

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107205

# 基于 F-K 分析的圆形传感器阵列布设

钟琳 苏新彦

(中北大学 信息探测与处理山西省重点实验室 太原 030051)

**摘要:** 针对地下浅层震源定位中地表噪声过大、目标信号较弱的问题,设计了基于 F-K 分析的圆形传感器阵列布设方案。选用圆形阵列作为研究对象,利用波束形成法估算阵列的频率-波数谱(F-K 谱)。在  $100\text{ m}\times 100\text{ m}$  的传感器布设区域内,通过对比分析圆形阵列在不同传感器测点和不同阵列孔径的设置对 F-K 谱的影响,选择最佳的传感器测点数量和阵列孔径。最后,研究结果表明在  $100\text{ m}\times 100\text{ m}$  的区域内,阵列孔径为  $180\text{ m}$  的 9 元传感器圆形阵列的 F-K 谱效果最好,即对目标信号的拾取效果最好,对慢度信号分辨率更强,是阵列模型的最佳选择。

**关键词:** 阵列设计;波束形成;F-K 谱

**中图分类号:** TP2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.1050

## Circular sensor array layout based on F-K analysis

Zhong Lin Su Xinyan

(Shanxi Provincial Key Laboratory of Information Detection and Processing, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of large surface noise and weak target signal in shallow underground source location, a circular sensor array layout scheme based on F-K analysis is designed. The frequency-wave number spectrum (F-K spectrum) of circular array is estimated by beamforming method. In the sensor layout area of  $100\text{ m}\times 100\text{ m}$ , the influence of the circular array on the F-K spectrum is compared and analyzed by setting different sensor measurement points and different array apertures to select the best number of sensor measurement points and array apertures. Finally, the research results show that in the area of  $100\text{ m}\times 100\text{ m}$ , the circular array of 9-element sensor with an array aperture of  $180\text{ m}$  has the best F-K spectrum effect, that is, it has the best pickup effect on the target signal and stronger resolution on the slowness signal, which is the best choice for the array model.

**Keywords:** array design; beamforming; F-K spectra

## 0 引言

在进行地下浅层震源定位试验中,由于测得的震动数据中含有大量噪声对目标信号的获取造成极大的干扰,在背景噪声下如何对微震信号进行精确提取实现震源定位是一个关键问题<sup>[1]</sup>。而传感器阵列优化布局针对这一问题起到至关重要的作用,F-K 谱响应特性是衡量传感器阵列对事件监测能力的一个重要标志。

阵列优化设计是指针对地下浅层震源微震信号进行提取所布置的一个技术上可行、经济上合理,且能符合监测精度要求的传感器布设方案<sup>[2-3]</sup>。传感器阵列布设在震源监测中起到决定全局的作用,对信号的分辨率及后续信号处理如:定位、识别等的结果有重大影响<sup>[4-5]</sup>。利用传感器阵列设计观测估算波场信号的方法不需要专门的震源。国内外许多专家学者对传感器阵列结构设计作了不少研究,在

雷达和声源探测系统方面的研究较为深入<sup>[6]</sup>。在对实际外场条件下布设的各种不同阵列进行研究以外,还有很多学者利用模拟的波场对阵列布设进行分析,包括阵列的形状、阵元个数等。

本文选用 F-K 分析不仅在传感器阵列设计及信号数据处理方面具有优势,还可通过此方法使最后得出的方位角和慢度两个参数更加准确,对于震相识别、关联和定位具有重要的价值。在数据处理方面,用 Fourier 进行聚束过程中保留振幅信息和压制干扰信息之间存在着矛盾,为解决这一问题并获得良好的计算结果,本文选用圆形阵列作为研究,通过波束形成计算压低噪声,提高对目标信号的检测;同时针对这一阵列模型下,不同传感器个数和不同阵列孔径对所得到的频率-波数谱(F-K 谱)的影响,分析 F-K 谱的变化,选出合适的传感器阵列条件。

收稿日期:2021-07-08

## 1 频率-波数谱(F-K)分析

阵列数据分析可以通过不同的技术进行,其中频率-波数分析(F-K)是本文使用的技术。该方法基于这样一个事实,即平稳随机过程可以通过谱密度函数来表征,谱密度函数提供了关于作为频率函数的功率的信息<sup>[7]</sup>。类似的,震动噪声也可以用频率-波数谱密度函数来表征,它提供了作为传播波的频率和矢量速度的函数的功率。由于传播方向和速度通常事先是未知的,所以对每个频率在密集波数网格上进行搜索<sup>[8]</sup>。该网格上的最大波束功率提供了平面波的传播方向和速度的估计。

