数。经过仿真与野外实测的双重测试,在多种背景场下,这种经过基于张量不变量的校正(TI)方法校正后的磁梯度张量矩阵的缩并  $C_T$  近似为一个常数,与理论分析保持一致,表明 TI 校正算法在不同的背景场下都有满意的校正性能。结果表明此校正方法不仅可以应用于非均匀场中,同样也可以用于均匀场环境下,相较于传统方法实时性强,校正效果好。

**关键词:** 矢量磁力计阵列;校正算法;非均匀背景磁场;张量不变量;数值方法估计

**中图分类号:** TN98    **文献标识码:** A    **国家标准学科分类代码:** 510.4030

## Calibration method of vector magnetometer array

Liu Han<sup>1,2,3</sup> Zhang Xiaojuan<sup>1,2</sup> Zheng Yaixin<sup>1,2,3</sup>(1. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;  
2. Key Laboratory of Electronic Radiation and Sensing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;  
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** In order to address the problem that the traditional calibration method will face degraded calibration performance or even complete failure in non-uniform background fields, this paper designs a new calibration method for vector magnetometer arrays in non-uniform background fields, establishes a new error correction model based on the rotationally invariant property of the tensor invariant at a point in space, and uses a numerical method to estimate the calibration parameters of the system. After simulations and field tests, the scaling of the magnetic gradient tensor matrix corrected by this tensor-invariant-based correction (TI) method is approximated to be a constant under various background fields, which is consistent with the theoretical analysis, indicating that the TI correction algorithm has satisfactory correction performance under different background fields. The results show that this correction method can be applied not only in non-uniform fields but also in uniform field environments, with better real-time performance and better correction effect than the conventional method.

**Keywords:** vector magnetometer array; correction algorithm; non-uniform background magnetic field; tensor invariance; numerical method estimation

## 0 引 言

矢量磁力计阵列系统的校正对提高系统磁测精度和探测能力有深远的影响。标量磁力计的测量精度比矢量磁力计的测量精度高,一般不需要校正工作。而对于矢量磁力计,校正工作是必不可少的。矢量磁力计的测量误差来源主要是三轴非正交误差、三轴尺度因子误差、零偏误差等<sup>[1-5]</sup>。对于阵列系统,磁测系统平台引起的软铁和硬铁误

差,及磁力计安装位置偏差引起的失配误差等都会限制其测量精度,恶化系统的探测性能<sup>[6-12]</sup>。传统的矢量磁力计阵列校正方法都是基于均匀背景磁场的假设,建立系统校正模型,确定校正系数矩阵。然而,在实际工程应用中,均匀背景磁场的假设很难满足,工业和生活干扰场源随处可见,如电力、地下管道、交通和建筑等。此时,传统的校正方法的校正精度下降,甚至可能完全失效。由此,基于非均匀背景磁场中的阵列校正方法不仅能提升系统的校正精度,

收稿日期:2021-03-31

且其工程应用价值更高。本文主要研究了非均匀背景磁场中的矢量磁力计阵列校正方法,通过分析矢量磁力计阵列的误差来源与建立误差模型,提出了非均匀背景场中的矢量磁力计阵列校正算法理论和处理流程。在仿真实验和野外测试中,本文提出的非均匀背景场中的系统校正算法得到验证,结果表明校正后,磁力计阵列系统的测量精度提高,阵列系统的探测性得到提升。

## 1 矢量磁力计阵列误差来源与建模

矢量磁力计阵列的测量误差按照其来源可以分为 3 类:1)单个矢量磁力计的测量误差;2)磁干扰场;3)磁力计间的失配误差<sup>[13-15]</sup>。其中,单个矢量测力计的测量误差主要指三轴尺度因子误差、三轴非正交误差、零偏因子误差<sup>[1-5]</sup>。磁干扰场包括软铁误差和硬铁误差两类。

### 1.1 单个矢量磁力计的测量误差

#### 1) 三轴尺度因子误差

尺度因子是指磁场传感器的电压信号和磁场值的转换系数<sup>k<sup>[16]</sup></sup>。矢量传感器能够测量空间中一点的矢量磁场  $\mathbf{B}$ ,磁传感器包括 3 个相互垂直的磁测元件,分别测量磁场矢量的 3 分量  $B_x$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  对应 3 个电/磁转换系数。因此,矢量磁场传感器的尺度因子是由 3 个电磁转换系数组成的  $3 \times 3$  的对角矩阵。然而,由于传感器中调理电路很难保持完全一致,且受传感器的工作环境温度和湿度等影响,导致 3 个尺度因子不一致且实际的尺度因子可能与传感器标称的尺度因子不一致,产生测量误差<sup>[10,15-16]</sup>。

矢量磁场传感器的尺度因子误差用一个三阶对角矩阵  $\mathbf{M}_f$  表征:

$$\mathbf{M}_f = \begin{bmatrix} (1 + s_{fx}) & & \\ & (1 + s_{fy}) & \\ & & (1 + s_{fz}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $s_{fx}$ 、 $s_{fy}$ 、 $s_{fz}$  分别代表矢量磁力计的三轴电磁转换系数误差。仅考虑三轴尺度因子误差时,矢量磁力计的测量模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_f \mathbf{B}_t \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{B}_t$  表示真实的磁场矢量,  $\mathbf{B}_m$  表示测力计的测量结果,  $\mathbf{M}_f$  为三轴尺度因子误差。

#### 2) 三轴非正交误差

单个矢量磁力计包含 3 个相互垂直的磁测单元,测量空间中一点的矢量磁场。但是,受加工工艺水平的限制,磁力计的 3 个磁测单元的位置并非理想的垂直关系,导致了非正交误差<sup>[10,15]</sup>。

三轴非正交误差大小与矢量磁力计的 3 个磁测单元的位置有关。3 个磁测单元的实际安装角度如图 1 中  $o-xyz$  坐标系,标准的垂直关系如图中虚线所示的直角坐标系。真实位置与标准直角坐标系统的夹角分别标记为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 。

