

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107399

# 基于 EEMD 和 BPNN 的动态误差溯源研究\*

李孝冲 敬伟 王鹏 解孟其

(西安工业大学电子信息工程学院 西安 710021)

**摘要:** 针对动态测试系统在测试过程中存在误差导致精度损失的问题,提出了一种基于集合经验模态分解和BP神经网络的动态误差溯源方法。该方法在全系统动态精度理论的基础上,首先通过EEMD对动态测试系统输出总误差进行分解,对分解得到的单项误差进行希尔伯特变换,分析误差信号的幅频特性,然后采用BP神经网络拟合溯源。通过仿真分析,结果表明该方法可以有效地追溯到动态测试系统中误差产生的模块,并且偏差精度达到 $10^{-2}$ ,比经验模态分解的方法溯源效果更好,避免了EMD存在的模态混叠等问题,具有可行性和应用性。

**关键词:** 动态误差溯源;集合经验模态分解;希尔伯特变换;BP神经网络

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.4050

## Research of dynamic error tracing based on EEMD and BPNN

Li Xiaochong Jing Wei Wang Peng Xie Mengqi

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of precision loss caused by errors in dynamic testing system, a dynamic error tracing method based on ensemble empirical mode decomposition and BP neural network was proposed. Based on the theory of the whole system dynamic precision, the method decomposed the total output error of the dynamic test system through the EEMD, and performed Hilbert transform on the single error obtained by the decomposition, analyzed the amplitude-frequency characteristics of the error signals, and then used BP neural network to fitting and tracing. The simulation results show that the method can trace back the error module in the dynamic test system effectively, and the accuracy of deviation is up to  $10^{-2}$ , compared with empirical mode decomposition, the method has better traceability effect and avoids mode aliasing problems existing in EMD, it is feasible and applicable.

**Keywords:** dynamic error tracing; ensemble empirical mode decomposition; Hilbert transformation; BP neural network

## 0 引言

科学实验不能与测试分离,测试技术代表了一个国家的科学技术水平<sup>[1]</sup>。由于人们的认知能力和科学发展水平的限制,以及周围环境的影响,测试结果与真实值总是不完全相符的,所以在所有的科学实验和测试过程中都存在误差,误差具有必然性和普遍性,影响了测试与实验结果的可信性。为了减小或消除误差,抑制其对测试系统的不利影响,分析误差的性质及产生原因是非常必要的<sup>[2-3]</sup>。

动态误差溯源作为提高测试系统准确性的基础,引起了越来越多的关注<sup>[4]</sup>。误差分解是误差溯源的前提,文献[5]提出了运用小波神经网络和粒子群算法对动态测试误差进行分解和溯源,但小波神经网络分解时需提前选

取小波基函数,从而增加了溯源时间。文献[6]提出了运用经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)对动态测试误差进行分解,但EMD分解信号时存在模态混叠、算法停止等问题。为避免上述方法存在的问题,本文在全系统精度理论的基础上,运用集合经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition, EEMD)对总输出误差进行分解,对频率成分简单的单项误差信号进行希尔伯特变换,得到各分量的边际谱,据此进一步分析误差特性,然后采用BP神经网络(back propagation neural network, BPNN)溯源。通过仿真分析,验证所提方法的有效性和可行性。

## 1 动态误差溯源的基本原理

动态误差溯源是将系统最终输出的总误差通过信号处

收稿日期:2021-07-26

\* 基金项目:国防科技工业技术基础科研项目(JSL2018208B005)、陕西省国际科技合作重点项目(2021KWZ-20)、陕西省重点研发计划(2020GY-192)资助

理技术,分解为频率成分简单的单项误差,分析误差特征并追溯到误差源头,针对影响较大的误差分量,就可以及时采取抑制误差的措施,从而可以提高测试系统的精度<sup>[7]</sup>。

### 1.1 全系统精度理论

全系统精度理论是一种误差建模理论,综合分析了测试系统的误差传递关系和各种误差对系统总输出误差的影响。需要对动态测试系统的误差来源与性质进行深入了解,建立误差的传递模型,对动态测试系统进行“灰化”和“白化”,为误差溯源提供依据<sup>[8]</sup>。动态测试系统大多是混联式的,其结构如图 1 所示。

