

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107666

# 基于改进 RRT 算法的移动机械臂路径规划<sup>\*</sup>

张建冬<sup>1</sup> 王东<sup>2</sup> 马立东<sup>1</sup> 郭鑫<sup>1</sup> 刘洪伟<sup>1</sup>

(1. 太原科技大学 机械工程学院 太原 030024; 2. 太原重工股份有限公司技术中心 太原 030024)

**摘要:** 针对传统 RRT 算法在复杂环境下的移动机械臂避障规划中效率较低,不能满足当前工作需求问题,提出了一种改进 RRT 避障路径算法。通过引入障碍物因子,减少了采样次数;通过对新节点生成方式进行约束,使其生长方向始终朝向目标点,加快了搜索速度;采用变步长策略,有效避免了在目标点附近出现震荡现象;通过简化路径并结合局部 3 次 B 样条曲线对其规划路径进行平滑处理,缩短了路径长度,提高了机械臂的平稳性。MATLAB 仿真结果表明,改进 RRT 算法的平均路径长度缩短了 20%,平均采样点数减少了 62%,且转折点数减少了 96%,收敛速度快,时间最优,能够满足特殊环境下移动机械臂的避障路径规划,具有较好的可行性和有效性。

**关键词:** 移动机械臂;RRT 算法;避障规划;角度偏移约束;B 样条曲线

中图分类号: TP24 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

## Obstacle avoidance planning of mobile manipulator based on improved RRT algorithm

Zhang Jiandong<sup>1</sup> Wang Dong<sup>2</sup> Ma Lidong<sup>1</sup> Guo Xin<sup>1</sup> Liu Hongwei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China;

2. Technology Center of Taiyuan Heavy Industry Co., Ltd., Taiyuan 030024, China)

**Abstract:** In response to the traditional RRT algorithm in the complex environment, the mobile robotic arm avoidance planning is low, and the current work demand problem cannot be met, an improved RRT avoidance path algorithm is proposed. By introducing an obstacle factor, the number of samples is reduced, by constraining the new node generation mode, the growth direction of the new node is always toward the target point, which speeds up the search speed. Adopting a gentle-step strategy, effectively avoiding oscillating phenomena near the target point. The planned path is smoothed by simplifying the path and combining with local cubic B-spline curve, the length of the path is shortened, and the stability of the robot arm is improved. MATLAB simulation results show that the average path length of the improved RRT algorithm is shortened by 20%, the average number of sampling points is reduced by 62%, and the number of turning points is reduced by 96%. The convergence speed is fast and the time is optimal, which can meet the obstacle avoidance path planning of the mobile manipulator in special environment, and has good feasibility and effectiveness.

**Keywords:** mobile robotic arm; RRT algorithm; availability; angle offset constraint; cubic B-spline curve

## 0 引言

目前,机械臂在工业生产中以及复杂环境下的应用变得非常广泛<sup>[1]</sup>。故而机械臂避障规划成为了该研究领域的热点以及难点。传统的避障路径规划方法通常分为基于搜索和基于采样的路径规划方法。基于搜索的路径规划方法一般有启发式搜索( $\Lambda$ -Star,  $\Lambda^*$ )算法<sup>[2]</sup>、蚁群算法<sup>[3]</sup>、遗传算法<sup>[4]</sup>、人工势场法<sup>[5]</sup>等;这些算法基本都存在收敛慢、效

率低等缺陷<sup>[6]</sup>。而基于采样的路径规划方法中最常用的是快速搜索随机树(rapidly-exploring random tree, RRT)算法,该规划方法无需对构型空间障碍物进行描述,能够广泛应用于较复杂的高维空间<sup>[7]</sup>。故而,许多研究学者针对于该算法存在的一些不足提出了不同的方法来实现和改进。其中,阮晓钢等<sup>[8]</sup>提出了基于子目标搜索的机器人目标导向 RRT 路径规划,减少了冗余搜索,通过 3 种不同子目标搜索策略克服了易出现的局部极小点问题。Zaid 等<sup>[9]</sup>提出

