

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107943

多监测条件下地铁明挖车站周边地表沉降预测分析*

郝士程^{1,2} 解广成¹ 辛全明³ 王振霖¹(1. 中建东设岩土工程有限公司 沈阳 110000; 2. 中国建筑东北设计研究院有限公司 沈阳 110000;
3. 辽宁省岩土与地下空间工程技术研究中心 沈阳 110000)

摘要: 基于某地铁明挖车站实测数据的基础上,讨论影响地铁车站基坑周边地表沉降的主要因素,开展分析与预测。首先利用相关性分析获取各类监测数据的相关程度并获取关联参数;其次采用多元拟合回归分析建立非线性回归模型,分析地表沉降规律并进行沉降预测;最后使用某地铁车站明挖深基坑实测数据用于实验及结果检验。经检验后发现预测值与实测值的最大误差为0.273 mm且预测沉降趋势与实测沉降趋势完全一致,说明方法具有一定可行性。以期在实际工程实践中减少地表沉降观测频率,降低工作量,更加科学的认知地表沉降的原因及充实防范策略。

关键词: 相关性分析;监测数据;回归模型;地表沉降

中图分类号: TB22 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 420.4020

Prediction and analysis of surface settlement around subway open cut station under multi monitoring conditions

Yan Shicheng^{1,2} Xie Guangcheng¹ Xin Quanming³ Wang Zhenlin¹

(1. CSCEC Dongshe Geotechnical Engineering Co., Ltd., Shenyang 110000, China;

2. China Architecture Northeast Design and Research Institute Co., Ltd., Shenyang 110000, China;

3. Liaoning Geotechnical and Underground Space Engineering Technology Research Center, Shenyang 110000, China)

Abstract: Based on the measured data of a subway open cut station, the main factors affecting the surface settlement around the foundation pit of the subway station are discussed, analyzed and predicted. Firstly, correlation analysis is used to obtain the correlation degree of various monitoring data and correlation parameters. Secondly, the nonlinear regression model is established by multi-element fitting regression analysis to analyze the law of surface settlement and predict the settlement. Finally, the measured data of open cut deep foundation pit of a subway station are used for experiment and result inspection. After inspection, it is found that the maximum error between the predicted value and the measured value is 0.273 mm, and the predicted settlement trend is completely consistent with the measured settlement trend, indicating that the method is feasible. In order to reduce the observation frequency of surface settlement, reduce the workload, more scientifically understand the causes of surface settlement and enrich the prevention strategies.

Keywords: correlation analysis; monitoring data; regression model; surface subsidence

0 引言

随着国家基础设施建设力度的不断加大,地铁工程作为国民经济的重要支撑项目已在众多主要城市建设开来,地铁车站深基坑的数量及规模日渐加大。在实际的地铁车站深基坑开挖工艺中,明挖法由于其造价较低、工艺简单、省时省力、运输方便的优势往往是地铁车站工程建设的首选方式,因此对于明挖深基坑周围地表沉降的研究和预测分析十分必要。

目前地铁深基坑周边地表沉降的观测方法主要是利用水准仪器采用多种类别水准路线的观测方式按点、按序进行观测,这类方式人员投入精力较大、费时费力,同时由于基坑周边工程设施及车辆众多也会导致部分沉降点无法观测或发生被破坏的情况,使得现场作业难度加大,成为地铁深基坑监测项目中最繁琐的监测项目之一。因此,现有的关于深基坑地表沉降研究主要是利用相关公式加以演算探知其沉降趋势,或者是结合其他潜在影响地表沉降的数据

收稿日期:2021-09-24

* 基金项目:中建股份科技研发计划(CSCEC-2017-Z-37,CSCEC-2020-Z-57)、中建东北院科技研发计划(DBY-KY-05)项目资助

进行建模分析等。如李向群等^[1]以长春地铁三号线东广场明挖基坑为实例,按时间序列进行现场实际观测,根据沉降观测点的变化趋势进行变化规律的探究;苟胜荣^[2]基于某地铁站的深基坑实测数据,参考周围建筑物沉降、支护水准位移、地下管线沉降等相关数据采用平均法预测模型推导分析地表沉降规律;宋新海^[3]根据某城市地下综合管廊的监测数据,利用Peck经验公式进行拟合回归分析沉降断面的变化情况。