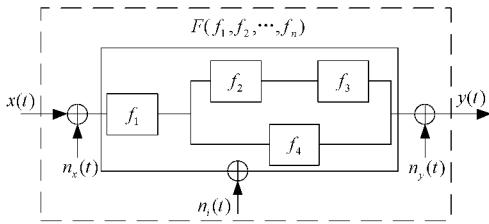


图 1 混联式动态测试系统

$x(t), y(t)$  分别代表测试系统的输入信号与输出信号。 $f_1, f_2, f_3, f_4$  表示模块 1, 2, 3, 4 的传递函数。 $n_x(t), n_i(t), n_y(t)$  表示外部环境对测试系统的干扰。

系统总传递函数与各模块传递函数的关系:

$$F(f_1, f_2, \dots, f_n) = f_1(f_2 f_3 + f_4) \quad (1)$$

全系统测试误差为:

$$e_y(t) = n_x(t) \cdot (f_1(f_2 f_3 + f_4)) + (e_1(t) f_2 + e_2(t)) f_3 + e_3(t) + e_4(t) f_4 + e_5(t) + n_y(t) \quad (2)$$

### 1.2 集合经验模态分解的基本原理

经验模态分解的本质是用特征时间尺度来区分信号中包含的所有模态<sup>[9]</sup>。在这个过程中,本征模态函数的定义在一定程度上是近似的和经验的,经验模态分解是通过“筛选”的过程来分解信号,得到若干个本征模态函数(intrinsic mode function, IMF)分量。

1) 对原始信号  $x(t)$  所包含的极大值点和极小值点进行拟合,得到上、下包络线,然后计算上包络线和下包络线的均值函数  $m_1(t)$ 。

2) 用  $x(t)$  减去上、下包络线的均值函数  $m_1(t)$  得到差值函数  $h_1^1(t)$ 。

3) 将  $h_1^1(t)$  作为原始信号,  $k$  次循环上述两个步骤后, 得到的  $h_1^1(t)$  如果满足本征模态函数的条件, 就把  $h_1^1(t)$  为第 1 个 IMF 分量<sup>[10]</sup>:

$$imf_1 = h_1^1(t) \quad (3)$$

然后将第 1 个 IMF 分量从  $x(t)$  中分离出来, 得到残余信号  $r_1(t)$ :

$$r_1(t) = x(t) - h_1^1(t) \quad (4)$$

4) 将  $r_1(t)$  当作原始信号继续循环, 之后一直循环直至剩下的分量是一个单调函数, 将最后一个剩下的分量定义为残余分量  $r_f(t)$ 。

原始信号经 EMD 分解得到:

$$x(t) = \sum_{j=1}^J imf_j + r_f(t) \quad (5)$$

EMD 分解在实际应用中会存在一些不好的方面, 如模态混叠现象<sup>[11]</sup>。EEMD 在 EMD 的基础上添加了白噪声辅助信号处理的方法,很好地解决了 EMD 方法中的模态混叠问题<sup>[12]</sup>。EEMD 分解信号的步骤如图 2 所示。

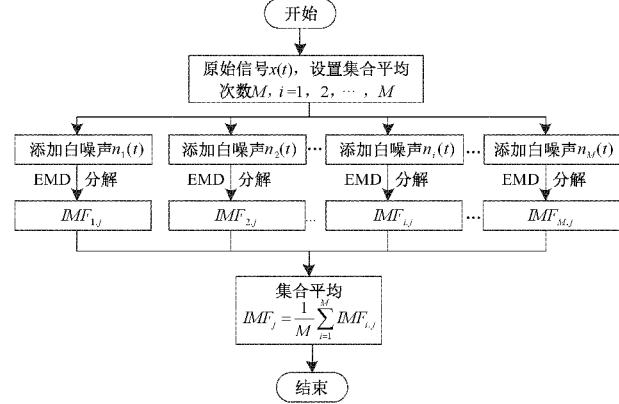


图 2 EEMD 分解流程

### 1.3 希尔伯特变换

通过 EEMD 对原始误差信号  $x(t)$  进行分解, 可以得到一些频率不相同的本征模态函数 IMF 和一个残余量 res, 每一个本征模态函数都反映了系统总输出误差信号的模态,而残余量反映了总误差信号的趋势项<sup>[13]</sup>。对每个 IMF  $h_i(t)$  进行 Hilbert 变换, 此时:

$$\hat{h}_i(t) = h_i(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (6)$$

式中: \* 表示卷积,由此可得到  $h_i(t)$  的解析信号:

$$z_i(t) = h_i(t) + j\hat{h}_i(t) = a_i(t)e^{j\phi_i(t)} \quad (7)$$

其中,  $a_i(t)$  表示解析信号的幅值函数,  $\phi_i(t)$  表示相位函数,如下:

$$a_i(t) = \sqrt{h_i(t) + \hat{h}_i(t)} \quad (8)$$

$$\phi_i(t) = \arctan \frac{\hat{h}_i(t)}{h_i(t)}$$

式(8)是以极坐标的形式表达了每个 IMF 分量的瞬时幅值和瞬时相位,因而可以求得瞬时频率为<sup>[14]</sup>:

$$\omega_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_i(t)}{dt} \quad (9)$$

可以得到:

$$x(t) = RE \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j\phi_i(t)} = RE \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int w_i(t) dt} \quad (10)$$

RE 代表取实部,并且省略了余项  $r_n$ , 展开上式即为希尔伯特谱,记为:

$$H(w, t) = RE \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int w_i(t) dt} \quad (11)$$

将 Hilbert 谱在时间轴上积分,得到 Hilbert 边际谱:

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (12)$$

#### 1.4 BP 神经网络基本原理

BP 神经网络是一种多层前馈型神经网络,采用误差反向传播算法,具有很强的非线性映射能力,由 3 个部分组成,即输入层、隐含层和输出层<sup>[15]</sup>。3 层 BP 神经网络的模型如图 3 所示。图 3 中的 3 层 BP 神经网络是多输入多输出的,其连接方式为全连接,即每一层的每个神经元都连接到前一层的所有神经元上,并且每一层的输入都与上一层的输出有关<sup>[16]</sup>。

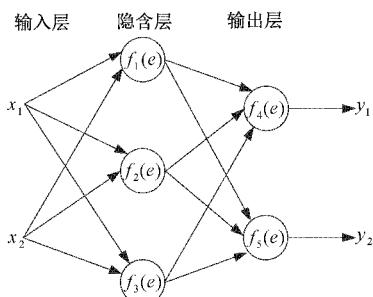


图 3 3 层 BP 神经网络模型

BP 神经网络的训练分为两个过程,即数据前向传播和误差反向传播<sup>[17]</sup>。其训练流程如图 4 所示。

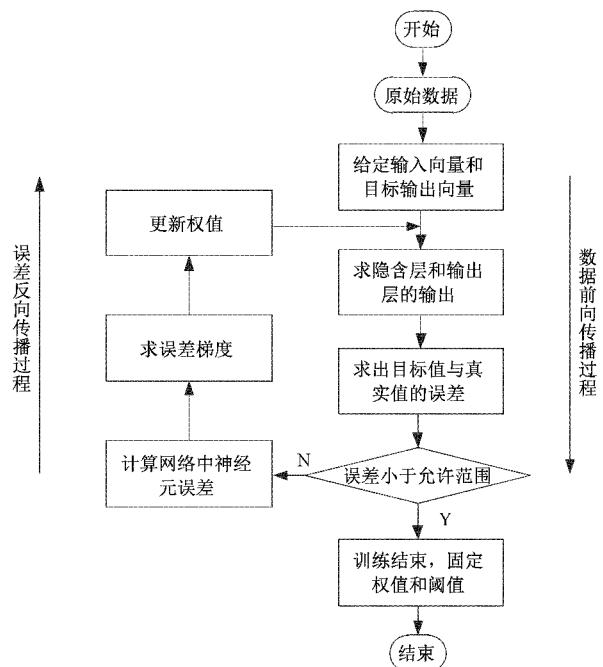


图 4 BP 神经网络训练流程

#### 2 仿真分析

对动态测试系统的总误差运用 EEMD 进行分解,对分解得到的各分量进行希尔伯特变换,分析各单项误差特性,然后采用 BPNN 拟合溯源。按照相同的步骤,运用 EMD 对误差进行处理。将得到的重构误差信号与原始误差信号