收稿日期:2021-08-22

\* 基金项目:国家重点研发计划项目(2018YFB1308700)、山西省关键核心技术和共性技术专项(2020XXX009)资助

了潜在引导的双向 RRT\* 算法, 提高了收敛速度并具有更有效的内存利用率。林依凡等<sup>[10]</sup>提出了无碰撞检测 RRT\* 运动规划方法, 剔除了扩展时的碰撞检测, 增加了评估函数, 保证了避碰能力。刘建宁等<sup>[11]</sup>提出了基于双向渐进最优的 RRT\*-connect 算法, 将目标偏向策略引入了采样过程, 并约束了采样区域, 使搜索路径更优。Yuan 等<sup>[12]</sup>提出了一种高效且最佳的航点缓存 (efficient and optimal waypoint cache, EOWC) 方法与基于有效偏置目标因子的快速搜索 (efficient bias-goal factor RRT, EBG-RRT) 算法组合方法, 利用潜在的缓存信息修复最佳路径。Jeong 等<sup>[13]</sup>提出了 Quick-RRT\* 方法, 扩大了 RRT\* 算法重选父节点和剪枝的范围, 但是没有解决 RRT\* 算法搜索时间较长的问题。

本文针对 RRT 算法的收敛速度慢、路径折点较多以及目标点区域震荡问题, 对其提出了改进, 使得机械臂沿着规划出的路径行驶变得更加平稳。最后通过仿真, 验证该算法的路劲转折点更少, 且路径更短时间更优。

## 1 RRT 算法

RRT 算法<sup>[14]</sup>是由 LaValle 在 1998 年提出的一种基于随机采样的全局搜索算法, 其主要目的是求得一条从起始点  $x_{\text{new}}$  到目标点  $goalPos$  的无碰撞路径。该算法可以实现快速搜索未知区域, 是一种概率完备算法, 可以被应用到移动机械臂的运动规划上<sup>[15]</sup>。

其算法原理如下: 在空间地图中, 以起始点  $starPos$  作为树根节点, 随机采样得到  $x_{\text{rand}}$ ; 然后在随机树中找到距离  $x_{\text{rand}}$  最近的点  $x_{\text{nearest}}$ , 在随机采样点  $x_{\text{rand}}$  以及最近点  $x_{\text{nearest}}$  连线方向上以固定步长  $step1$  扩展一新节点  $x_{\text{new}}$ , 判断最近点  $x_{\text{nearest}}$  与新节点  $x_{\text{new}}$  之间是否存在障碍物, 若存在, 则舍弃该节点, 重新进行采样扩展新节点; 否则, 将该节点加入到随机扩展树中; 最后直到找到目标点则算法结束。随机树生长过程如图 1 所示。

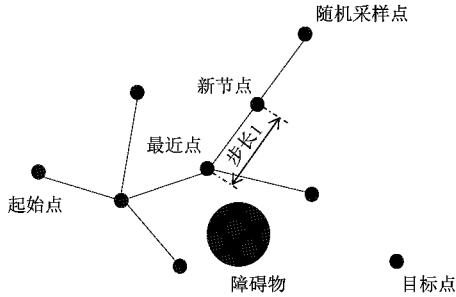


图 1 随机树生长过程

即使基本 RRT 算法在全局搜索以及高维空间的路径上有非常广泛的应用, 但是 RRT 本身也存在这一些算法上的不足, 比如随机性较大, 缺乏路径导向性; 搜索时间较慢; 未考虑路径代价导致路径转折较多、路径距离较长等。

## 2 改进的 RRT 算法

本文改进 RRT 算法分别从搜索速度、运行时间、路径代价等方面入手, 首先保证了算法的成功率以及高效性。其次通过对去除多余采样点, 加快搜索速度。然后改变节点生成方式, 形成最优路径。最后通过简化路径, 平滑路径转折点, 提升了规划路径的平滑程度, 满足机械臂运作需求。具体扩展流程如图 2 所示。