通过对现有研究的总结后发现,大部分实验研究有如下几种问题。1)没有归纳总结出实际工程项目中影响地表沉降的主要因素有哪些,导致模型建立的参数不准确或产生监测参数冗余现象;2)现有研究大多是参考经验公式拟合出线性回归模型进行分析预测,但是影响深基坑周围地

表沉降的因素很多,使用单一的线性回归建立模型使得实验主观性较大,且校验数据质量要求较高。基于以上问题,研究将充分分析实验所在基坑的实际情况和影响地表沉降的各类要素,采用多重相关性分析确立自由参数,拟合非线性回归分析建立分析预测模型,以期更加科学准确地预报基坑地表变化情况,服务于安全监测与施工。

1 建模方法概述

实验将基于实测数据,首先利用相关性分析找寻此工程影响深基坑周边地表沉降的主要因素并作为自变量,之后采用曲线拟合估计建立回归模型,确立表达式及缺损量,最后输入数据进行预测分析并进行精度验证,具体方法流程如图1所示。

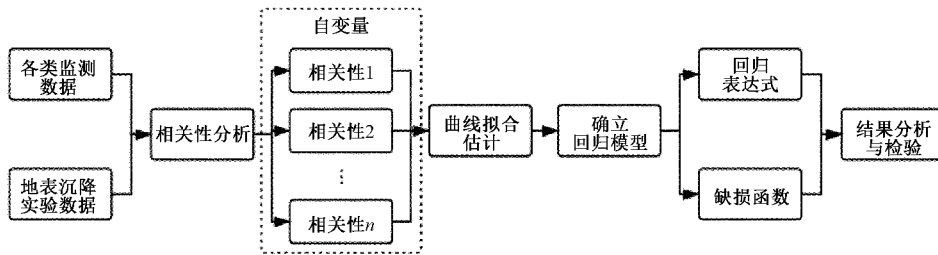


图1 方法主要技术流程

1.1 相关性分析

相关性分析是判断两个或者多个变量之间的统计学关联程度^[4],分析关联强度与关联方向。在变量间的相关性分析实验中,相关系数 r 是衡量相关程度的主要参数, r 值的计算公式如式(1)所示。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} * y_i - \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x}^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i - \bar{y}^2}} \quad (1)$$

其中, r 表示相关系数; x_i 、 y_i 表示变量; \bar{x} 、 \bar{y} 表示变量的平均值。

在实际计算中通常以 r 的绝对值为准,数值越接近1其相关性越强、越接近0其相关性越弱, $|r|$ 的数值及对应关联程度如表1所示。

表1 $|r|$ 的取值与对应关联程度

$ r $ 取值范围	关联程度
0~0.19	极低
0.20~0.39	较低
0.40~0.69	一般
0.70~0.89	高度
0.90~1.00	极高

1.2 曲线拟合估计

由于回归模型种类繁多,如何进行模型的选择对于分析预测的结果尤为重要,曲线拟合是根据实验条件与数据构成的关系分析出哪种回归模型适用于实验本身的重要方式^[5]。在拟合时要根据实验本身特点,选择几种常见的曲线模型,利用最小二乘法完成每一种模型的参数估计,检验 R^2 、 F 值等相关系数^[6],选择最适用的曲线模型进行拟合实验,用以进行回归模型中参数指引及权重分析等问题,其原理及推导过程如下所示。

1)设初始拟合多项式:

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_ix^i \quad (2)$$

2)计算偏差方,统计各点到曲线的距离之和:

$$R^2 = \sum_{s=1}^n [y_s - (a_0 + a_1x + \dots + a_ix^i)]^2 \quad (3)$$

3) a 值计算(求偏导):

$$-2 \sum_{s=1}^n [y_s - a_0 + a_1x + \dots + a_ix^i]x = 0 \quad (4)$$

4)等式左边简化后可得:

$$a_0 \sum_{s=1}^n x_s^i + a_1 \sum_{s=1}^n x_s^{i+1} + \dots + a_i \sum_{s=1}^n x_s^{2i} \quad (5)$$