进行比对,以此验证 EEMD 和 BPNN 相结合的动态误差溯源方法是否有更好的效果。

#### 2.1 基于集合经验模态分解的动态误差分解

假设一个动态测试系统是混联式的,其结构如图 1 所示,并且定义模块 1 为二阶环节、模块 2 为增益环节、模块 3 为线性环节、模块 4 为周期环节,其表达式如下:

$$f_1(t) = t \sin(10\pi t + \pi/4), f_2(t) = 0.1t + 0.3$$

$$f_3(t) = 4, f_4(t) = \sin(10\pi t)$$

设  $e_1(t)$  表示模块 1 产生的误差,  $e_2(t)$  表示模块 2 产生的误差,  $e_3(t)$  表示模块 3 产生的误差,  $e_4(t)$  表示模块 4 产生的误差。具体表达式如下:

$$e_1(t) = 0.5t, e_2(t) = 3 \sin(20\pi t)$$

$$e_3(t) = 6, e_4(t) = 7 \sin(50\pi t + \pi/4)$$

假设该动态测试系统无干扰,则  $n_x(t) = 0, n_i(t) = 0, n_y(t) = 0$ , 所以系统输出的总误差为:

$$e_y(t) = (e_1(t)f_2 + e_2(t))f_3 + e_3(t) + e_4(t)f_4 + \\ e_4(t) = 0.2t^2 + 0.6t + 6 + 12 \sin(20\pi t) + \\ 7 \sin(50\pi t + \pi/4) + 0.5t \sin(10\pi t)$$

以 100 Hz 的采样频率对该系统输出的总误差采样,可以得到总误差信号随时间变化的规律,如图 5 所示。

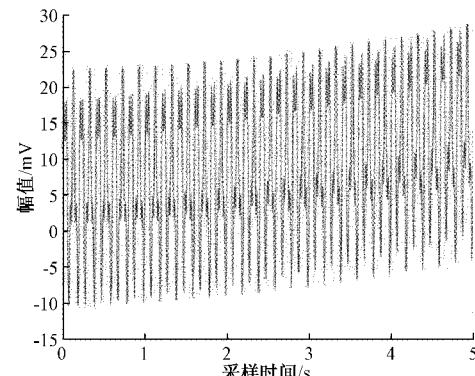


图 5 原始误差信号

采用 EEMD 对动态测试系统输出的总误差信号进行分解,得到 3 个 IMF 分量和 1 个残余量,结果如图 6 所示。

从 EEMD 分解得到的结果能够看出,动态测试系统输出的总误差信号中包含两种类型的信号,IMF1、IMF2、IMF3 为周期信号,res 为趋势项信号。对系统总误差信号和分解得到的各单项误差进行希尔伯特变换,进而得到各分量对应的边际谱,频谱图如图 7 所示。根据图 7,分析各分量的幅频特性,可以发现,频率为 25 Hz 的 IMF1 在频谱图中的幅值比较大;IMF2 的频率为 10 Hz,在频谱图中的幅值略低于 IMF1;频率为 5 Hz 的 IMF3 的频谱幅值较小,略低于 IMF2;res 是一个单调递增的二次项信号。由此说明动态测试系统输出的总误差中包含 5、10、25 Hz 这 3 种具有周期特性的误差和 1 种二次项特性的误差。