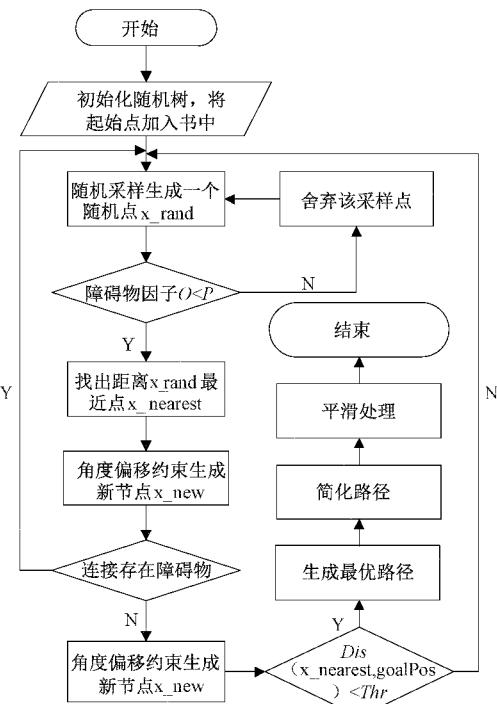


图 2 改进 RRT 扩展流程

### 2.1 障碍物因子

一般 RRT 算法方法中都具有快速的采样搜索速度, 但是它们在整个工作空间中是随机采样的, 所以存在大量无用的采样点。针对上述不足, 在生成随机采样点后, 以采样点为中心, 间隔 45° 均匀分为 8 个方向, 在这 8 个方向内分别判断是否满足生长条件, 若不满足则舍弃该采样点重新进行采样。

因此, 选择引入障碍物因子作为评判要求。障碍物因子是检测到随机采样点到障碍物距离的倒数。越靠近障碍物, 障碍物因子就越高。如果某个方向上的障碍物因子超过某个阈值, 则存在障碍物, 否则它处于安全水平, 如式(1)所示。

$$O = \frac{1}{dis(x_{\text{rand}}, obs)} \quad (1)$$

该部分伪代码如下:

T.init

$x_{\text{rand}} \leftarrow getSamplePoint(mapSize)$

$P \leftarrow dist0$

```

for i = 1:size(obs,1)
    if x_rand in environment end out obs
    O ← 1/dist(x_rand,obs)
    if O > P
        flag = 1
        break
    end
end
end

```

## 2.2 阶段性变步长策略

在整个搜索过程中, RRT 算法都是在随机点与附近点连线方向上以固定步长来扩展新节点, 该方法在前期迭代过程中是可行的, 但是当随机点  $x_{nearest}$  落在目标点区域内时, 如果继续采用固定步长扩展新节点会使搜索路径在目标点附近徘徊, 增加了算法的计算时间以及生成的路径转折较多。因此受自适应动态步长启发<sup>[16]</sup>, 提出一种阶段性变步长优化方法, 如图 3 所示。

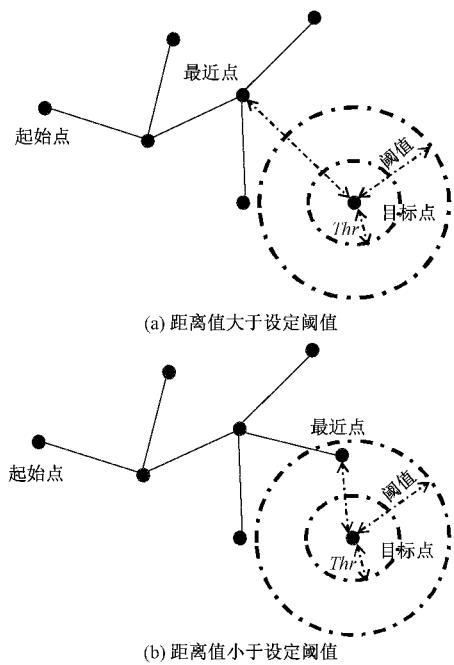


图 3 变步长策略示意图

当最近点  $x_{nearest}$  与目标点  $goalPos$  之间的距离大于设定的阈值  $m$  时, 生长步长采用初始的第 1 阶段步长  $step_1$ , 如图 3(a) 所示; 而当最近点  $x_{nearest}$  与目标点  $goalPos$  之间的距离小于设定的阈值  $m$  ( $m > Thr$ ) 时, 生长步长采用第 2 阶段步长  $step_2$ , 如图 3(b) 所示。变步长表达式如式(2)所示。

$$step = \begin{cases} step_1, & dis(x_{nearest}, goalPos) > m \\ step_2, & \end{cases} \quad (2)$$