5)建立范德蒙矩阵^[7]并简化:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{s=1}^n x_s & \cdots & \sum_{s=1}^n x_s^i \\ \sum_{s=1}^n x_s & \sum_{s=1}^n x_s^2 & \cdots & \sum_{s=1}^n x_s^{i-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{s=1}^n x_s^i & \sum_{s=1}^n x_s^{i+1} & \cdots & \sum_{s=1}^n x_s^{2i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdots \\ a_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^n y_s \\ \sum_{s=1}^n x_s y_s \\ \vdots \\ \sum_{s=1}^n x_s^i y_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^i \\ 1 & x_2 & \cdots & x_2^i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

经过上式计算后得到系数矩阵, 即可得到拟合曲线。

1.3 回归分析

基于回归分析的预测方法是确定自变量与因变量的相关关系的基础上, 建立变量间的回归方程, 经过一系列的参数调试形成回归预测模型, 通过各自变量的变化情况科学的推拟演算出因变量在一定周期内的变化趋势^[8]。回归分析模型分为一元与多元、线性与非线性, 实验将使用多元非线性^[9]的回归模型进行预测分析。

多元非线性回归模型具有可同时顾及多个自变量且不局限于线性关联的关系, 较为客观的展现真实的回归演变可能的优势, 其原理公式如下:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 x_i^2 + \cdots + \beta_n x_i^{n-1} + c_i$$

其中, n 表示次数, β 表示常数, c_i 表示残差缺损值。

在回归模型的校验中最重要的两个参数是 R 值、 F 值, 计算公式如式(6)、(7)所示。

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6)$$

$$F = \frac{(n-3)R^2}{2(1-R^2)} \quad (7)$$

2 工程概况与相关实验数据总结归纳

2.1 工程概况

本次实验场地选取大连地铁四号线东方路站深基坑, 建筑物平面形状为矩形, 为大连地铁四号线一期工程的第 16 座车站。车站中心里程为 DK24+196.647, 车站长度为 186 m、深度为 19.9~24.2 m、宽度为 20.7 m, 为地下两层岛式车站, 站台宽 12 m。

在地质条件上主要由 3 部分组成。1) 素填土: 灰褐色、黄褐色, 层厚大致 3.8~8.8 m; 2) 杂填土: 深灰色、红褐色, 层厚大致 2.2~2.8 m; 3) 中风化白云岩: 灰色、灰白色, 层深大致 6.5~25 m。

2.2 地表沉降影响因素总结归纳

影响地铁明挖车站周边地表沉降的因素众多, 实验将抛开外界影响, 集中考虑工程本身的各部分可能影响地表起伏变化的因素, 通过利用各种监测手段获取原始数据进

行分析, 着重基于变形监测观测项的相关手段进行工程本身的顾及性分析预测。

经过对工程项目的实地考察发现, 基坑项目周边地表沉降变化的主要影响因素可能为土体位移、地下水位的上升与下降及冻胀问题等。其中土体位移问题是影响地表起伏最直观最显著的因素, 土体位移引发的地表沉降因素较为众多, 向基坑方向位移是基坑周边土体最常见的变化方向, 因此实验将获取钢支撑轴力及梁支撑应力作为监测实验数据; 在土体平行基坑边位移上将采用桩顶水平位移观测值及桩身水平位移监测值进行表示。地下水数据用水位监测仪按日按时监测。关于冻胀问题由于实验所用数据为夏季因此可不予考虑。

2.3 监测数据介绍

1) 地表沉降监测

在基坑周边布设 24 个断面, 每个断面 5 个监测点, 每个点按序距离基坑 2、5、10、15、20 m, 暨每个断面宽度为 20 m, 共计 120 个地表沉降观测点。图 2 为地表监测点。

