

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2209600

采用射影几何的圆阵靶标中心像点快速提取*

蔡文明^{1,2,3} 孙丽君^{1,2,3} 陈天飞^{1,2,3} 郭强强^{1,2,3} 范鹏翔^{1,2,3}

(1.河南工业大学粮食信息处理与控制教育部重点实验室 郑州 450001; 2.河南工业大学郑州市机器感知与智能系统重点实验室 郑州 450001; 3.河南工业大学信息科学与工程学院 郑州 450001)

摘要: 圆阵靶标广泛应用于三维测量和相机标定。在相机的透视投影作用下,靶标上圆形标记点退化成椭圆。然而,椭圆的几何中心并非圆形标记点在像面上的圆心投影。为此,本文利用射影变换下共点、共线等几何不变性质,提出了一种基于射影几何的圆阵靶标中心像点快速提取算法。首先,经过边缘检测、形状滤波及亚像素边缘提取,拟合椭圆得到一般方程;其次,通过射影变换矩阵计算靶标坐标轴方向上的两个消隐点坐标;最后,利用透视不变性原理将消隐点与椭圆一般方程联立解出椭圆的两组公切点坐标,两组切点连线的交点即为圆形标记点在像面上的圆心投影。实验结果表明:与传统搜索公切点方法相比,本文提取中心像点的重建平均距离降低了32.34%,实现了圆形标记点的精确定位,并大幅简化求解过程,具有较强的实用性。

关键词: 圆阵靶标;射影变换;消隐点;中心像点;亚像素

中图分类号: TP393 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.1050

Rapid extraction of circular array target center image points using projective geometry

Cai Wenming^{1,2,3} Sun Lijun^{1,2,3} Chen Tianfei^{1,2,3} Guo Qiangqiang^{1,2,3} Fan Pengxiang^{1,2,3}

(1. Key Laboratory of Grain Information Processing and Control of Ministry of Education, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China; 2. Zhengzhou Key Laboratory of Machine Perception and Intelligent System, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China; 3. School of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Circular array targets are widely used in 3D measurement and camera calibration. Under the perspective projection of the camera, the circular marker on the target will degenerate into an ellipse. However, the geometric center of the ellipse is not the central projection of the circular marker on the image plane. Therefore, a fast image point extraction algorithm based on projective geometry is proposed by using the geometric invariance of collinear and common points under projective transformation. Firstly, the general equation is obtained by fitting the ellipse after edge detection, shape filtering, and sub-pixel edge extraction. Secondly, the coordinates of two vanishing points along the coordinate axis of the plane target are got by projective transformation matrix. Finally, using the principle of perspective invariance, the vanishing points and the ellipse general equation are used to solve the two sets of common tangent point coordinates of the ellipse image. The intersection of two sets of tangent lines is the center projection of the circular marker on the image plane. The experimental results show that compared with the traditional method of searching common tangent points, the reconstructed average distance of the extracted center image points is reduced by 32.34%, and the precise location of the circular markers is realized, and the solving process is greatly simplified, which has strong practicability.

Keywords: circular array target; projective transformation; vanishing points; imaging center; subpixel

0 引言

在计算机视觉领域中,圆形目标因其明显的几何特性

被广泛应用于各类复杂的视觉场景,圆心通常是其重要的特征点。圆阵靶标与传统棋盘格靶标相比,具有对分割阈值不敏感、制作简单、且噪声抑制性强等特点,从而受到众

收稿日期:2022-04-13

* 基金项目:国家自然科学基金(62173127,61973104,61803146)、中原科技创新领军人才资助项目(224200510008)、河南省优秀青年科学基金(212300410036)、河南省高校科技创新人才支持计划(21HASTIT029)、河南省高等学校青年骨干教师培养计划(2019GGJS089)、河南省科技攻关项目(212102210169,212102210086)、郑州市协同创新专项(21ZZXTCX06)、河南工业大学本科创新基金支持计划(2020ZKJCJ06)、河南工业大学青年骨干教师培育计划(21420080)、粮食信息处理与控制教育部重点实验室开放基金(KFJJ2020107,KFJJ2020111,KFJJ2020114)项目资助

多学者的青睐^[1-4]。然而,在实际测量中,靶标平面与摄像机成像平面通常并不会完全保持平行,圆形标记点经过透视投影后退化成椭圆,而椭圆几何中心并非为圆心真实的投影点^[5]。因此,准确计算圆心的真实投影点具有重要的研究意义和实用价值。