仅考虑三轴非正交误差的情形下,  $\mathbf{B}_t$  表示在理想的正

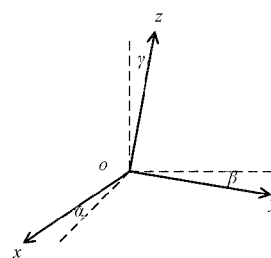


图 1 三轴非正交误差

交坐标系下磁场的理论值,  $\mathbf{B}_m$  表示单个矢量磁力计的测量结果,则:

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \mathbf{B}_t = \mathbf{M}_o \mathbf{B}_t \quad (3)$$

因此,传感器的非正交误差可以用一个三阶矩阵  $\mathbf{M}_o$  表征,此时,综合三轴尺度因子误差和非正交误差,磁力计的输出误差模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_o \mathbf{M}_f \mathbf{B}_t \quad (4)$$

#### 3) 零偏因子误差

零偏因子误差是指矢量磁力计处在零磁场环境时的非零输出结果<sup>[2]</sup>。由于磁力计内部有大量的有源电路和电子器件,均会产生噪声信号,使得磁力计处在零磁场环境时其输出结果非 0,从而造成零偏误差<sup>[2,9,12]</sup>。实际测试中,传感器的零偏因子误差不是一个固定的值,零偏误差大小与传感器的工作环境,使用寿命等相关<sup>[16]</sup>。

零偏因子误差可以用一个  $3 \times 1$  的向量  $\mathbf{b}$  表征,表现为一个加性误差。此时,综合上述 3 种测量误差,单个磁力计的输出误差模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_o \mathbf{M}_f (\mathbf{B}_t + \mathbf{b}) \quad (5)$$

### 1.2 磁干扰场误差

磁干扰场误差与阵列系统中的支撑平台相关,根据误差来源可以分为软铁误差和硬铁误差两类<sup>[4]</sup>。

#### 1) 软铁误差

磁力计阵列系统中存在一些由铁磁性材料制造的支撑结构或保护装置,整个系统很难保证完全无磁。因此,在外界地磁场环境下,磁测阵列系统中一些软磁性材料会产生一个感应磁场,即,软铁误差<sup>[2]</sup>。软铁误差的大小与阵列系统所处的磁场的大小和方向有关。

假设软铁误差的大小与外界磁场之间满足线性响应,不考虑磁滞等效效应,软铁误差系数矩阵  $\mathbf{M}_s$ <sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

软铁误差系数矩阵元素  $\alpha_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) 表示  $j$  方向的外界磁场引起的  $i$  方向上的感应磁场之间的转换系数。

此时,综合上述 4 种测量误差,磁力计测量结果的误差模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_s \mathbf{M}_o \mathbf{M}_f (\mathbf{B}_t + \mathbf{b}) \quad (7)$$

### 2) 硬铁误差

硬铁误差与软铁误差类似,与系统中的铁磁性材料有关。一般地,铁磁性材料具有剩磁特性,会产生一个恒定磁场,造成硬铁误差<sup>[2]</sup>。

硬铁误差的大小与外界磁场无关,用一个 $3 \times 1$ 的向量 $\mathbf{h}$ 估计硬铁误差对测量结果的影响。此时,磁力计的输出误差模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{M}_s \mathbf{M}_o \mathbf{M}_f (\mathbf{B}_t + \mathbf{b}) + \mathbf{h} \quad (8)$$

### 1.3 失配误差

失配误差是由于机械安装工艺的限制,多个传感器的相对位置偏差,导致磁力计阵列的测量误差<sup>[4]</sup>。在理想的阵列系统集成中,单个磁力计内的三轴坐标系与阵列系统的轴线完美对齐。但在实际安装中,简单的机械固定很难实现确保阵列中每一个磁力计的磁测单元坐标系与阵列坐标系保持一致,使得磁力计阵列测量结果(梯度磁场)存在失配误差。

失配误差的大小却决于传感器间的相对位置,可以用一个旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 表征。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_x & \epsilon_y \\ \epsilon_x & 1 & -\epsilon_z \\ -\epsilon_x & \epsilon_z & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\mathbf{R}$ 矩阵中3个独立元素 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 分别表示单个磁力计内坐标系与阵列系统坐标系间的旋转参数<sup>[2,4]</sup>。

综合上述所有测量误差,磁力计的输出误差模型为:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{R} \mathbf{M}_s \mathbf{M}_o \mathbf{M}_f (\mathbf{B}_t + \mathbf{b}) + \mathbf{h} \quad (10)$$

下面以英国 bartington 公司生产的 Mag03MS 矢量磁力计为例,评估3类测量误差对磁力计的测量结果的影响。Mag03MS 的误差参数如表1所示。

表1 Mag03MS 磁通门传感器误差参数

误差类型	参数
三轴尺度因子误差	$< \pm 0.5\%$
三轴非正交误差	$< 0.1^\circ$
零偏因子误差	$\pm 5 \text{ nT}$

建立直角坐标系, $x$ 轴指向正东方向, $y$ 轴指向正北方向, $z$ 轴指向正上。Mag03MS 置于均匀的地磁场环境中,地磁场3分量分别为: $\mathbf{B}_x = 27\ 395.351 \text{ nT}$ , $\mathbf{B}_y = -2\ 396.783 \text{ nT}$ , $\mathbf{B}_z = 47\ 631.397 \text{ nT}$ 。以 $x$ 方向的测量结果评估如下3类误差对磁传感器测量精度的影响。

依据表1中 Mag03MS 的误差参数范围,按照最大误差值模拟三轴尺度因子误差、三轴非正交误差、零偏因子误差。根据误差模型(5),磁力计 $x$ 轴方向的测量结果 $\mathbf{B}_{mx} = 27\ 449.525 \text{ nT}$ ,测量误差为 $54.471 \text{ nT}$ 。

对于磁干扰场误差,通过采用铝制或塑料材质的产品替代铁磁性材料,尽可能地降低磁干扰场对磁力计的测量

结果的影响。此时,软铁和硬铁误差的影响可以忽略<sup>[10]</sup>。

对于磁力计间的失配误差,由于机械加工工艺精度的限制,磁力计安装过程中的径向和垂直方向的角度偏差约为 $1^\circ \sim 2^\circ$ 。按照最大偏差 $2^\circ$ ,磁力计 $x$ 轴方向的测量结果 $\mathbf{B}_{mx} = 25\ 616.080 \text{ nT}$ ,测量误差为 $-1\ 779.274 \text{ nT}$ 。