### 1.1 频率-波数(F-K)分析基本原理

频率-波数(F-K)分析是从高背景噪声中提取有用的地震信号,提高事件定位精度。该技术提取相干波列的方位角和相速度作为频率的函数,从而提供阵列位置处震源波场的详细特征。大多数的阵列数据处理方法中,都是以阵列下方的波场为平面波场为假设前提,波的传播方向可以用频率和波数进行描述如图1所示。其基本内容为:假设阵列位于 $xoy$ 平面,可用Fourier变化将给定波场的 $f(x, y, t)$ 分解为平面波<sup>[9]</sup>:

$$f(x, y, t) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint f(k_x, k_y, \omega) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t) dk_x dk_y d\omega \quad (1)$$

式中: $f(k_x, k_y, \omega)$ 为频率-波数谱。包含了振幅和相位的全部信息,作为频率和波数的函数或相速度和波的方位角的函数,F-K谱估计是检测阵列数字记录波形的有效方法。波场的F-K谱定义了角频率 $\omega$ 和波数矢量 $k$ 之间的关系,表示在 $xoy$ 平面上以视速度 $c$ 、沿方位角 $\theta$ 的方向传播的平面波的振幅和相位,其中波数的 $x$ 和 $y$ 分量、视速度以及方位角之间的关系由下式确定<sup>[10]</sup>:

$$k_x = \frac{\omega \cos\theta}{c} \quad (2)$$

$$k_y = \frac{\omega \sin\theta}{c} \quad (3)$$

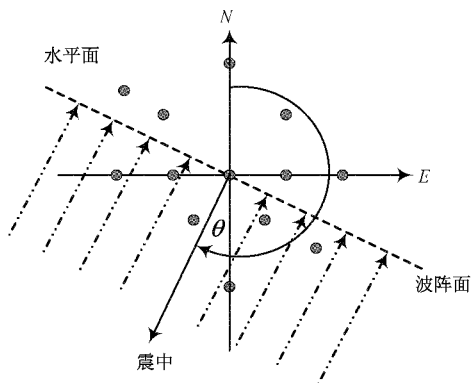


图1 以方位角 $\theta$ 到达阵列的波的平面

在式(2)和(3)中,波数以每弧度波长表示,公式如下:

$$\vec{K} = (\omega/c)\vec{n} = \omega S\vec{n} = \omega \vec{S}, S = \frac{1}{c}$$

建立波数向量 $\vec{K}$ 与角速度 $\omega$ 、水平相速度 $c$ (慢度矢量 $\vec{S}$ )、与波的传播方向相平行的单位向量 $\vec{n}$ 之间的关系( $\vec{n} = (\sin\theta, \cos\theta)$ ), $\theta$ 是波传播方向相对北向的方位角)。

### 1.2 频率-波数谱密度函数

在时域上进行延迟、相加形成一波束,再对波束进行滤波、平均和再平均求和。设 $i$ 个传感器的位置分别为 $(x_i, y_i)$ ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),对于一个给定的速度,将 $N$ 个传感器的记录进行加权、延迟、相加形成波束,其表达式为<sup>[11]</sup>:

$$b(V_x, V_y, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i S_i(t + \tau_i) \quad (4)$$

$$\tau_i = (x_i V_x + y_i V_y) / (V_x \times V_x + V_y \times V_y) \quad (5)$$

式中: $W_i$ 为权函数,通常取值为1; $S_i(t + \tau_i)$ 为传感器输出; $V_x, V_y$ 为震动波的水平相速度分量(m/s); $N$ 为阵列传感器的数量; $\tau_i$ 为时间延迟。

估计功率谱的方法可分为波束形成法(BFM法)和最大似然法(MLM法),或高分辨率法(HR)。第2种方法是在前一种方法的基础上进行进一步的分析,目的是克服固定阵列响应的缺点。最大似然法(MLM法)提高了区分以相近波数传播的两种波的能力,提高了分辨率。对于本文的研究,使用波束形成法(BFM法),它虽然显示出较低的分辨率,但是它相比最大似然法(MLM)法对测量误差不太敏感。