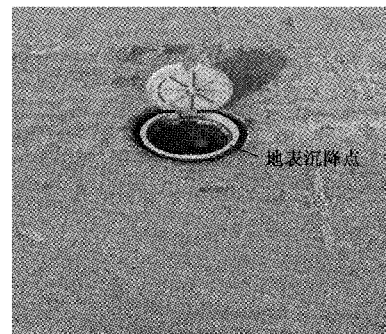


图 2 地表沉降观测点

在实际监测上, 监测周期为每日一次, 监测方式是以场地内既定的测量监测点为基准, 采用闭合水准路线的方式进行观测。

2) 梁支撑应力监测

在深基坑周围的围护栏上共布设 12 个轴力观测箱, 每个观测箱有 4 组监测导线, 每组导线下的轴力计安装在基坑支撑梁上, 用以实时监测支持梁的轴力变化情况, 观测周期为每日一次。图 3 为支撑轴力监测。

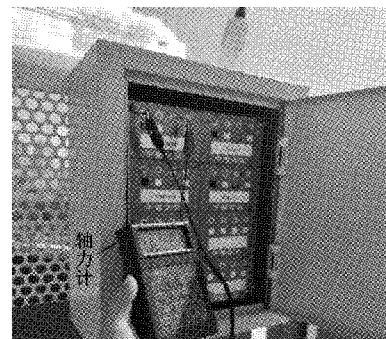


图 3 支撑轴力监测

3) 地下水位监测

在深基坑周边共布设了10根地下水位监测管,每根管直抵与基坑底部同深的位置,在监测时使用地下水位监测仪获取水位到地面的距离,用以探知地下水位变化情况,监测周期每日一次,如图4所示。

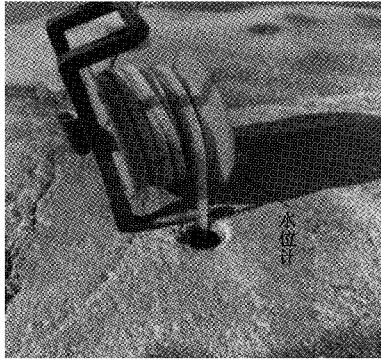


图4 地下水位监测

4) 钢支撑轴力监测

钢支撑的轴力监测方式与梁支撑大致相同。在布设上,每隔2~3个钢支撑布设一个大型轴力计在钢支撑与钢围岭的连接处。监测周期为每日一次。

5) 桩顶水平位移观测

在深基坑上的支撑围岭上共布设了22徠卡迷你棱镜,在基坑南北两边布设有4个观测点并且有2个后视基准点。观测时采用已知后视点的方式按需逐棱镜观测,观测频率为每日一次。

6) 桩身水平位移监测

在桩顶及支撑围岭上共布设20根测斜专用管,每根

管长短不一长度范围在13.5~22.5m,利用CX-3C型深基坑测斜仪进行监测,每次监测的变化量自动累计,用以确定基坑外壁桩身变化情况,如图5所示。

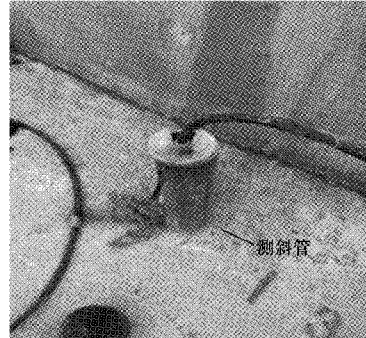


图5 桩身水平位移监测

3 深基坑地表沉降分析预测实验

由于施工现场情况复杂,在实验数据的选择上集中在深基坑西南边地带。此处施工车辆来往较少、且不作为施工主现场因此受到外界干扰的因素较少,可以确保实验的客观真实性。

3.1 监测数据相关性分析

1) 监测数据变化趋势分析

在实验主要数据上有作为预测对象(因变量)的地表沉降观测值以及作为自变量的轴力值(梁支撑、钢支撑)、地下水位值、桩顶水平位移值及桩身水平位移值。实验将选用2021年8月7日~2021年8月22日的深基坑实际监测数据作为实验数据。图6为实验区间内地表点累计沉降值(因变量),图7为各监测数据(自变量)在变化情况。