上述分析了不同类型的测量误差对磁力计的测量精度的量化影响,一方面说明未经校正的磁力计阵列系统测量误差可以达到几千nT,另一方面,由磁力计间的失配引起的测量误差占比97.03%,其他的误差占比为2.97%。显然,磁力计间的失配误差对阵列系统的测量结果的影响最大。

## 2 非均匀背景场中阵列校正方法

传统的矢量磁力计校正方法一般都是基于均匀背景磁场的假设条件,简化了实际测试场景中背景磁场的空间非均匀性和时间不稳定性。磁力计阵列在野外环境中,地磁场的日变、周边的输电线、交通工具及地下未知铁磁性目标等,导致背景场是一个复杂的非均匀磁场,传统的校正方法在非均匀背景场中会面临校正性能降低,甚至完全失效的问题。本节提出了一种新的非均匀背景场中的矢量磁力计阵列校正方法,依据空间中一点的张量不变量 $l_1$ 的旋转不变特性,建立新的误差校正模型,并采用数值方法估计系统的校正参数<sup>[9]</sup>。

### 2.1 磁力计阵列的校正模型

综合考虑三轴尺度因子误差、非正交误差、零偏误差、软铁和硬铁误差,建立单个矢量磁力计的综合校正模型:

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{P} \mathbf{B}_m + \mathbf{q} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{B}_t$ 和 $\mathbf{B}_m$ 分别表示真实磁场矢量和磁力计的实际测量结果, $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{q}$ 表征磁力计的综合校正系数:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{M}_s \mathbf{M}_f \mathbf{M}_o)^{-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{q} = -(\mathbf{M}_s \mathbf{M}_f \mathbf{M}_o)^{-1} \mathbf{b} - \mathbf{h}$$

对于十字形磁力计阵列系统,利用两个位置间隔较近的磁力计的差分场可以近似空间的磁梯度场。建立直角坐标系东北天 $o-xyz$ ,如图2所示。4个矢量磁力计阵列固定在十字形铝制支撑结构,基线距离为 $d$ 。磁力计阵列系统的测量结果是6个磁梯度张量元素 $\mathbf{B}_{xx}, \mathbf{B}_{yy}, \mathbf{B}_{zz}, \mathbf{B}_{xy}, \mathbf{B}_{yz}, \mathbf{B}_{zx}$ 。

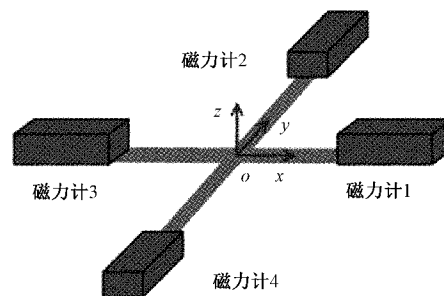


图2 十字形矢量磁力计阵列

按逆时针方向将4个矢量磁场传感器标记为 Mag1, Mag2, Mag3, Mag4, 其测量结果记为  $\mathbf{B}_{m_i}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 校正后的结果记为  $\mathbf{B}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )。

考虑阵列系统中磁力计间的失配误差后,  $x$  方向磁梯度场的校正模型:

$$\mathbf{gradB}_x = (\mathbf{B}_{i1} - \mathbf{R}_{13}\mathbf{B}_{i3})/d \approx (\mathbf{B}_{m1} - \mathbf{R}_{13}(\mathbf{PB}_{m3} + \mathbf{q}))/d = (\mathbf{B}_{m1} - \mathbf{T}_{13}\mathbf{B}_{m3} - \mathbf{E}_{13})/d \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{gradB}_x = [\mathbf{B}_{xx} \ \mathbf{B}_{yy} \ \mathbf{B}_{zz}]$ ,  $\mathbf{R}_{13}$  表示 Mag1 和 Mag3 之间的相对位置引起的失配误差。

同理,  $y$  方向磁梯度场的校正模型:

$$\mathbf{gradB}_y = (\mathbf{B}_{i2} - \mathbf{R}_{24}\mathbf{B}_{i4})/d \approx (\mathbf{B}_{m2} - \mathbf{R}_{24}(\mathbf{PB}_{m4} + \mathbf{q}))/d = (\mathbf{B}_{m2} - \mathbf{T}_{24}\mathbf{B}_{m4} - \mathbf{E}_{24})/d \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{gradB}_x = [\mathbf{B}_{xx} \ \mathbf{B}_{yy} \ \mathbf{B}_{zz}]$ ,  $\mathbf{R}_{24}$  表示 Mag2 和 Mag4 之间的相对位置引起的失配误差。

根据式(13)和(14), 十字形磁力计阵列系统的校正模型可以通过校正系数矩阵  $\mathbf{T}_{13}^{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{T}_{24}^{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{E}_{13}^{3 \times 1}$ ,  $\mathbf{E}_{24}^{3 \times 1}$  表征。

## 2.2 基于张量不变量的校正方法

传统的校正方法是基于均匀背景磁场的假设, 空间中任一点处的磁梯度场均为0, 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{m1} &= \mathbf{T}_{13}\mathbf{B}_{m3} + \mathbf{E}_{13} \\ \mathbf{B}_{m2} &= \mathbf{T}_{24}\mathbf{B}_{m4} + \mathbf{E}_{24} \end{aligned} \quad (15)$$

这里, 假设 Mag1 和 Mag2 是一个标准的磁力计, 作为参考磁力计。校正系数  $\mathbf{T}_{13}^{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{T}_{24}^{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{E}_{13}^{3 \times 1}$ ,  $\mathbf{E}_{24}^{3 \times 1}$  在式(15)中均为线性的, 通过最小二乘方法可以求解系统的校正参数, 实现阵列校正。