针对此问题,目前主流的解决方法可分为补偿法、几何法两大类。补偿法通过对椭圆中心进行补偿,并将补偿后的几何中心作为真实投影点。魏振忠等^[6]提出了圆心偏差补偿的数学模型,同时指出误差的出现主要与平面靶标和像平面之间的夹角以及它们之间的距离有关,但该方法需要已知平面与像面的夹角等信息,使其在实际操作时并不具备较强的实用性。卢晓东等^[7]将椭圆中心作为初值,利用标定的参数对图像进行逆向投影得到虚拟靶标图像,并在近似圆的虚拟图像上提取圆心,经过反复迭代来获取真实的中心像点,然而多次迭代来计算中心像点无疑增加了整个算法的计算量。

几何法则是利用高等数学中的几何性质,构造约束从而计算中心像点。李占利等^[8]以光学中心为顶点、理想投影轮廓为准线构造椭圆锥,在椭圆锥内截得与空间圆平行的圆平面,通过计算平行圆的圆心确定空间圆的真实像点坐标,只是该方法需要提前标定相机的内参以及畸变系数。徐鹏等^[9]基于透视不变性原理,对图像边缘化处理后,通过寻找三个非共线椭圆的公切线来确定中心像点,该方法在搜索投影椭圆公切线时需要耗费较多时间。邢德奎等^[10]利用射影变换中交比不变原理,提取同心圆靶标的中心像点坐标,相比于椭圆拟合的精度具有较大提升,但该方法并不适用于提取实心圆的靶标。解则晓等^[11]提出了基于对偶二次曲线的圆阵靶标中心像点计算方法,在平面靶标与成像平面有较大倾斜角的情况下,依然可提取较高精度的中心坐标,只是该方法受限于平面内多个非共线的圆形标记点。

为了进一步提升中心定位精度并简化计算过程,本文提出了一种采用几何特征的圆阵靶标中心像点快速提取方法。在得到椭圆一般方程以及靶标坐标轴方向上的两个消隐点坐标后,利用透视不变性原理,将消隐点坐标和椭圆一般方程联立解出椭圆的两组公切点,两组公切点连线的交点即为圆形标记点在像面上的圆心投影。该方法不需要提前标定摄像机的内外参数,对圆的样式也无特殊要求。实验结果表明,所提方法在提高精度的同时,大幅简化了求解过程,具有较强的实用性。

1 问题描述

在计算机视觉测量中,常用的圆阵靶标如图1所示,靶标由99个圆形标记点组成,所有标记点之间的距离均一致。其中,圆心位置作为特征点,靶标上五个大圆的位置分布用来完成圆形标记点的排序工作,实现世界坐标系上的圆形标记点与成像图像圆心坐标的一一对应。

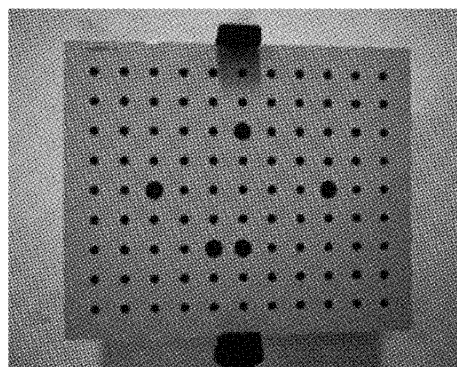


图1 实际的标定靶标图像

圆形标记点透视投影示意图如图2所示,建立摄像机坐标系 $O_c - X_c Y_c Z_c$ 和像素坐标系 $O_o - uv, O_o Z_o$ 为摄像机的光轴。空间平面 π_1 上存在一圆, P 是该圆的真实圆心, π_2 为摄像机的成像平面, p_c 为 P 的真实投影点坐标, p_e 为椭圆的几何中心。当空间中 π_1 平面和相机成像平面 π_2 不严格平行时,圆形标记点投影后会退化成椭圆。在 π_2 像平面上, p_e 和 p_c 是物理意义完全不同的两个点,若将 p_e 作为圆形标记点在像面上的圆心投影,必然直接影响后续测量的精度。因此,应尽可能减小圆心投影点的计算误差,提高测量精度^[12-17]。