该部分伪代码如下:

$T.init$

```

for i=1:size(treeNodes,2)
    dist(i)←juli(treeNodes(i).node,x_rand)
end
[~,idx]=min(dist)
x_nearest←treeNodes(idx).node
if dis(x_nearest,goalPos)<m
    step=step_2
else
    step=step_1
end

```

## 2.3 角度偏移约束

基本 RRT 算法在随机采样点以及产生新节点的过程中具有很大的盲目性, 缺乏导向性, 以致于整个算法在计算时间上花费的比较长。传统新节点  $x_{new}$  的产生是随机产生一采样点  $x_{rand}$ , 判断  $x_{rand}$  周围父节点到其欧氏距离, 选择最近点  $x_{nearest}$  与  $x_{rand}$  连接即为  $x_{new}$  生长方向, 在该方向取默认步长  $step$  即可得到新节点  $x_{new}$ 。因此, 为了使新节点  $x_{new}$  在生长过程中具有目标导向性, 结合引力势场思想, 引入引力权重系数  $l^{[17]}$ 。生成新的节点  $x_{new}$  时, 对其节点添加角度偏移约束, 即在生成新节点  $x_{new}$  时, 其位姿除了由原本的随机采样点  $x_{rand}$  和最近点  $x_{nearest}$  决定, 同时也受目标点  $goalPos$  与最近点  $x_{nearest}$  方向决定, 使其朝着目标点方向生长, 且不同步长也会影响新节点的位置变化, 如图 4 所示。

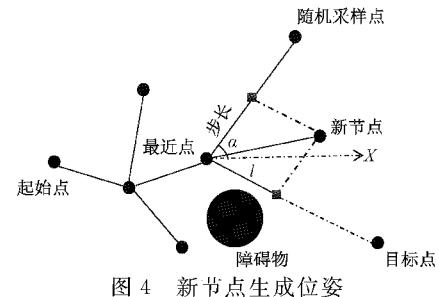


图 4 新节点生成位姿

其位姿方程如下:

当  $x_{nearest}$  与  $goalpos$  的距离大于  $m$  时, 则:

$$x_{new}.X = x_{nearest}.X + step_1 \cos\alpha + l \times \frac{x_{nearest}.X - goalpos.X}{\|x_{nearest}.X - goalpos.X\|} \quad (3)$$

$$x_{new}.Y = x_{nearest}.Y + step_1 \sin\alpha + l \times \frac{x_{nearest}.Y - goalpos.Y}{\|x_{nearest}.Y - goalpos.Y\|} \quad (4)$$

当  $x_{nearest}$  与  $goalpos$  的距离小于  $m$  时, 则:

$$x_{new}.X = x_{nearest}.X + step_2 \cos\alpha + l \times \frac{x_{nearest}.X - goalpos.X}{\|x_{nearest}.X - goalpos.X\|} \quad (5)$$

$$x_{new}.Y = x_{nearest}.Y + step_2 \sin\alpha + l \times \frac{x_{nearest}.Y - goalpos.Y}{\|x_{nearest}.Y - goalpos.Y\|} \quad (6)$$

其中,  $x_{new}.X$  为新节点的  $X$  坐标,  $x_{new}.Y$  为新节点的  $Y$  坐标,  $x_{nearest}.X$  为最近点的  $X$  坐标,  $x_{nearest}.Y$  为最近点的  $Y$  坐标;  $step_1$  为第 1 阶段步长,  $step_2$  为第 2 阶段步长;  $\alpha$  为随机点与最近点连线与  $x$  轴的夹角;  $l$  为自适应引力权重系数, 根据判断最近点与障碍物的欧氏距离自主调节, 开始为  $l=0.2$ 。

### 3 路径平滑处理

#### 3.1 路径简化

RRT 算法在生成路径之后, 由于其随机性导致路径都是由连续的曲折线段构成, 这会造成大量的无用路径以及冗余节点存在, 对于机械臂的运作平稳性而言比较差。因此在生成路径之后需要对其进行路径平滑处理, 在此之前, 首先对其进行路径简化, 删减路径中不重要的节点, 具体步骤如下。