实际应用场景中, 由于阵列系统的测试背景场不是理想的实验环境, 复杂的地磁变化, 周边的铁磁性物品产生的磁异常等, 使得磁力计阵列通常工作在一个非均匀磁场环境中。非均匀背景场中磁梯度场不为0, 传统的校正方法失效。在直角坐标系中, 磁场矢量  $\mathbf{B}$  的梯度场是一个二阶张量  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{B}_x}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{B}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{B}_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{xx} & \mathbf{B}_{xy} & \mathbf{B}_{xz} \\ \mathbf{B}_{yx} & \mathbf{B}_{yy} & \mathbf{B}_{yz} \\ \mathbf{B}_{zx} & \mathbf{B}_{zy} & \mathbf{B}_{zz} \end{bmatrix} \quad (16)$$

磁梯度张量矩阵  $\mathbf{G}$  是一个对称矩阵, 且满足矩阵的迹为0, 所以, 磁梯度张量元素只有5个是独立的, 包括2个对角元素和3个非对角元素。由张量元素得到3个旋转不变量:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_0 &= \mathbf{B}_{xx} + \mathbf{B}_{yy} + \mathbf{B}_{zz} = 0 \\ \mathbf{I}_1 &= \mathbf{B}_{xx}\mathbf{B}_{yy} + \mathbf{B}_{yy}\mathbf{B}_{zz} + \mathbf{B}_{zz}\mathbf{B}_{xx} - \mathbf{B}_{xy}^2 - \mathbf{B}_{yz}^2 - \mathbf{B}_{zx}^2 \\ \mathbf{I}_2 &= \det(\mathbf{G}) = \mathbf{B}_{xx}\mathbf{B}_{yy}\mathbf{B}_{zz} - \mathbf{B}_{yx}\mathbf{B}_{yz}^2 - \mathbf{B}_{zz}\mathbf{B}_{xy}^2 - \mathbf{B}_{yy}\mathbf{B}_{zx}^2 \\ &+ 2\mathbf{B}_{xy}\mathbf{B}_{yz}\mathbf{B}_{zx} \end{aligned} \quad (17)$$

此外,  $\mathbf{G}$  矩阵的缩并  $\mathbf{C}_T$  也是一个旋转不变量, 且满足:

$$\mathbf{C}_T = \sqrt{\sum_{i,j=x,y,z} \mathbf{B}_{ij}^2} = \sqrt{-2\mathbf{I}_1} \quad (18)$$

在均匀磁场中, 所有的旋转不变量及矩阵的缩并均为0。在非均匀磁场中, 除了旋转不变量  $\mathbf{I}_0$  之外, 当磁力计阵列绕系统的中心点旋转时,  $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{C}_T$  始终为一个不为0的常数。

因此, 在非均匀磁场中, 校正后的张量不变量  $\mathbf{I}_1$  满足:

$$\mathbf{I}_1 = f(\mathbf{B}_{xx}, \mathbf{B}_{yy}, \mathbf{B}_{xy}, \mathbf{B}_{yz}, \mathbf{B}_{zx}) = f(\mathbf{T}_{13}, \mathbf{E}_{13}, \mathbf{T}_{24}, \mathbf{E}_{24}) = c \quad (19)$$

当磁力计阵列绕系统中心任意旋转过程中,  $\mathbf{I}_1$  不随阵列姿态变化而改变, 是一个常数。因此, 校正参数需满足旋转过程中所有采样点残差最小化, 可以建立目标函数,  $i$  表示一个采样点, 旋转过程中共  $N$  个采样点:

$$\min \sum_{i=1}^N |f_i(\mathbf{T}_{13}, \mathbf{E}_{13}, \mathbf{T}_{24}, \mathbf{E}_{24}) - c|^2 \quad (20)$$

其中, 系统的校正系数矩阵和常数  $c$  共25个未知参数, 因此需要确保系统旋转过程中采样点个数  $N > 25$ 。基于式(20)目标函数, 采用非线性优化的数值算法列文伯格—马夸特, 估计所有的未知参数, 实现系统校正。

值得强调的是, 基于张量不变量的校正方法是一种通用校正方法,  $c \neq 0$  时, 背景场是一个非均匀磁场环境,  $c = 0$  时, 背景场是一个均匀磁场环境。

## 3 仿真测试

图3所示为仿真测试的场景, 十字形磁力计阵列系统处在非均匀的背景磁场中。建立直角坐标系,  $x$  轴指向正东方向,  $y$  轴指向北方向,  $z$  轴指向正上方向。仿真背景磁场包括两部分: 1) 是均匀的地磁场环境, 地磁场的模值55 000 nT, 地磁倾角  $60^\circ$ , 地磁偏角  $5^\circ$ ; 2) 是一个位于(4.4, 1.5, 2.2) m处的磁偶极子, 磁矩为(106, 128, 163)  $\text{Am}^2$ , 产生磁异常场。十字形矢量磁力计阵列的中心位于(0, 0, 0) m, 阵列基线距离  $d = 0.5$  m。图中磁图的单位 nT。

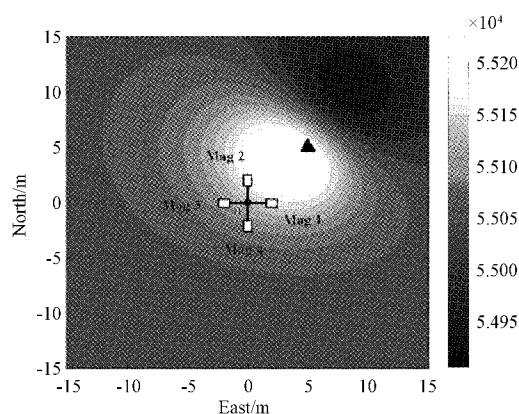


图3 仿真测试场景

按照表2在仿真测试中模拟磁测阵列误差, 包括三轴尺度因子误差、非正交误差、零偏因子误差、软铁和硬铁误差及磁力计间的失配。此外, 磁力计阵列的测量结果添加了均值为0 nT, 均方根为0.1 nT的高斯随机噪声。

表 2 仿真测试中 6 种测量误差系数矩阵

测量误差	系数矩阵
尺度因子误差	均匀分布 $[-0.5\% \ 0.5\%]$
非正交误差	均匀分布 $[-0.1^\circ \ 0.1^\circ]$
零偏误差/nT	均匀分布 $[-5 \ 5]$
硬铁误差/nT	均匀分布 $[-15 \ 15]$
软铁误差	均匀分布 $[-0.5\% \ 0.5\%]$
失配误差	均匀分布 $[-2^\circ \ 2^\circ]$