#### 2.2 基于 BP 神经网络的动态误差拟合溯源

通过集合经验模态分解,得到了 3 个周期信号的频率。

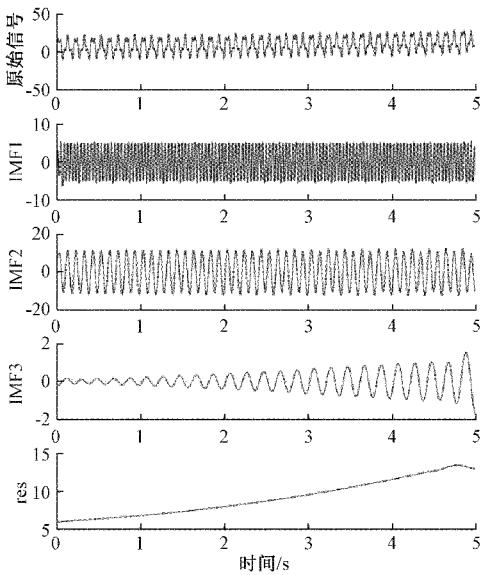


图 6 EEMD 分解图

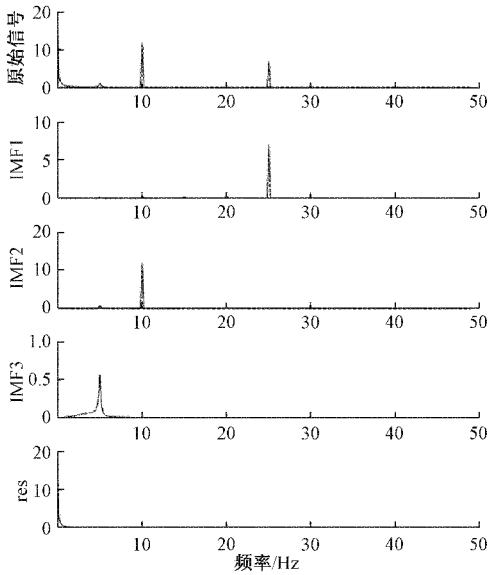


图 7 原始误差信号及各分量频谱图

下面使用 BP 神经网络来求解系统中所包含的未知参数。首先,用  $\sin(50\pi t)$  与  $\cos(50\pi t)$  作为 BPNN 的输入向量,IMF1 当作输出向量,然后选取训练样本进行 BPNN 的训练,对 IMF1 进行拟合,得到 IMF1 的预测输出和期望输出,结果如图 8 所示。

可以得到 BPNN 的权值,即 4.943 2 和 4.925 2,则可写出 IMF1 的表达式:

$$IMF1 = 4.943 2 \sin(50\pi t) + 4.925 2 \cos(50\pi t) = 6.978 \sin(50\pi t + \pi/4)$$

然后,用  $\sin(20\pi t)$  与  $\cos(20\pi t)$  作为 BPNN 的输入向量,IMF2 当作输出向量,拟合结果如图 9 所示,得到 BPNN 的权值,11.842 7 和 0,则可写出 IMF2 的表达式:

$$IMF2 = 11.842 7 \sin(20\pi t)$$

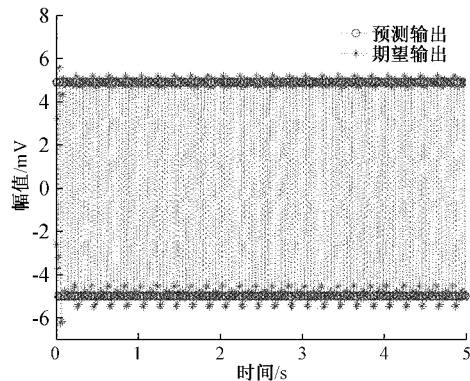


图 8 IMF1 拟合图

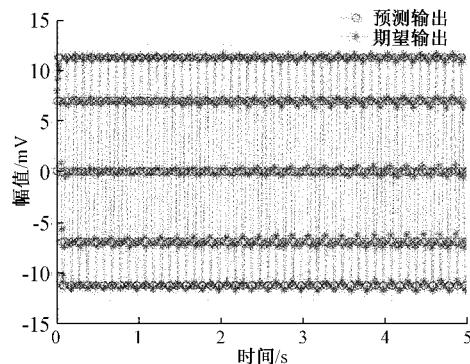


图 9 IMF2 拟合图

因为 IMF3 是一个幅值随着时间增大的信号,则采用  $t \sin(10\pi t)$  和  $t \cos(10\pi t)$  作为 BPNN 的输入向量,IMF3 当作 BPNN 的输出向量,然后选取训练样本进行 BPNN 的训练,对 IMF3 进行拟合,得到 IMF3 的预测输出和期望输出,结果如图 10 所示。拟合完成后可以得到 BPNN 的权值,0.464 3 和 0,则可以写出 IMF3 的表达式:

$$IMF3 = 0.464 3 t \sin(10\pi t)$$

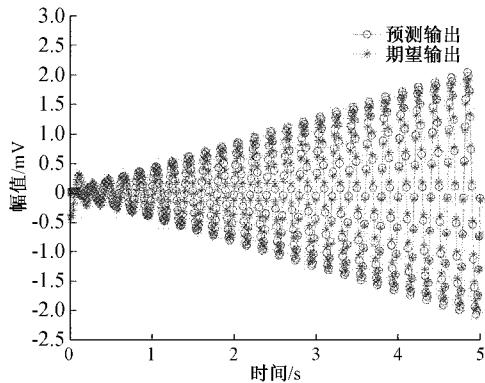


图 10 IMF3 拟合图

最后,从 EEMD 对总误差的分解结果可以看出,res 是一个单调递增的信号,所以可以通过最小二乘法对残余量 res 进行拟合,对 res 的拟合结果如图 11 所示。并得到 res 的表达式:

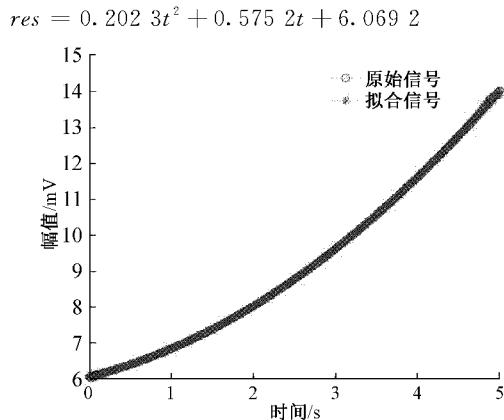


图 11 res 拟合图

通过上述仿真分析,根据拟合得到的各单项误差信号的表达式,可以得到动态测试系统的重构总误差信号为:

$$\begin{aligned} e_k(t) = & 0.202 3t^2 + 0.575 2t + 6.069 2 + \\ & 6.978\sin(50\pi t + \pi/4) + 11.842 7\sin(20\pi t) + \\ & 0.464 3t\sin(10\pi t) \end{aligned}$$

按照相同的步骤,采用 EMD 和 BP 神经网络相结合的方法对动态测试误差进行溯源,得到重构误差信号:

$$\begin{aligned} e_h(t) = & 0.213 2t^2 + 0.577 5t + 6.079 3 + \\ & 6.874\sin(50\pi t + \pi/4) + 11.762 5\sin(20\pi t) + \\ & 0.454 6t\sin(10\pi t) \end{aligned}$$

动态测试系统输出的总误差与重构得到的误差信号如图 12 所示。

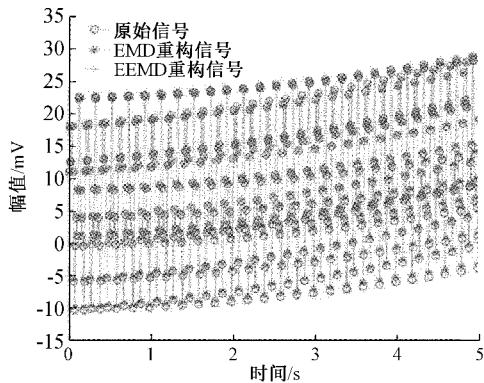


图 12 原始误差信号与重构误差信号对比

通过对比分析能够发现,与 EMD 相比,采用 EEMD 得到的重构信号更接近原始误差信号,溯源效果更好。经过 EEMD 分解总误差与 BPNN 辨识动态测试系统中产生各类误差的模块的参数后,通过溯源、重构得到的误差信号与原误差信号基本上是相同的。假设动态测试系统内各个环节产生的误差是单一的,现在通过设定的条件对图 1 所示的系统进行误差溯源。因为模块 1 为二阶环节,其产生的误差具有幅值随时间增大和周期性的特性;模块 2 为增益环节,其产生的误差具有恒定不变的特性;模块 3 是线性环节,其产生的误差的幅值随时间增大而增大;模块 4 是周期

环节,其产生的误差具有周期特性。将重构得到的总误差与已假设的各个环节的传递函数相互对比,则可以得出:

$$\begin{aligned} e_1 &= 0.464 3t, e_2 = 2.960 7\sin(20\pi t) \\ e_3 &= 6.069 2, e_4 = 6.978\sin(50\pi t + \pi/4) \end{aligned}$$