步骤 1: 路径生成之后采用正向遍历方法, 将起始点 starPos 作为第 1 个无碰撞点加入列表 path\_lite() 中。

步骤 2: 以 starPos 为起点, 依次连接下一个节点  $X_i$ , 并判断其连线是否存在障碍物。

步骤 3: 若连线存在障碍物, 则将  $X_i$  的前一个节点  $X_{i-1}$  作为新的起始点依次连接下一个节点且进行碰撞检测, 同时将 starPos 与  $X_{i-1}$  连线之间的所有冗余节点去除, 并且将节点  $X_{i-1}$  存放到节点列表 path\_lite() 中。

步骤 4: 重复上述步骤 2、3, 直到找到目标点 goalPos 则停止。

如图 5 所示, 从起始点 starPos 开始, 分别连接  $X_1$ 、 $X_2$ 、 $X_3$ 、 $X_4$ , 在连接  $X_4$  时存在障碍物, 故以  $X_3$  作为开始点连接  $X_4$ 、 $X_5$ 、目标点 goalPos, 同时去除起始点 starPos 与  $X_3$  之间的所有冗余点  $X_1$ 、 $X_2$ 。 $X_3$  与目标点 goalPos 连线存在障碍物, 故以  $X_5$  为开始点依次向后连接, 并去除  $X_3$  与  $X_5$  之间多余点  $X_4$ 。这样原本的路线起始点 startPos— $X_1$ — $X_2$ — $X_3$ — $X_4$ — $X_5$ —目标点 goalPos 简化为了起始点 startPos— $X_3$ — $X_5$ —目标点 goalPos。通过对路径的简化可以很明显地发现, 简化后的路径折线段更少, 多余的冗余点也极大减少, 路径相对较平滑。

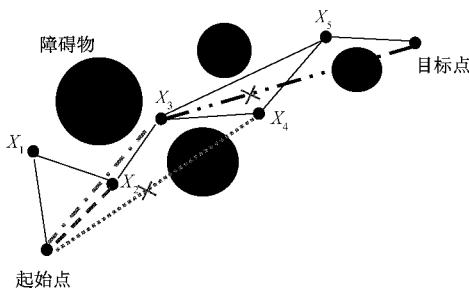


图 5 路径简化示意图

#### 3.2 局部平滑处理

经过上述简化后的路径中仍然存在较多的转折点, 若

相邻节点拐角过大将降低机械臂运行的平稳性, 甚至会使电机受到冲击或者振动, 影响机械臂使用寿命。为了使规划出的路径满足机械臂的运动要求, 对路径进行平滑处理。由于 B 样条曲线的局部性和连续性特点, 本文采用局部 3 次 B 样条曲线对简化后的路径进行拟合, 达到路径平滑的目的<sup>[18]</sup>。样条曲线总方程公式如式(7)所示。

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i F_{i,k}(t) \quad (7)$$

式中:  $P_i$  为控制曲线的特征点;  $F_{i,k}(t)$  为  $K$  阶 B 样条基函数。

然而, 对于一些复杂环境下, 直接对简化后的路径采用 3 次样条曲线进行平滑处理, 会导致平滑出来的曲线可能会与障碍物相交, 无法满足要求。因此为了使平滑后路径能够完全避开障碍物, 本文将在每个路径转折点处分别向前和向后以一定距离  $d$  设置控制点, 如图 6 所示。然后在不改变整条路径形状的基础上, 通过 3 次样条曲线对其进行局部平滑处理。

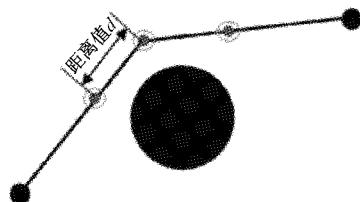


图 6 设置控制点示意图

图 6 中, 距离值  $d$  的数值可根据实际情况进行调节, 文中设置  $d=15$ 。该值越小, 折线平滑的地方圆弧就越小, 曲率就越大, 因此向外扩张幅度就越小, 就越不容易与障碍物相交, 如图 7(b) 所示。