### 1.3 波束形成法(BFM法)

阵列波束形成方法是分离记录信号中相干和非相干部分的基本方法。波束形成利用特定慢度和后方位角导致的平面波前到单个阵列站的差分传播时间<sup>[12]</sup>。如果单站记录在一定的后方位角和慢度下进行适当的时间偏移,则具有匹配后方位角和慢度的所有信号将进行构造性求和。

设 $R(V_x, V_y, \tau)$ 为波束 $b(V_x, V_y, t)$ 的自相关函数,由式(4)、(5)可得<sup>[13]</sup>:

$$R(V_x, V_y, \tau) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} W_i W_j R_{ij} \left( \tau + \frac{V_x(x_i - x_j) + V_y(y_i - y_j)}{V_x^2 + V_y^2} \right) \quad (6)$$

式中: $R_{ij}(\tau)$ 为第 $i, j$ 两个点信号间的互相关函数。

对式(6)做傅里叶变换,得到频率-波数谱 $P(V_x, V_y, f)$ :

$$P(V_x, V_y, f) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} W_i W_j P_{ij}(f) \cdot \exp \left[ i 2\pi f \cdot \frac{V_x(x_i - x_j) + V_y(y_i - y_j)}{V_x^2 + V_y^2} \right] \quad (7)$$

式中: $P_{ij}(f)$ 为互相关函数 $R_{ij}(\tau)$ 的傅里叶变换; $P(V_x, V_y, f)$ 为自相关函数 $R(V_x, V_y, \tau)$ 的傅里叶变换。

根据速度分量与波数之间的关系可将式(7)写成:

$$P(k_x, k_y, f) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{ij}(f) \cdot e^{i 2\pi [k_x(x_i - x_j) + k_y(y_i - y_j)]} \quad (8)$$

式(8)即为波束形成法(BFM法)估算的 F-K 谱表达式。

针对上述介绍的波束形成法(BFM法)估算 F-K 谱可以简单总结为如下两点<sup>[14]</sup>:1)使用自相关函数计算出各阵列传感器输出信号的频域互功率谱;2)使用傅里叶变换建立起频域互功率谱与频率-波数谱之间的关系,估计 F-K 谱。

### 2 不同条件的阵列对 F-K 谱的影响

阵列的几个主要几何特征是阵列的几何形状和阵列的孔径大小以及阵列的阵元个数<sup>[15]</sup>。进行了多次反复工作发现奇数个传感器阵列布局方式被认为是一种优化了的阵列布局的好方法。本文选用圆形阵列作为研究对象,主要在于它的孔径大,站间距离小,能够提供良好的分辨率和混叠能力,对不同方位的信号都具有较为一致的性能,可监测接收任意方向的微震动信号。但在实际应用上,真实的形状并不是完美的圆形阵列布局。这主要是由于外场试验研究区域存在自然空间限制。

采用上节介绍的 F-K 分析,用波束形成法计算频率-波数谱,编制相应的 MATLAB 程序,使用 F-K 分析方法,对带圆心的不同传感器个数和不同孔径大小的圆形阵列在输入模拟衰减震源波信号分别计算 F-K 谱,根据仿真结果分析不同传感器个数和不同阵列孔径大小对于阵列监测能力的影响、评价阵列的布设方案。

#### 2.1 阵元个数对 F-K 谱的影响

圆形阵列指一个传感器阵元布设在原点,其它传感器布设在圆周上,半径不变的圆形阵列,布局如图 2 所示。以原点传感器为参考阵元,并以其接收到的模拟波场信号的时间作为相对其他传感器接收到信号的参考时间。阵列的传感器个数按奇数数量 5 个、7 个增加到 9 个进行布设并且所得到的 F-K 谱分别如图 3~5 所示。图中黑点为传感器,数字为传感器编号。