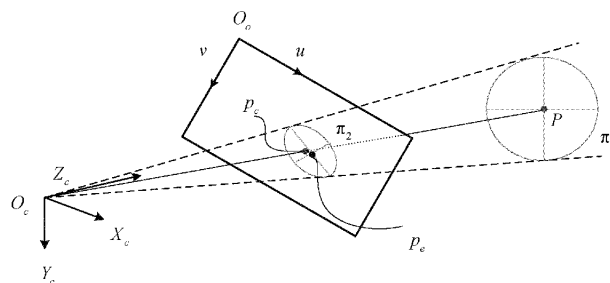


图2 圆形标记点透视投影示意图

2 基本原理

2.1 射影变换

平面射影变换是射影平面上可逆齐次线性变换,其本身是一串变换的复合,变换的层次较高,可用一个 3×3 的非奇异矩阵表示为:

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{21} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

或更简洁的表示:

$$x' = Hx \quad (2)$$

其中, (x'_1, x'_2, x'_3) 和 (x_1, x_2, x_3) 分别代表两个平面上坐标点的齐次表达, H 为 3×3 的矩阵,用来表示靶标平面与图像平面坐标点之间的转换关系,该矩阵乘以任意一个非零尺度因子并不会使射影变换发生变化,因此射影变换仅有8个自由度。射影变换矩阵可由四组点对算出,

并且任意三点不能共线^[18]。

在射影变换下,变换后的物体与原形状相比将出现失真(如图 3 所示),不再具备保平行、保夹角等特性,但共点、共线等几何性质依然存在,即点与点之间一一对应,且直线的投影仍为直线。因此,空间圆的公切线经过射影变换后仍为椭圆的公切线,基于该性质,可确定圆形标记点在像面上的真实圆心投影。取平面靶标三个不共线的圆 O_1 、 O_2 、 O_3 (如图 4(a)),并作圆 O_1 同圆 O_2 、圆 O_3 的平行线 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 交于圆 O_1 的 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 点。 A_1A_2 和 B_1B_2 的连线为该圆的直径,两条直线的交点过该圆的圆心 O' 。靶标投影后如图 4(b)所示,直线 l'_1 、 l'_2 、 l'_3 、 l'_4 为靶标图像上 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 的投影,公切点 A'_1 、 A'_2 、 B'_1 、 B'_2 为空间靶标圆上 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 的投影点,直线 $A'_1A'_2$ 和 $B'_1B'_2$ 的交点 O'' 即为靶标上圆心 O' 的真实投影点。

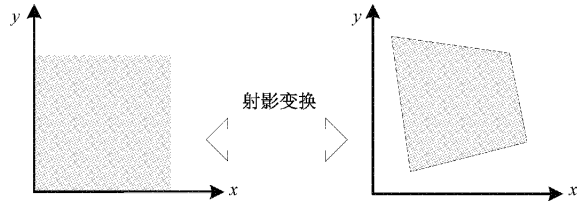
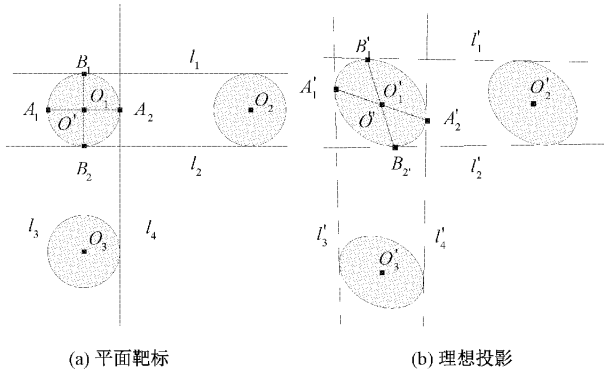


图 3 形状失真



(a) 平面靶标

(b) 理想投影

图 4 靶标与其投影示意图

2.2 消隐点

在理想透视投影的作用下,若空间中存在相互平行的直线且与像平面不平行时,则其在像平面上的投影会相交于一点,该点即为空间平行直线所对应的消隐点。其形成过程如图 5 所示,方向为 d 的一组平行直线的消隐点 v 是由平行于 d 并过 O_c 的射线与图像平面的交点,因此,三维空间中一组平行的直线映射到图像上会有共同的消隐点。