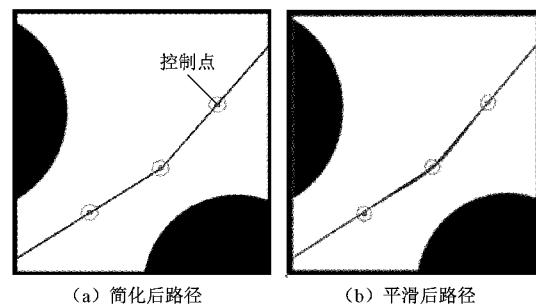


图 7 局部平滑

图 7 中, 黑色圆球部分为障碍物; 左图为简化后路径; 右图为平滑处理后路径, 线上点为控制点。

## 4 算法仿真及结果分析

### 4.1 路径规划仿真分析

电脑配置以及仿真实验平台为: Windows10 系统专业版, 处理器 Intel (R) Core (TM) i7-10700, CPU 主频 2.9 GHz, 机带 RAM 16 GB。

为了验证本文改进 RRT 算法具有更好的性能以及平稳性,本文将在简单、一般、复杂 3 种二维仿真环境下对 RRT 和本文改进 RRT 算法进行对比实验。为简化地图以及模仿真实环境中障碍物的不确定性,将障碍物设置为随机生成的圆形障碍物。地图大小均为 [300, 300], 起始点 startPos 设置为 [0, 0], 目标点 goalPos 设置为 [300, 300]。由于 RRT 算法本身具有随机性,故而在每个环境中分别对 RRT 和改进 RRT 算法执行 20 次重复试验,并统计各个指标的平均值。规划结果如图 8 所示。

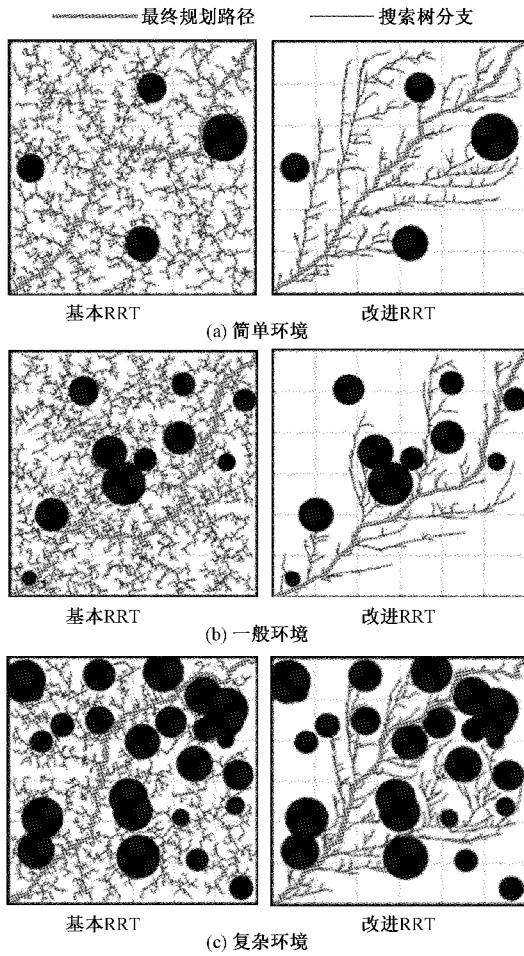


图 8 路径规划仿真结果

图 8 中,黑色圆球部分为障碍物;细线条为搜索树分支;粗线条为规划出的路径。综上 3 种环境所规划的结果可知,与 RRT 算法相比,改进 RRT 算法在搜索过程中具有更好的导向性和目的性,大大减少了多余采样节点,有效提升了搜索时间。

由表 1 可知,RRT 算法在 3 种环境下的平均采样点数为 2 855 个,而改进 RRT 在 3 种环境下的平均采样点数为 1 097 个,减少了 62%;此外,RRT 算法在 3 种环境下的平均运行时间为 3.83 s,而改进 RRT 为 0.69 s,缩短了 82%。因此,对于基本 RRT 算法而言,本文改进 RRT 算法具有更好的规划效率,能够更快的规划出可行路径。