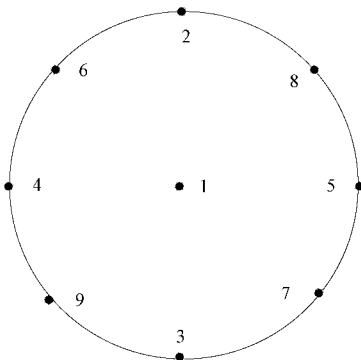


图 2 半径不变的圆形阵列

如图 3 所示,当传感器测点为 5 个(1,2,3,4,5)时,在模拟的衰减信号波场中圆形阵列得到的 F-K 谱极值的几何图形具有中心对称性,但因圆的周长中放置的传感器数

量少,对信号的采集方位不够全面,因此产生的对应的慢度域范围较大,旁瓣较为明显。

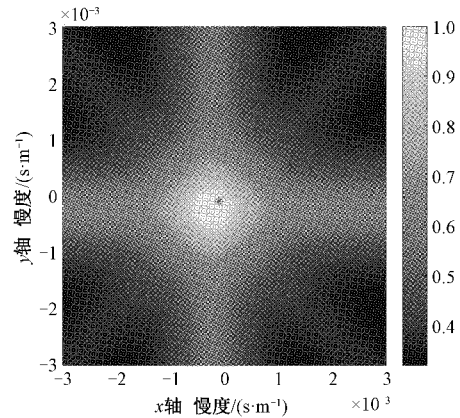


图 3 5 个传感器测点的 F-K 谱

由图 4 看出当传感器测点为 7 个(1,2,3,4,5,6,7)时,在模拟的衰减信号波场中圆形阵列得到的 F-K 谱不具有中心对称且对应的谱极值范围大,即慢度矢量值范围不够精确,并且没有良好的方位采样,不能够对所有方向信号进行全部接收。

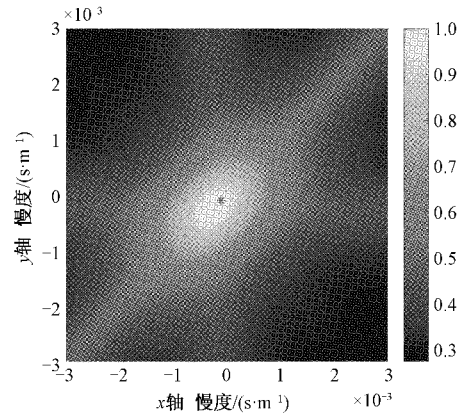


图 4 7 个传感器测点的 F-K 谱

当传感器测点为 9 个,仿真结果如图 5 所示圆形布局显示了良好的方位采样,显示了均匀的几何所有到达方向,并且有明显的中心对称性。

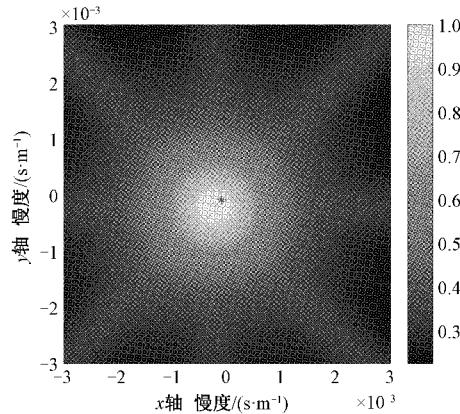


图 5 9 个传感器测点的 F-K 谱

综上,9个传感器测点的圆形阵列是外场试验的最佳选择,同时通过对比以上3个F-K谱图,得出随着传感器数量的增加,得到的F-K谱极值更加稳定。根据实际的外场试验条件和实际的测试经费,9个传感器的圆心无疑是最佳的选择。

## 2.2 阵列孔径对F-K谱的影响

通过上小节的论述,确定选用9元子阵的圆形阵列,在确定阵列形状和阵元个数的情况下,研究阵列孔径大小对F-K谱影响,以确定合适的阵列孔径。圆形阵列的阵列孔径大小由内到外分别40、80、120和180 m,阵列布局如图6所示,并用F-K分析法分别对4种不同孔径的圆形阵列进行F-K计算,计算仿真结果如图7~10所示。