图 6 是平面靶标经过投影后的示意图, V_1 和 V_2 分别是对应于圆阵靶标平面水平、垂直方向上的消隐点。在世界坐标系下,圆阵靶标平面水平方向为 X 轴方向,垂直方向为 Y 方向,它们各自方向分别表示为 $[1, 0, 0]^T$ 与 $[0, 1, 0]^T$ 。由高等几何可知,上述方向同样为水平方向直线和垂直方向直线与无穷远直线的交点^[19]。若已知靶标平面上的点与图像平面上点的转换关系 H (即式(2)所描述的变换

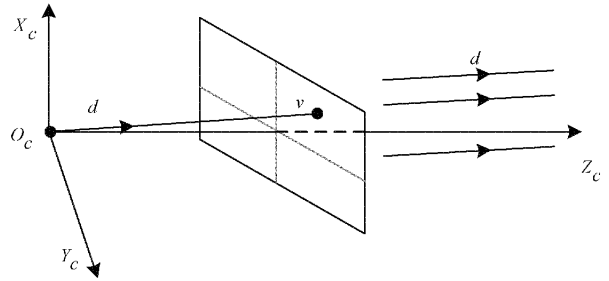


图 5 消隐点示意图

关系),则图像平面水平方向和垂直方向消隐点坐标 $V_1(h_x, h_y)$ 、 $V_2(v_x, v_y)$ 的计算公式如下:

$$\begin{cases} h_x = \frac{h_{11}}{h_{31}} \\ h_y = \frac{h_{21}}{h_{31}} \end{cases}, \begin{cases} v_x = \frac{h_{12}}{h_{32}} \\ v_y = \frac{h_{22}}{h_{32}} \end{cases} \quad (3)$$

其中, h_{ij} 表示矩阵 H 中的第 i 行的第 j 列的元素^[20]。

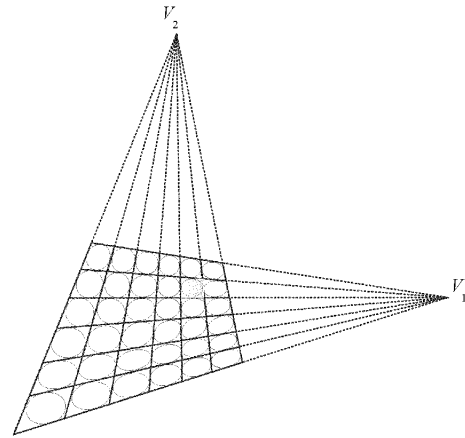


图 6 靶标投影和消隐点

3 本文方法

本文提出了一种基于几何特征的圆阵靶标中心像点快速提取方法,算法的整体流程如图 7 所示。

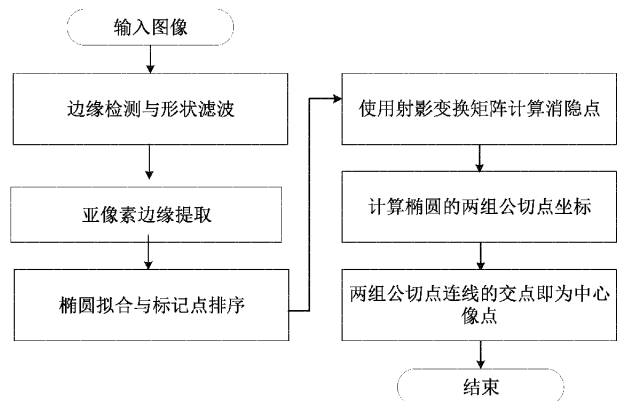


图 7 算法流程

3.1 边缘检测与形状滤波

边缘检测是计算中心像点的第一步,本文利用 *Canny* 边缘检测算法提取图像边缘轮廓。在实际的拍摄环境中,图像上难免存在杂乱无序的边缘,因此,需要边缘轮廓进行筛选,保留感兴趣的轮廓。

1) 尺度规则

在靶标平面中,圆的形状大小已固定,并且拍摄时在一定的距离范围内,因此,其轮廓的周长、面积取值范围应满足式(4)。其中, M_{\min} 代表该轮廓的最小周长, M_{\max} 代表该轮廓的最大周长。同理, N_{\min} 代表该轮廓面积的最小值, N_{\max} 对应该轮廓面积的最大值。

$$\begin{cases} M_{\min} < M < M_{\max} \\ N_{\min} < N < N_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