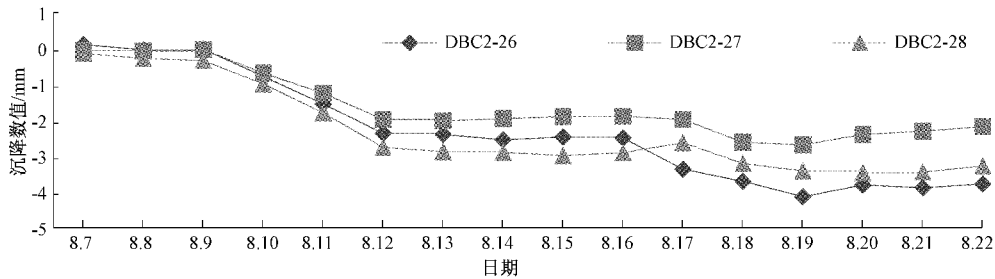


图6 沉降断面点累计变化曲线

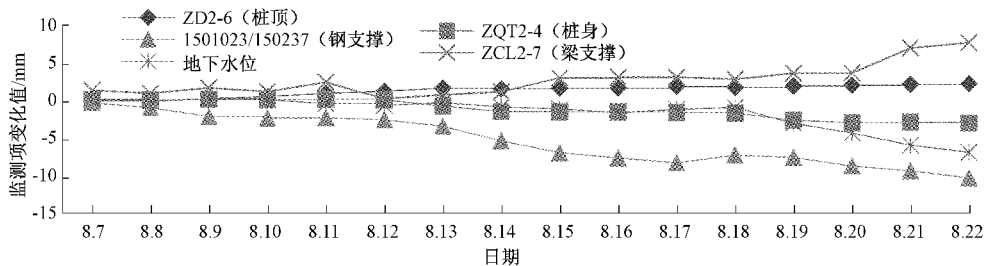


图7 监测数据实验周期变化情况

在各类作为自变量的监测数据的统计中有4点说明: (1)梁支撑的轴力箱内共有4组监测线,既实验地表点附

近的支撑梁上有 4 个监测点,在进行变化量统计时取平均值作为变化值;(2)桩身测斜监测为每半米测一次,由于本次实验仅讨论地表沉降规律,因此只取离地面半米位置的数值;(3)在讨论钢支撑轴力数值时选取离实验断面最近的两个钢支撑,取均值展开分析;(4)钢支撑轴力数据及地下水位值的变化量过大,在进行趋势统计时纵轴刻度线的变化数值过大,分析时直观性较弱,因此对于这两类监测数值要进行归一化处理,处理方式选取改进的 z-score 标准化算法^[10],如式(8)所示。

$$Z = \frac{|x - \mu|}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \mu^2}} \quad (8)$$

2)相关性分析统计

基于 IBM-SPSS 分析平台采用皮尔逊相关系数法则进行双尾显著性检验实验^[11]。因变量 3 个实验沉降点分别与自变量 5 类监测数据进行多变量下的相关性分析,分析结果(*r* 值)如表 2 所示。

3)相关性分析小结

从实验结果中可以发现,5 项监测值与地表点沉降都具有一定的关联度,桩顶水平位移、桩身水平位移及钢支撑的轴力值与地表点沉降值的关联度很高,平均关联值分别达到 0.967、0.852、0.849。梁支撑轴力值、地下水位变化值相对而言与地表点沉降的关联度较为一般,其平均关

表 2 相关系数(*r*)值

因变量	自变量				
	桩顶水平	桩身水平	钢支撑	梁支撑	地下水位
DBC2-26	0.972	0.881	0.901	0.633	0.681
DBC2-27	0.954	0.783	0.811	0.475	0.572
DBC2-28	0.975	0.810	0.836	0.524	0.632
<i>r</i> 平均值	0.967	0.825	0.849	0.544	0.628

注:实验所用数据均为实测数据。

联值分别为 0.544、0.628。因此在后续的实验中将剔除掉梁支撑轴力值、地下水位监测值这两项内容以避免数据冗余,着重考虑桩顶水平位移、桩身水平位移及钢支撑的轴力值对于地表沉降的影响,充分参考各自的相关系数数值,服务于下一步的实验。