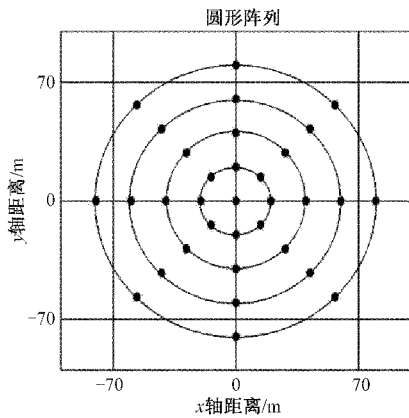


图6 不同孔径圆形阵列布局

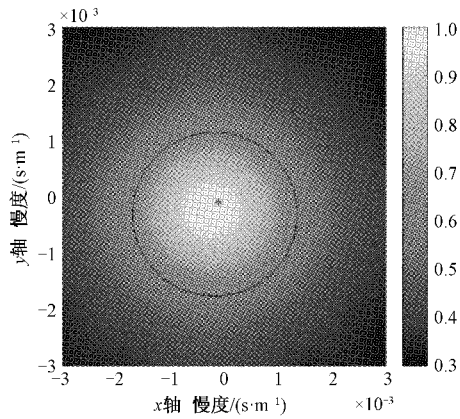


图7 圆形阵列40 m孔径F-K谱

上述的仿真图显示了圆形阵列进行波束形成法计算的分析结果,展示了选择同一时间窗口和频率的圆形阵列不同孔径大小的F-K谱结果,对比可得知不同孔径阵列下用波束形成法分析得到了大致相同的F-K最大值,呈现一个明显的谱峰值,即对应的慢度矢量估计值,而且F-K谱呈现清晰的中心对称性,随着阵列孔径的不断增大,能量谱更加具体,旁瓣范围越来越小,对应的慢度矢量值更精确。随着阵列孔径的不断增大,得出大孔径阵列对分辨慢度的能力越强。

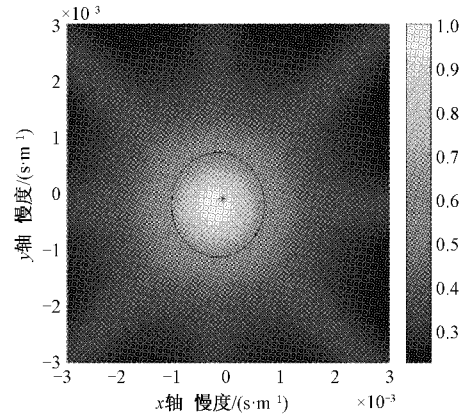


图8 圆形阵列80 m孔径F-K谱

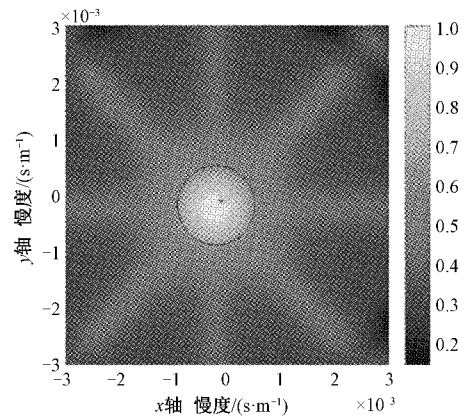


图9 圆形阵列120 m孔径F-K谱

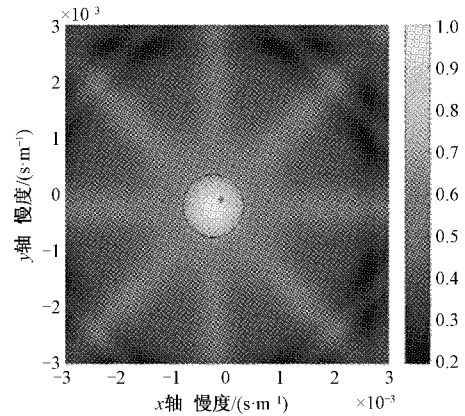


图10 圆形阵列180 m孔径F-K谱

对以上介绍的两种不同条件下的圆形阵列以及获得的F-K谱,图中区域不同颜色表示慢度空间中的能量分布,F-K分析结果的可靠性由能量的集中程度和旁瓣的大小范围来评估,由仿真结果显示,能量最大值为1,图中谱能量中的“\*”表示能量最大值点,各阵列获得的F-K谱能量值越大,能量越集中,则谱峰的指向性就更好,各阵列获得的F-K谱横纵坐标为慢度,能量最大值点对应的慢度矢量为信号实际慢度矢量的估计值。