磁力计阵列绕系统中心,沿  $-x$  轴,  $-y$  轴,  $-z$  轴分别旋转一周,完成校正操作,如图 4 所示。

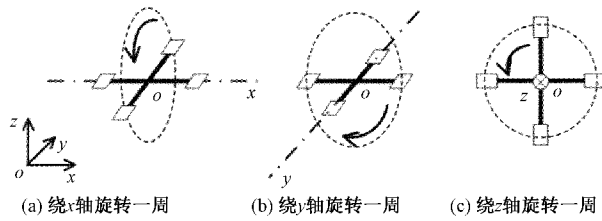
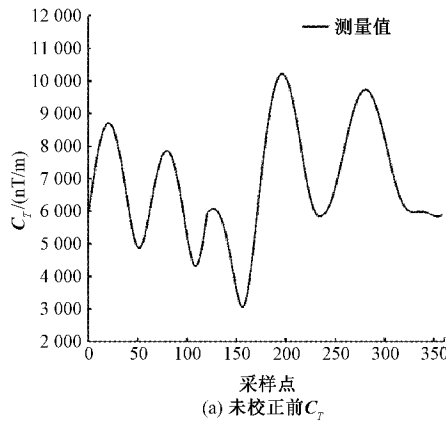


图 4 校正操作

分别采用传统的基于均匀背景磁场的校正方法 (vector magnetic field, VMF)<sup>[4]</sup> 和本章提出的非均匀背景磁场校正方法基于张量不变量  $I_1$  的校正 (tensor invariant, TI)<sup>[9]</sup> 处理同一实验数据,分析两种算法在非均匀背景磁场中的校正性能。式(18)中,张量不变量  $I_1$  和磁



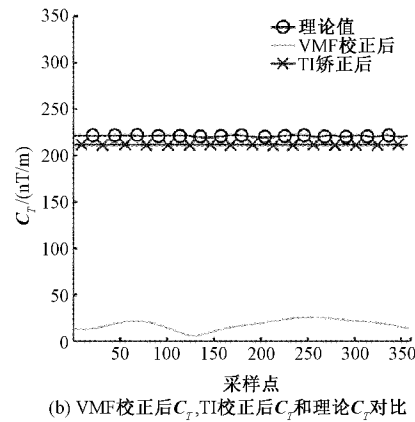
(a) 未校正前  $C_T$

梯度张量矩阵的缩并  $C_T$  满足平方关系,单位是 nT/m,和梯度磁场单位一致,更加便于对比和分析,这里用张量矩阵的缩并  $C_T$  评估算法的校正效果。

图 5(a)是磁力计阵列系统在旋转过程中未经校正的  $C_T$  曲线,显然由于多种测量误差的影响,  $C_T$  不是一个理论的常数,而是一个随阵列姿态变化的值,其波动范围从 3 158.534~10 304.565 nT/m,均方根误差为 1 701.194 nT/m,与理论结果相悖。

图 5(b)中带圆圈曲线为系统旋转过程中的  $C_T$  的理论计算结果。值得注意的是,即使没有任何测量误差,  $C_T$  的理论曲线不是一个标准的常数,  $C_T$  理论曲线的均值为 221.025 nT/m,均方根误差为 0.719 nT/m。  $C_T$  理论曲线存在幅度很小的波动,引起波动的原因是由于空间中的磁梯度场采用一阶差分磁场近似,导致了截断误差。理论曲线与图 5(a)中实际测量的  $C_T$  相比,说明磁测误差会严重恶化系统的测量精度。

图 5(b)中浅色曲线表示采用传统的校正方法(VMF)后校正的  $C_T$ ,校正后的  $C_T$  仍表现为一个变化的值,且由于传统的校正方法是基于均匀磁场的假设,校正后的  $C_T$  有接近于 0 的趋势。图 5(b)中带叉曲线是采用基于张量不变量的校正方法(TI)校正后的  $C_T$ ,校正后  $C_T$  波动范围明显减小,均方根误差为 0.383 nT/m,近似是一个常数。校正后  $C_T$  的均值为 206.814 nT/m,与理论计算  $C_T$  的均值误差小于 10%。



(b) VMF校正后  $C_T$ , TI校正后  $C_T$  和理论  $C_T$  对比

图 5 仿真实验结果

表 3 对比了两种校正方法的校正前后的  $C_T$  均方根误差,表明 TI 校正后磁力计阵列误差明显降低,验证了基于张量不变量校正方法的有效性。

表 3 校正前后  $C_T$  的统计特性

统计特性	理论 $C_T$	测量 $C_T$	TI 校正 $C_T$	VMF 校正 $C_T$
均值	221.025	6 850.800	206.814	17.875
均方根	0.719	1 701.194	0.383	5.338

表 4 对比了两种校正方法估计的系统校正参数及预

设的校正参数,并计算估计结果和真实结果的 L2 范数偏差。基于均匀背景场假设的校正方法 VMF 确定的校正系数矩阵与真实的校正参数误差最大可达 40 993.940 nT,表明传统的校正方法在非均匀的背景场中已经完全失效。相比之下,基于张量不变量的校正方法 TI 得到的校正系数矩阵与理论的校正系数保持一致,校正系数矩阵  $T_{13}$  和  $T_{21}$  的计算误差低于 0.1%,  $E_{13}$  和  $E_{21}$  的计算误差分别为 32.374 nT 和 22.044 5 nT,进一步验证了在非均匀背景磁场中 TI 校正方法的有效性。