表 1 两种算法在不同环境下的平均采样点数和平均运行时间

环境	算法	平均采样点数	平均运行时间/s
简单环境	RRT	2 861	3.17
	改进 RRT	1 150	0.59
一般环境	RRT	2 718	3.35
	改进 RRT	996	0.56
复杂环境	RRT	2 985	4.98
	改进 RRT	1 145	0.92

#### 4.2 平滑处理仿真分析

由图 8 可以看出,改进 RRT 规划出的路径依然比较曲折,折点较多,不利于机械臂的运作平稳性。因此,将路径长度以及路径转折点作为评判准则,衡量算法对路径的优化效果。同样在每个环境中分别对 RRT 和改进 RRT 算法执行 20 次重复试验,并统计各个指标的平均值。图 9 是对改进 RRT 算法所规划路径的简化和平滑处理;表 2 为改进 RRT 与基本 RRT 的数据对比。

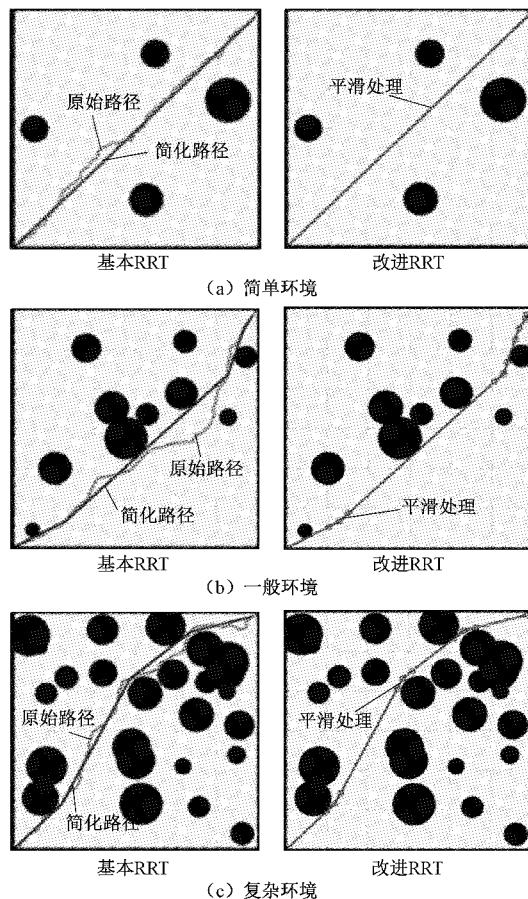


图 9 路径平滑处理

图 9 中,黑色圆部分为障碍物;左图线条分别为改进 RRT 规划的原始路径和简化后路径;右图线条为平滑处理

后路径;右图平滑路径上面的小圆圈为转折点以及设置的平滑控制点。由图 9 可知,改进 RRT 算法在路径简化后折点大大减少,路径长度比基本 RRT 缩短的很多。同时在转折点处进行了润滑,减去了较大的弯角对机械臂造成的影响,提升了机械臂的运动平稳性需求。

**表 2 两种算法在不同环境下的平均转折点数和平均路径长度**

环境	算法	平均转折点数	平均路径长度/mm
简单环境	RRT	104	531.01
	改进 RRT	1	417.99
一般环境	RRT	105	534.18
	改进 RRT	4	428.92
复杂环境	RRT	111	574.65
	改进 RRT	7	467.72

由表 2 可知,基本 RRT 算法在 3 种环境中的平均转折点数和平均路径分别为 107 个和 546.61 mm,而改进 RRT 算法的平均转折点数与平均路径长度分别为 4 个和 438.21 mm,相比而言,平均转折点数减少了 96%,平均路径长度缩短了 20%。因此,对于一些特殊环境作业,本文改进的 RRT 算法在路径平滑以及路径长度方面更加占优,保证了机械臂工作的平稳性以及能够更快的达到目的地。