3.2 曲线拟合估计

1)曲线拟合实验

为减少文章篇幅避免冗余,拟合实验将选用 DBC2-26 号沉降点为实验点,分别与剩余 3 类自变量监测数据进行曲(直)线拟合,实验结果如图 8 所示。

在模型评判上引入 *R*²、*F* 值及显著性作为评判法则,相关参数如表 3 所示。

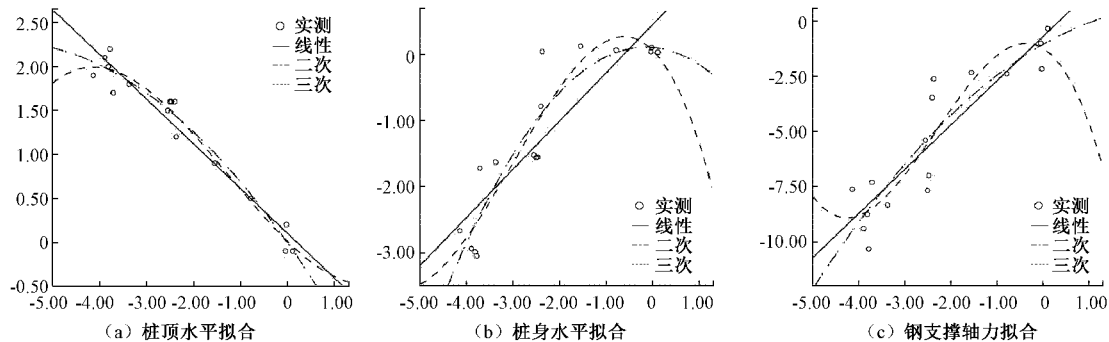


图 8 拟合曲线图

表 3 模型参数对比

方程表达式	模型指数		
	<i>R</i> ²	<i>F</i>	显著性
线性	0.944	237.774	<0.05
二次	0.964	173.052	<0.05
三次	0.966	113.728	<0.05

2)曲线拟合分析小结

通过曲线拟合实验发现,3 种方程模型在显著性上都趋近于 0,说明这 3 种方程都有极大的概率能够拟合回归出预测模型。不过在对比 *R*² 和 *F* 值后发现,三次方程式的 *R*² 最大且 *F* 值最小,因此相比较而言三次非线性拟合方程是最佳的建立回归模型的基础方程,在接下来的回归模型建立及分析中,实验将以确定的回归方程为基准,不

断推拟出模型结构,进行实验目标的分析预测。

3.3 回归模型建立与优化

1)模型参数

构建回归模型的主要参数有残差值、曲线模拟中的参数估算常量和 *B* 值。残差值是用来衡量模型迭代次数的指示性数值,常量和 *B* 值是作为初始值的重要指标,经过拟合及 ANOVA 表统计之后 DBC2-26、DBC2-27、DBC2-28 3 个沉降点位的各自参数值如表 4 所示。

2)模型迭代优化

以模型残差作为衡量标准,通过不断地运行模型找寻最佳迭代次数,使得模型残差不断减小致几乎保持稳定为止^[12-13]。迭代优化是模型训练中必不可少的一步,可使得模型计算出最优解,预测值更加准确。

表4 回归模型参数指标

沉降点	参数				
	残差总和	常量	B1	B2	B3
DBC2-26	30.224	0.010	-0.521	0.960	0.260
DBC2-27	58.406	0.016	-0.033	0.854	0.222
DBC2-28	41.215	-0.226	-0.933	-0.237	-0.045

实验将基于三次方多项式方程(如式(9)为原始公式),采用标准误差自助抽样估算中的序列二次规划算法的非线性回归分析的方式进行^[14-16],在迭代步骤限制上采用两次法并顾及最优性容差和函数精度,在缺损函数上定义为 abs(RESID_)。

$$y = B1x_1^3 + B2x_2^2 + B3x_3 + \text{常量} \quad (9)$$

分别将实验沉降点26、27、28输入到模型中进行不断迭代分析获取最优系数解及最小残差和,迭代历史记录如表5所示,表中为部分迭代结果。

表5 迭代历史记录

沉降点	迭代数	残差	参数		
			B1	B2	B3
DBS2-26	0.1	30.2	-0.52	0.96	0.26
	1.1	20.8	-0.33	0.72	0.15
	2.1	16.9	-0.28	0.63	0.11