此外,模拟均匀磁场环境,验证 TI 校正算法在在均匀的背景磁场中的校正效果。更改仿真测试中背景磁场设

表 4 TI 和 VMF 校正系数矩阵和误差

矩阵名称	理论校正系数	TI 校正系数矩阵	TI 校正残差	VMF 校正系数矩阵	VMF 校正残差
$T_{13}$	$\begin{bmatrix} 0.999\ 1 & 0.026\ 2 & 0.031\ 4 \\ -0.025\ 7 & 0.999\ 8 & -0.015\ 7 \\ -0.031\ 8 & 0.014\ 9 & 0.998\ 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.999\ 1 & 0.025\ 1 & 0.031\ 6 \\ -0.026\ 1 & 0.999\ 8 & -0.015\ 5 \\ -0.031\ 7 & 0.014\ 8 & 0.998\ 5 \end{bmatrix}$	0.000 8	$\begin{bmatrix} 9.005\ 0 & 5.909\ 6 & -5.762\ 3 \\ -6.236\ 0 & -3.641\ 8 & 4.496\ 9 \\ 3.736\ 6 & 2.731\ 0 & -1.651\ 1 \end{bmatrix}$	15.535 0
$E_{13}$	$\begin{bmatrix} 13.37 \\ 15.96 \\ -24.81 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 44.45 \\ 9.14 \\ -30.80 \end{bmatrix}$	32.374 0	$\begin{bmatrix} -30\ 289 \\ 23\ 770 \\ -14\ 095 \end{bmatrix}$	40 993.940 0
$T_{24}$	$\begin{bmatrix} 0.998\ 8 & 0.031\ 4 & -0.012\ 2 \\ -0.031\ 1 & 1.000\ 0 & 0.022\ 7 \\ 0.012\ 9 & -0.022\ 3 & 0.999\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.998\ 3 & 0.031\ 3 & -0.012\ 3 \\ -0.031\ 1 & 0.999\ 9 & 0.023\ 2 \\ 0.012\ 7 & -0.022\ 8 & 0.998\ 7 \end{bmatrix}$	0.000 9	$\begin{bmatrix} -1.685\ 0 & -1.870\ 5 & 1.829\ 3 \\ 7.436\ 6 & 6.075\ 8 & -5.036\ 2 \\ 3.417\ 8 & 2.374\ 3 & -1.322\ 8 \end{bmatrix}$	12.002 0
$E_{24}$	$\begin{bmatrix} 19.38 \\ 13.96 \\ -14.94 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13.03 \\ 7.20 \\ -34.94 \end{bmatrix}$	22.044 5	$\begin{bmatrix} 9\ 915 \\ -27\ 190 \\ -12\ 641 \end{bmatrix}$	31 582.080 4

置,磁偶极子磁矩为(0,0,0) Am<sup>2</sup>,磁力计阵列处在均匀磁场环境中,其他设置保持不变。在均匀背景磁场中同样执行校正操作。图 6 对比了系统旋转过程中校正前后的 C<sub>T</sub> 曲线。

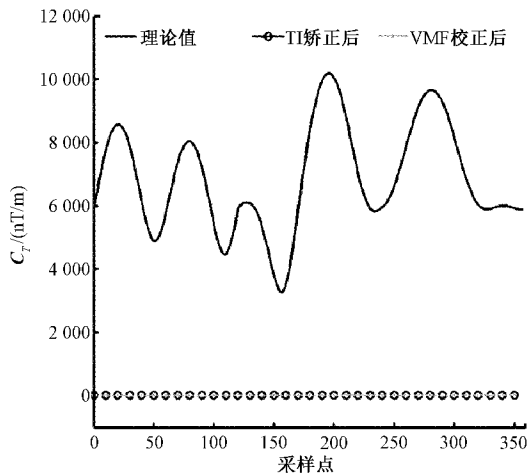


图 6 均匀背景场中阵列校正结果

磁力计阵列旋转过程中,受阵列测量误差的影响,未校正的不变量 C<sub>T</sub> 是一个随姿态变化的量,表现一个大幅波动变化。TI 校正和 VMF 校正后的 C<sub>T</sub> 曲线重合,校正后 C<sub>T</sub> 均为波动幅度很小的常数,且都接近于 0,一方面表明测试背景场是一个均匀磁场,与仿真场景相符,另一方面验证基于张量不变量的校正算法 TI 的校正精度与传统的校正算法 VMF 保持一致,验证了 TI 校正算法在均匀背景磁场下的有效性。由此,基于张量不变量的校正方法是一种通用的磁力计阵列校正算法,能够自适应于复杂的背景磁场,算法的鲁棒性好。

传统的均匀校正算法 VMF 通过最小二乘法直接估计校正系数矩阵,计算速度快,是一种近似实时处理操作。

然而,基于张量不变量的 TI 校正算法采用了列文伯格—马夸特算法估计校正系数矩阵,是一种非线性数值优化算法,计算过程往往需要多次迭代。为了评估 TI 校正算法的计算速度和列文伯格—马夸特算法的收敛性,这里通过更改实验中的磁偶极子参数设置仿真不同背景磁场,磁力计阵列在不同的非均匀背景场中重复执行校正算法,统计满足收敛条件时的算法迭代次数。

图 7 说明了不同的背景场下算法的迭代次数,横轴 C<sub>T</sub> 表征不同的背景磁场,纵轴为算法的迭代次数。

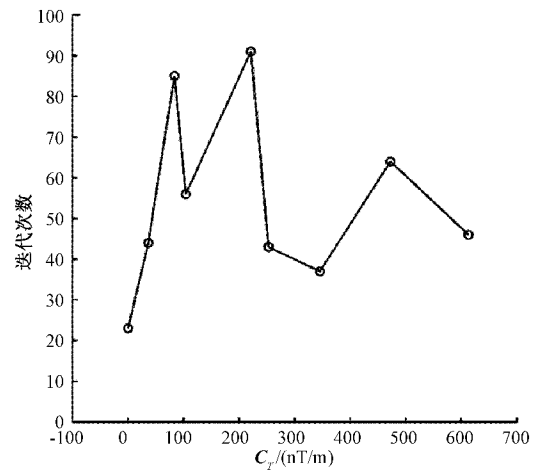


图 7 不同背景场中 TI 校正的迭代次数

从图 7 中可知,在不同的场景中,该 TI 校正算法都有很好的收敛性,迭代次数均小于 100。当 C<sub>T</sub> = 210 nT/m 时,TI 校正算法的所需的迭代次数最大为 91,采用双核 Intel i5,主频为 2.4 GHz 的笔记本,MATLAB 编写的校正程序耗时 0.132 s。与实时均匀校正算法 VMF 相比,TI 校正算法的计算速度较慢,但 0.132 s 的校正时间仍是令人满意的结果。