2) 圆形度规则

圆形度 K 用来描述形状接近圆形的程度,当 $K=1$ 时,该轮廓代表的是正圆,当 $K=0$ 时,该轮廓代表的是不规则多边形。其中, N 为所检测轮廓的面积信息, M 为所检测轮廓的周长信息。因此,设定一个阈值,当 K 大于该阈值时可认为该轮廓符合要求。

$$K = 4\pi(N/M^2) \quad (5)$$

利用上述规则,可有效清除图像上杂乱边缘。*Canny* 算法得到的是像素级边缘点,为提高精度,利用 *Zernike* 矩^[21] 计算椭圆轮廓的亚像素边缘坐标值,对亚像素边缘点进行椭圆拟合,并将拟合的几何坐标存放于变量名为 *imageCenter* 容器中。

3.2 圆形标记点的排序

imageCenter 容器中的椭圆几何中心并非有序存放,无法建立一一对应的关系,因此,需要对其按照靶标圆心坐标的顺序进行排列。圆阵靶标的样式如图 8 所示,建立世界坐标系的规则如下,靶标水平方向为 X 轴,垂直方向为 Y 轴,根据右手准则设定 Z 轴,原点 O 位于左上角第一个圆心处。每个圆心的中心距均为 d ,五个大圆中,圆 I 和圆 II 的距离最远,为 $6d$,而圆 III 和圆 IV 的距离最近,为 d ,其他圆心坐标点之间的距离可以此类推。

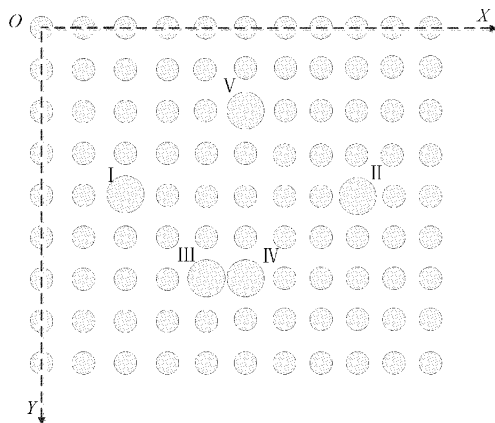


图 8 平面靶标

1) 大圆排序

实现所有圆心排序的关键,在于如何确定这五个大圆在图像中所对应的椭圆位置,五个大圆在靶标上的坐标分别为 I ($2d, 4d, 0$)、II ($8d, 4d, 0$)、III ($4d, 6d, 0$)、IV ($5d, 6d, 0$)、V ($5d, 2d, 0$)。经过形状滤波处理,可根据面积条件可找到五个较大椭圆的轮廓,其椭圆几何中心坐标用 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 来表示,确定其对应关系的具体步骤为:

Step1: 计算图像上 5 个大圆圆心之间的距离并对其进行排序,距离最长的两个圆心点集记为 $\{C_1, C_2\}$, 对应靶标大圆长距离点集 $\{I, II\}$, 距离最短的两个圆心点集记为 $\{C_3, C_4\}$, 对应靶标大圆短距离点集 $\{III, IV\}$, 则剩下的大圆圆心 C_5 对应靶标标记点 V。

Step2: 利用靶标标记点 V 到点集 $\{III, IV\}$ 距离长度不同作为判断条件,确定 C_3 对应靶标标记点 III 以及 C_4 对应靶标标记点 IV。

Step3: 将靶标标记点 III 作为判断点,分别计算 C_3 到 C_1, C_2 的距离,即可确定 C_1 对应 I, C_2 对应 II。

至此,靶标平面与图像平面上五个大圆的对应位置关系已确定。

2) 小圆排序

如图 9 所示,图像上 5 个大圆与靶标上 5 个大圆已一一对应,利用这 5 组对应关系计算出射影变换矩阵 H_1 , 从而实现对所有圆形标记点的排序。

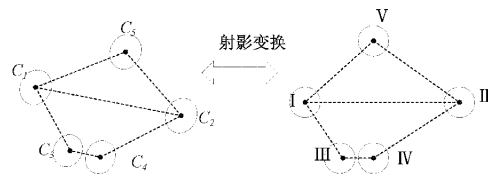


图 9 五组大圆的对应

矩阵 H_1 反映了靶标平面与图像平面坐标点之间初步的映射关系,将靶标上圆心坐标通过该矩阵映射到图像上,其映射的坐标点与实际检测的坐标点的距离应是最小。因此,圆形标记点排序如算法 1 所示,给定两层 *for* 循环,外层遍历 X 轴方向,内层遍历 Y 轴方向。每次循环组成一个圆心坐标点 $(i * d, j * d, 0)$, 其映射后的坐标用 Q' 来表示,从 *imageCenter* 容器中找到同 Q' 距离最近的坐标点 Q , Q 即为圆心坐标点 $(i * d, j * d, 0)$ 所对应图像上的椭圆几何中心坐标,最后经过多次遍历即可实现所有圆形标记点的匹配。