	6.1	6.3	-0.24	0.53	0.06
	7.1	5.8	-0.23	0.51	0.02
	8.1	5.8	-0.23	0.51	0.02
DBS2-27	0.1	58.41	-0.03	0.85	0.22
	1.1	28.8	-0.07	0.81	0.17
	2.1	20.6	-0.11	0.80	0.13

	9.1	8.9	-0.14	0.73	0.08
	10.1	8.3	-0.15	0.72	0.05
	11.1	8.3	-0.15	0.72	0.05
DBS2-28	0.1	41.22	-0.93	-0.24	-0.05
	1.1	33.3	-0.63	-0.19	-0.04
	2.1	28.1	-0.52	-0.14	-0.03

	7.1	15.2	-0.31	-0.12	-0.03
	8.1	11.3	-0.29	-0.11	-0.01
	9.1	11.3	-0.29	-0.11	-0.01

经过迭代后发现 DBS2-26 点在经过第 8 次迭代、DBS2-27 经过第 11 次迭代、DBS2-28 经过第 9 次迭代后后出现最小残差及最优参数,故形成的模型表达式如式(10)~(12)所示。设常数为 c,式(10)为 26 号点位、式(11)为 27 号点位、式(12)为 28 号点位。

$$y = -0.23x_1^3 + 0.51x_2^2 + 0.02x_3 + c \quad (10)$$

$$y = -0.15x_1^3 + 0.72x_2^2 + 0.05x_3 + c \quad (11)$$

$$y = -0.29x_1^3 - 0.11x_2^2 - 0.01x_3 + c \quad (12)$$

3)回归模型小结

在经过模型参数确立及迭代优化后已得出最优解下的三次项非线性回归模型方程,接下来将利用实验所得模型表达式进行模型预测的精度分析。

3.4 精度分析

在精度检验上将使用 2021 年 8 月 23 日~2021 年 8 月 29 日的数据进行,并配合上人工闭合水准路线下的地表沉降观测数据进行对比,以验证结果的准确性。

x_1 、 x_2 、 x_3 分别代表自变量中的桩顶水平位移、桩身水平位移及钢支撑轴力值,预测结果由于小数点后位数众多为方便统计仅保留 3 位,人工测量结果及模型预测统计如表 6 所示,累计沉降情况如图 9 所示。

表6 单次沉降量统计

日期	点号					
	26	27	28	预测 26	预测 27	预测 28
23 号	-0.20	-0.01	-0.21	-0.020 5	-0.012	-0.227
24 号	-0.55	-0.46	0.08	-0.542	-0.545	0.065
25 号	-0.33	-0.10	0.86	-0.335	-0.129	0.828
26 号	-0.07	-0.07	0.24	-0.081	-0.083	0.287
27 号	-0.15	0.11	-0.19	-0.143	0.119	-0.136
28 号	-0.03	0.17	-0.12	-0.031	0.210	-0.103
29 号	0.12	-0.02	-0.03	0.123	0.011	-0.035

从单次变化量上看,预测结果与实测结果总体上差别不大,最大误差发生在 26 日 DBC2-28 号点位,误差为 0.273 mm。总体上看 26 号点位的预测结果最好,这是由于 26 号点靠近基坑,受到外界影响较小;27 号点预测效果