### 4 野外测试

项目组在北京市昌平地区开展野外校正测试,验证本文提出的非均匀背景场中的磁力计阵列校正算法性能。测试环境是一个非均匀背景磁场,附近有大型通电线圈、车辆、电缆、地下管道等。图 8 所示为校正实验中的磁通门阵列系统,其中黑色的支架是一个小型无磁支撑平台,确保磁力计阵列系统在旋转过程中系统的中心位置保持固定。阵列校正操作与仿真实验中类似,实验人员手持磁测系统,将十字形磁通门阵列系统的中心置于无磁平台,绕阵列的中心旋转一周,完成校正操作。

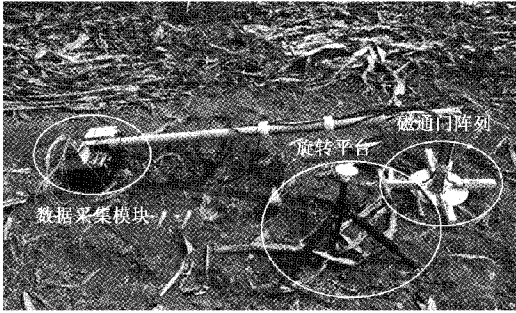
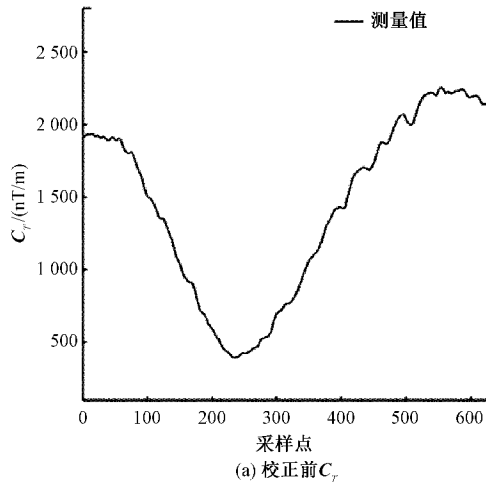


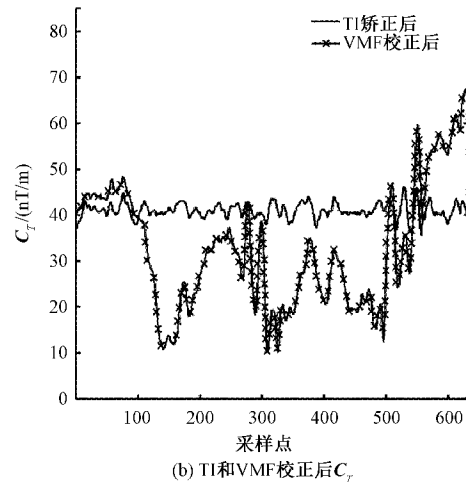
图 8 校正实验中磁通门阵列系统



(a) 校正前  $C_T$

阵列系统旋转过程中,  $C_T$  的测量结果如图 9(a) 所示。与仿真测试结果一致,未经校正的旋转不变量  $C_T$  的测量值不是一个固定的值,随阵列姿态变化波动,  $C_T$  的测量结果的波动范围是 393.174~2 256.741 nT/m。采用两种校正方法:1)是传统的基于均匀场假设的校正方法 VMF; 2)是非均匀场中基于张量不变量的校正方法 TI,分别处理同一实验数据,校正实验结果如图 9(b) 所示。图中带叉曲线为 VMF 校正后  $C_T$  曲线,与仿真实验结果的预期一致,传统的校正方法 VMF 在复杂的非均匀磁场环境中已失效。VMF 校正后的  $C_T$  趋近于 0,且校正后的不变量仍然随着磁力计的姿态信息变化,均方根误差为 13.421 nT/m。图中光滑曲线为 TI 校正后  $C_T$  曲线,校正后的  $C_T$  近似为一个常数,均值为 41.023 nT/m,均方根误差为 1.608 nT/m,均方根误差明显降低表明 TI 校正后阵列的系统噪声减小。此外,校正后  $C_T$  的均值为 41.023 nT/m,预测该测试环境是一个非均匀的背景磁场。

此外,将磁通门阵列系统放在不同的测试地点,重复开展校正实验,验证 TI 校正算法的鲁棒性。表 5 所示为在不同的背景磁场下,基于张量不变量的校正方法前后的均方根误差。与校正前测量结果相比,TI 校正后均方根  $C_T$  明显降低,校正后的  $C_T$  的均方根误差均小于 2 nT/m,



(b) TI和VMF校正后  $C_T$

图 9 磁通门阵列校正结果

表 5 多个测试点处校正前后  $C_T$  的均方根误差

测量点	未校正的均方根误差	TI 校正后均方根误差
Point 1	633.326 0	1.412
Point 2	542.210 0	1.994
Point 3	237.451 1	0.406
Point 4	230.087 0	0.387
Point 5	253.585 0	0.999

表明校正后的  $C_T$  近似为一个常数,与理论分析保持一致,表明 TI 校正算法在不同的背景场下都有满意的校正性

能,算法鲁棒性好。

完成校正实验后,通过探测实验进一步说明校正操作对磁力计阵列系统探测能力的影响。一个直径 18 cm,高 30 cm 的钢管预先埋在测试场点,如图 10 所示。实验人员手持磁通门阵列系统沿南北方向走一条 5 m 长的侧线。利用前文中的校正系数矩阵完成磁测数据校正,校正前后沿侧线的  $C_T$  值如图 11 所示。

图 11 中虚线为钢管所在位置,带圆圈曲线为未经校正的  $C_T$ ,沿侧线上的磁场数据无明显的异常,目标上方无异常。无圆圈曲线为 TI 校正后的  $C_T$  曲线,没有目标的区域  $C_T$  值较小,目标上方的  $C_T$  值最大,有明显的异常出现,