以 100 Hz 的采样频率对得到的各个模块的误差与原误差进行采样,得到 500 个采样点,对采样结果进行分析。通过对比可知,  $e_1(t)$  与  $e_1$  在第 492 个采样点处的偏差值最大,该值为 0.110 6;  $e_2(t)$  与  $e_2$  在第 25 个采样点处的偏差值最大,该值为 0.002 4;  $e_3(t)$  与  $e_3$  在第 459 个采样点处的偏差值最大,该值为 1.090 7;  $e_4(t)$  与  $e_4$  在第 463 个采样点处的偏差值最大,该值为 0.032 8。由此可知,通过拟合溯源得到的各个模块的误差与之前假设的各个模块产生的误差基本一致,说明基于 EEMD 和 BPNN 的动态测试误差溯源方法可以有效地完成动态测试系统的误差溯源,这种方法是可行的。

### 3 结 论

本文在全系统动态误差建模理论基础上,提出了运用集合经验模态分解对动态测试误差进行分解,并且通过希尔伯特变换得到各误差分量的边际谱,进而分析各单项误差的特性,运用 BP 神经网络辨识系统各模块的参数、完成误差的溯源。通过仿真分析可知,这种方法能够有效地分析动态误差的特性、追溯到动态误差产生的模块,这对于动态误差的研究、提高动态测试系统的精度具有一定的应用价值。但是本文所提的方法在非理想环境下精度仍达不到要求,有待于进一步优化。

### 参考文献

- [1] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015: 169-173.
- [2] 陈勇, 张合, 马少杰, 等. 水下火箭弹引信涡轮全弹道测速误差分析 [J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(4): 768-773.
- [3] 魏舜昊, 章家岩, 冯旭刚. 三坐标测量机高速测量过程动态误差分析与补偿 [J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(5): 43-49.
- [4] 曹学友. 空中冲击波测试误差研究 [D]. 太原: 中北大学, 2014.
- [5] 邬肖敏, 李世平, 程双江. 基于小波神经网络和 PSO 的动态误差溯源方法研究 [J]. 中国测试, 2014, 40(6): 27-30.
- [6] 汪伟, 陈海龙, 刘裕鹏. 基于 EMD 分解的测量误差分离方法研究 [J]. 中国测试, 2013, 39(5): 11-15.
- [7] 李泽沛, 彭延峰, 何宽芳. 基于 Simulink 的零磁通电流传感器动态误差分析 [J]. 电子测量技术, 2020, 43(17): 66-73.
- [8] 杜国山. 多功能动态精度实验系统的误差溯源 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2012.
- [9] 张宁. 基于 EMD 及鱼群算法优化神经网络的行星齿轮故障诊断 [D]. 太原: 中北大学, 2020.

- 
- [10] 焦寿峰. 基于经验模态分解方法的加工误差溯源研究[D]. 济南: 山东大学, 2013.
  - [11] 刘新发. 基于 EEMD 多尺度模糊熵的 S700K 转辙机故障诊断的研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2020.
  - [12] 张崇超, 张长春, 张群英. EEMD 在超宽带雷达生命信号提取中的应用[J]. 电子测量技术, 2012, 35(4): 76-80, 101.
  - [13] 司友强. 基于改进的希尔伯特黄变换在道路无损检测中的研究[D]. 乌鲁木齐: 新疆大学, 2020.
  - [14] 殷杰. 基于 Hilbert-Huang 变换的核电厂充泵故障诊断方法研究[D]. 长春: 长春理工大学, 2020.
  - [15] 侯大山. 基于神经网络的道岔故障预测和诊断[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.
  - [16] 袁炫昊. 基于 BP 神经网络对乳腺癌诊断的分析与预测[D]. 大连: 大连理工大学, 2019.
  - [17] 谢香峰, 雷电, 孙承波. 基于 BP 网络的开关电源故障诊断方法研究[J]. 电子测量技术, 2012, 35(8): 11-16.

#### 作者简介

李孝冲, 硕士研究生, 主要研究方向为测控技术与自动化装置。

E-mail: 1917255669@qq.com

敬伟, 副教授, 研究生导师, 主要研究方向为智能控制与测试技术、数字图像处理。

E-mail: jingwei\_77@qq.com

王鹏, 教授, 研究生导师, 主要研究方向为控制理论与仪器测试技术。

E-mail: 13804657@qq.com

解孟其, 讲师, 主要研究方向为无线光通信中信道建模与信号处理技术。

E-mail: 149264700@qq.com