## 5 结 论

针对基本 RRT 算法在路径规划过程中存在的一些不足,提出了一种改进 RRT 算法,极大去除了多余的采样点且使新节点生成始终朝着目标点方向生长,通过对路径进行优化,提升了机械臂规划路径的效率。相对于 RRT 算法,本文提出的改进算法具有更好的优越性。其中,在运行时间上缩短了 82%,迭代速度更快;随机采样点数方面减少了 62%,搜索效率显著提高;最终路径比基本 RRT 算法路径更短更平滑,足足缩短了 20%;通过 MATLAB 仿真可以发现,改进后的 RRT 算法能够高效快速的规划出可行路径,同时在路径平滑方面更优,更符合机械臂在运作过程中的平稳性,整体效果更佳。

## 参考文献

- [1] 胡嘉阳,韦巍. 基于五次 NURBS 曲线的六轴机器人多目标轨迹优化[J]. 电子测量与仪器学报,2020,34(6):198-203.
- [2] LIANG C, ZHANG X, WATANABE Y, et al. Autonomous collision avoidance of unmanned surface vehicles based on improved a star and minimum course alteration algorithms [J]. Applied Ocean Research, 2021, 113:102755.
- [3] DONG X S, DONG W Y, CAI Y L. Ant colony optimisation for coloured travelling salesman problem by multi-task learning [J]. Iet Intelligent Transport Systems, 2018, 12(8): 774-782.
- [4] 潘成胜,周敏,杜秀丽,等. 基于改进遗传算法的装备保障效能评估指标约简[J]. 计算机仿真,2021,38(7):223-229.
- [5] 郑来芳,欧阳明华. 基于人工势场的风管机器人避障方法[J]. 电子测量技术,2018,41(19):18-21.
- [6] 朱佑滔,何志琴,施文烨. 多种群蚁群算法在机械手臂路径规划中的设计与应用[J]. 机械传动,2021,45(4):160-165.
- [7] 张卫波,肖继亮. 改进 RRT 算法在复杂环境下智能车路径规划中的应用[J]. 中国公路学报,2021,34(3):225-234.
- [8] 阮晓钢,周静,张晶晶,等. 基于子目标搜索的机器人口标导向 RRT 路径规划算法[J]. 控制与决策,2020,35(10):2543-2548.
- [9] ZAID T, QURESHI A H, YASAR A, et al. Potentially guided bidirectionalized RRT\* for fast optimal path planning in cluttered environments[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 108:13-27.
- [10] 林依凡,陈彦杰,何炳蔚,等. 无碰撞检测 RRT\* 的移动机器人运动规划方法[J]. 仪器仪表学报,2020,41(10):257-267.
- [11] 刘建宇,范平清. 基于改进的 RRT\*-connect 算法机械臂路径规划[J]. 计算机工程与应用,2021,57(6):274-278.
- [12] YUAN C, LIU G, ZHANG W, et al. An efficient RRT cache method in dynamic environments for path planning[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2020, 131(9):103595.
- [13] JEONG I B, LEE S J, KIM J H. Quick-RRT\*: Triangular inequality-based implementation of RRT\* with improved initial solution and convergence rate[J]. Expert Systems with Applications, 2019, 123:82-90.
- [14] 江洪,蒋潇杰. 基于 RRT 改进的路径规划算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2021,35(7):10-16.
- [15] 升高扬,周绍磊,吴青坡. 基于改进 RRT 算法的无人机航迹规划[J]. 电子学报,2017,45(7):1764-1769.
- [16] 黄壹凡,胡立坤,薛文超. 基于改进 RRT-Connect 算法的移动机器人路径规划[J]. 计算机工程,2021,47(8):22-28.
- [17] 刘恩海,高文斌,孔瑞平,等. 改进的 RRT 路径规划算法[J]. 计算机工程与设计,2019,40(8):2253-2258.
- [18] 王延年,向秋丽. 基于改进粒子群优化算法的六自由度机器人轨迹优化算法[J]. 国外电子测量技术,2020,39(1):49-53.

## 作者简介

张建冬,硕士研究生,主要研究方向为智能机器人集成技术、运动规划。

E-mail:zjd13142021@163.com

马立东(通信作者),工学博士,教授,博士生导师,主要研究方向为智能机器人系统、智能化弯曲、矫直工艺与装备。

E-mail:mald@tyust.edu.cn