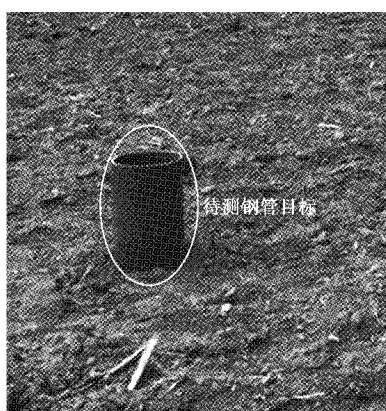
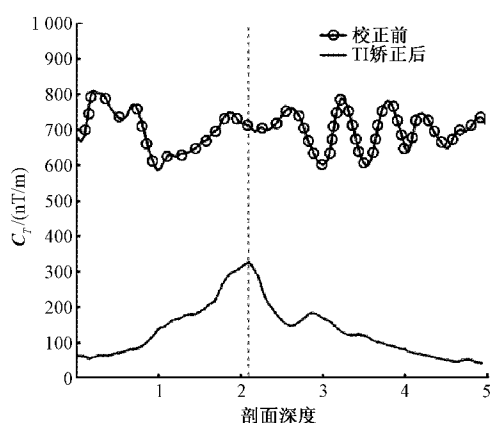


图10 待测钢管目标

图11 校正前后沿侧线的  $C_T$  曲线

推测附近可能存在铁磁性目标。探测实验结果表明,校正后磁力计阵列系统的探测能力也进一步提升。

## 5 结论

本文首先分析矢量磁力计阵列的误差来源,并根据其特性建立误差模型,以 Bartington 公司生产的 Mag03MS 磁通门传感器为例量化地分析不同类型的测量误差对磁力计的输出结果的影响。其次,针对工程应用中的非均匀背景磁场,提出了一种基于张量不变量的校正(TI)方法,克服了传统的校正方法在复杂磁场环境中的不足。最终通过仿真与试验验证基于张量不变量的校正方法的性能,解决了传统的校正方法在非均匀磁场环境下失效的问题,且校正系数矩阵与理论参数保持一致。TI 校正算法不仅适用于非均匀磁场环境,在均匀背景磁场中也可以有效地实现磁力计阵列校正,且在不同背景磁场下,TI 校正算法都具有很好的收敛性,计算时间快,且可以明显提升系统的测量精度,进而提升阵列系统的探测性能。尽管 TI 校正算法表现良好,但完成校正操作后仍有部分残余误差。矢量磁力计阵列校正方法中,单个磁场传感器的误差来源仅包括 3 种,实际测试中,磁场传感器的测量误差来源还有很多,如矢量磁场传感器中 3 个磁测单元之间的互扰引

起非线性测量误差,温漂引起测量误差等。TI 阵列校正算法无法完全消除误差信号,只能不断地改进校正模型尽可能多地消除误差信号。下一步研究需要关注测量结果中非线性误差,以期能进一步提高磁测精度。

## 参考文献

- [1] 罗建刚,李海兵,刘静晓,等. 三轴磁通门传感器误差校正方法[J]. 导航与控制, 2019, 18: 52-58.
- [2] GEBRE EGZIABHER D, ELKAIM G H, POWEL J D, et al. Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2006, 19(2): 87-102.
- [3] PANG H, LI J, CHEN D, et al. Calibration of three-axis fluxgate magnetometers with nonlinear least square method [J]. Measurement, 2013, 46(4): 1600-1606.
- [4] PANG H F, PAN M C, WAN C B, et al. Integrated compensation of magnetometer array magnetic distortion field and improvement of magnetic object localization[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(9): 5670-5676.
- [5] 王一,宗发保,赵瑜,等. 三分量磁通门传感器的三轴正交校正与测量[J]. 山东农业大学学报(自然科学版), 2015, 46: 232-237.
- [6] AUSTER H U, FORNACON K H, GEORGESCU E, et al. Calibration of flux-gate magnetometers using relative motion [J]. Measurement Science and Technology, 2002, 13(7): 1124-1131.
- [7] BRONNER A, MUNSCHY M, SAUTER D, et al. Deep-tow 3C magnetic measurement: Solutions for calibration and interpretation[J]. Geophysics, 2013, 78(3): J15-J23.
- [8] MERAYO J M G, BRAUER P, PRIMDAHL F, et al. Scalar calibration of vector magnetometers [J]. Measurement Science and Technology, 2000, 11(2): 120-132.
- [9] MU Y X, WANG C, ZHANG X J, et al. A novel calibration method for magnetometer array in nonuniform background field[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(10): 3677-3685.
- [10] PANG H F, LUO S T, ZHANG Q, et al. Calibration of a fluxgate magnetometer array and its application in magnetic object localization[J]. Measurement Science and Technology, 2013, 24(7): 075102.
- [11] WANG C, QU X D, ZHANG X J, et al. A fast calibration method for magnetometer array and the application of ferromagnetic target localization [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(7): 1743-1750.



- [12] 庞鸿锋. 三轴磁通门传感器误差分析与校正[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.
- [13] 张琦, 潘孟春, 陈棣湘, 等. 基于线性化参数模型的三轴磁场传感器校准方法[J]. 传感技术学报, 2012, 25(2): 215-219.
- [14] 庞鸿锋, 潘孟春, 王伟, 等. 基于高斯牛顿迭代算法的三轴磁强计校正[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(7): 67-72.
- [15] 庞鸿锋. 捷联式地磁矢量测量系统误差分析及校正补偿技术[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2015.
- [16] 王辰. 阵列磁力计系统校正及目标定位与跟踪方法研究[D]. 北京:中国科学院空天信息创新研究院, 2017.

### 作者简介

**刘涵**, 硕士研究生, 主要研究方向为利用磁法的地下浅层目标识别。

E-mail: liuhan12138@126.com

**张晓娟**, 博士生导师, 主要研究方向为非均匀介质中的电磁波散射、电磁反问题、微波成像和应用、天线技术、合成孔径雷达系统、地球物理学、电磁检测方法以及计算电磁学。

E-mail: xjzhang@aircas.ac.cn

**郑鑫鑫**, 博士研究生, 主要研究方向为航空复合探测系统噪声抑制及目标识别方法研究。

E-mail: zhengyaoxin17@mails.ucas.ac.cn