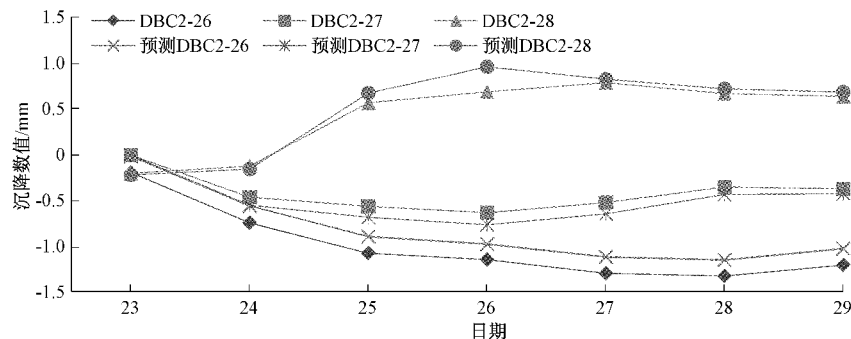


图9 累计沉降量对比

最差,分析原因是 27 号点位在路中间,车流量较大可能会对沉降规律产生一些干扰。

从累计变化上来看,实测沉降变化的总体趋势与预测趋势基本一致,说明预测模型可以在沉降规律上做到较为准确的预测,总体上看预测结果较好。

4 结 论

影响深基坑周边的地表沉降因素较多,且不同基坑影响沉降的原因或者大小也不相同。本研究基于实验所在基坑的实际条件从相关性、预测方程表达式的拟合及模型迭代优化等角度展开分析,梳理出一套适用于深基坑周边地表沉降预测的回归模型,从实验效果上看较为准确的预测出一定时间段内的沉降趋势,一定程度上减轻了外业工作量。

由于实验参数的设置,导致预测结果与实测结果产生了偏差,但是整体趋势上不受影响,在后续的研究中将增加实验数据量,优化出更为适宜的参数值,以期获得更好的实验效果。

参考文献

- [1] 李向群,李培豪,侯学飞. 基坑开挖对周边地表沉降的影响因素分析[J]. 吉林建筑大学学报,2018,35(2): 21-24.
- [2] 苟胜荣. 某地铁深基坑周围环境监测及变化规律研究[J]. 电子测量技术,2020,43(10):14-17.
- [3] 宋新海. 盾构隧道施工地表沉降监测与 Peck 公式变形预测分析[J]. 铁道建筑技术,2021,43(10):11-16.
- [4] 赵建钊. 深基坑开挖周边地表沉降预测模型构建及其应用分析[D]. 邯郸:河北工程大学,2018.
- [5] 段萌萌,唐伯明,刘唐志,等. 基于多元非线性回归的高

桥隧比高速公路事故预测模型[J]. 公路工程,2018,43(6):122-126.

- [6] 王来才,胡海军,王晨,等. 不同压实度重塑黄土持水曲线测试及模型预测[J]. 岩土工程学报,2021,43(S1): 204-208.
- [7] 孙玉强,马鑫程,袁兴明. 基于 SPSS 曲线拟合在矿山岩移监测预测分析中应用[J]. 矿山测量,2017,45(3): 53-56.
- [8] 刘钰,李登辉. 城市人口与服务业空间协同的多维度机制[J]. 地理科学,2021,41(8):1354-1363.
- [9] 凌建军. 高强度玄武岩机制砂混凝土抗压强度及非线性预测模型研究[J]. 水利与建筑工程学报,2021,19(3):124-130.
- [10] 刘锦,李峰辉,刘秀秀. 优化 GA-BP 神经网络模型及基坑变形预测[J]. 隧道建设,2021,13(3):44-51.
- [11] 付婷,张显云,张飞飞,等. 贵阳市 AOI 与 PM_{2.5} 间的相关性分析[J]. 国土与自然资源研究,2021,5(3): 29-33.
- [12] 杨根新,于庆锋. 线性回归参数的总体最小二乘估计算法研究[J]. 地理空间信息,2020,18(1):111-114,10.
- [13] 张彦栋. 线性-非线性模型反演的迭代最小二乘法[D]. 武汉:武汉大学,2018.
- [14] 朱雪枫,王建辉. 非线性重复运动系统的双迭代优化学习控制[J]. 控制理论与应用,2021,38(8):1265-1274.
- [15] 王黎光,于长青,赵炯,等. 基于预测模型迭代优化的改进比例导引率[J]. 飞行力学,2021,39(1):67-70.

作者简介

鄢士程,硕士研究生,助理工程师,主要研究方向为基坑变形监测。

E-mail:2208561841@qq.com