### 3 结 论

总的来说,本文采用F-K分析处理方法主要在于该方法与其他传统算法相比具有较高的分辨率,能够降低震动事件中的识别下限以及可以通过多个传感器实现对微震动事件的精确定位的优势。此外,F-K分析还能够提高信号的信噪比,在定位方面以有了初步的应用。

布设阵列的区域以 $100\text{ m}\times 100\text{ m}$ 进行网格化,以网格节点布设阵元。在圆形布设的情况下,通过对比不同数量传感器测点在模拟波场下用波束形成法获得的F-K谱,随着传感器测点的增多,F-K谱极值逐渐稳定,9个传感器圆形阵列表现良好的方位采样,对压制其他慢度信号的能力更强;对于分析不同孔径的圆形阵列,得出不同孔径获得的F-K谱中有大致相同的F-K最大能量值,但随着阵列孔径的不断增大,大孔径阵列获得的F-K谱结果慢度矢量值比小孔径阵列更加精确,旁瓣范围更小,对慢度信号的分辨能力更强。考虑实际外场试验环境和测试经费,针对本文所选的4个阵列孔径,阵元间距为 $180\text{ m}$ 的9元传感器圆形阵列得到的F-K谱最稳定,对目标信号的拾取效果最好,对提取目标信号是最好的选择。

#### 参考文献

- [1] 宋璐,姚金杰,韩焱.基于LabVIEW的地下震源定位系统设计[J].火力与指挥控制,2016,41(2):132-135.
- [2] 张楚旋,李夕兵,董陇军,等.微震监测传感器布设方案评价模型及应用[J].东北大学学报,2016,37(4):594-598.
- [3] 谭光韬,张雯雯,王磊.气体传感器阵列混合气体检测算法研究[J].电子测量与仪器学报,2020,34(7):95-102.
- [4] 李剑,韩焱,陈县辉.一种新型地下震动传感器设计[J].仪器仪表学报,2013,34(11):2458-2463.
- [5] 陈丹琪,金国栋,谭力宁,等.一种基于KL-AEPE的无人机侦察移动目标定位算法[J].仪器仪表学报,2019,40(9):227-236.
- [6] 樊国根,蒙芳.多传感器阵列的近场源联合参量估计优化[J].国外电子测量技术,2019,38(6):145-149.
- [7] ROSA-CINTAS S, GALIANA-MERION J J,

MOLINA-PALACIOS S, et al. Soil characterization in urban areas of the Bajo Segura Basin(Southeast Spain) using H/V, F-K and ESAC methods[J]. Journal of Applied Geophysics,2011,75(3):543-557.

- [8] ALFARO P, ROSA-CINTAS S, GALIANA-MERION J J, et al. Optimizing the number of stations in arrays measurements: Experimental outcomes for different array geometries and the f-k method[J]. Journal of Applied Geophysics, 2014,102: 96-133.
- [9] 莫壁铭,李剑,孔慧华,等.基于FK能量聚束的传感器阵列优化布设方法[J].计算机测量与控制,2019,27(10):285-288.
- [10] COSTLEY R D, FRAZIER W G, DILLION K, et al. Frequency-wavenumber processing for infrasound distributed arrays[J]. Journal of the Acoustical Society of America,2013,134(4): EL307-EL313.
- [11] 陈依依.利用台阵技术进行微地震事件检测和定位[D].安徽:中国科学技术大学,2018.
- [12] GIBBONS S J, NASHOLM S P, RUIGROK E, et al. Improving slowness estimate stability and visualization using limited sensor pair correlation on seismic arrays[J]. Geophysical Journal International, 2018, 213 (1): 447-460.
- [13] 陈虎虎,王同乐,沈旭峰.基于慢度估计的次声台阵信号自动检测算法及应用[J].声学技术,2015,34(1):85-89.
- [14] 刘巧霞.基于地震台阵技术的地脉动背景噪声研究[D].安徽:中国科学技术大学,2018.
- [15] LU L, WANG B S, PENG Z G. Seismic detections of the 15 February 2013 Chelyabinsk meteor from the dense ChinArray[J]. Earthq Sci,2016,29(4):221-233.

#### 作者简介

钟琳,硕士研究生,主要研究方向为信息探测与处理。

E-mail: 1327189572@qq.com

苏新彦,副教授,主要研究方向为目标信息获取和处理技术、电磁兼容。

E-mail: su\_xy@nuc.edu.cn