算法 1: 标记点排序算法

输入: 初始化参数 *imageCenter*、矩阵 H_1 、 X 、 Y 。

输出: 有序的标记点集合。

for $i=0; X$

for $j=0; Y$

$Q' = H_1 * (i * d, j * d, 0)$ 。

利用欧式距离公式从容器 *imageCenter* 中找出与 Q 点距离最近的点 Q' 。

end for

end for

至此,靶标平面上的圆心坐标点与图像平面上椭圆几何中心的对应关系已确定完毕。利用两个平面坐标点 99 组对应关系,可重新计算出射影变换矩阵 H_2 。相比较矩阵 H_1 ,该矩阵能够更为准确反映出靶标平面与像平面之间的映射关系,为后续消隐点的精确计算奠定了基础。

3.3 中心像点的计算

图 10 为某椭圆的公切线示意图,其中 V_1 、 V_2 分别为水平、垂直方向上的消隐点。

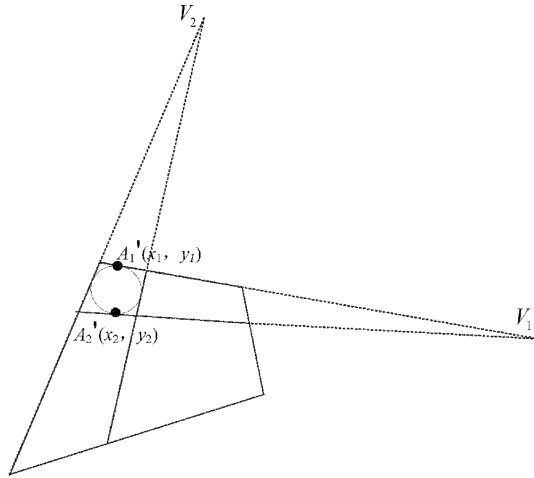


图 10 椭圆的公切线示意图

利用式(3),根据已知的射影变换矩阵 H_2 ,可计算出消隐点坐标。椭圆一般方程设为 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,若该椭圆水平方向上公切点坐标为 (x, y) ,计算消隐点 $V_1(h_x, h_y)$ 与 (x, y) 两点间直线的斜率 y' ,该斜率同样为椭圆方程在公切点 (x, y) 处的切线斜率。因此,将 (x, y) 代入该椭圆的一般方程,求取椭圆方程在该点的斜率,将两个斜率表达式建立等式,并把等式与椭圆方程联立组成一个二元二次方程组,如式(6)所示。

$$\begin{cases} Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \\ -\frac{(2Ax + By + D)}{Bx + 2Cy + E} = \frac{y - h_y}{x - h_x} \end{cases} \quad (6)$$

对式(6)的二元二次方程组进行整理可得水平方向上一组公切点坐标 $A'_1(x_1, y_1)$ 、 $A'_2(x_2, y_2)$,其计算结果如式(7)所示。

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-(EG + H + BGh_x + 2CGh_y - I)}{L} \\ y_1 = \frac{(DG - J + 2AGh_x + BGh_y - K)}{L} \\ x_2 = \frac{(EG - H + BGh_x + 2CGh_y + I)}{L} \\ y_2 = \frac{-(DG + J + 2AGh_x + BGh_y + K)}{L} \end{cases} \quad (7)$$

其中, G 、 H 、 I 、 J 、 K 、 L 值的计算如式(8)所示。

$$\begin{cases} G = \sqrt{(FB^2 - BDE + CD^2 + AE^2 - 4ACF)(Ah_x^2 + Bh_xh_y + Dh_x + Ch_y^2 + Eh_y + F)} \\ H = 2C^2Dh_y^2 - BEF + 2CDF - AE^2h_x + CD^2h_x - B^2Fh_x - BE^2h_y \\ I = BCEh_y^2 + B^2Eh_xh_y - 4ACFh_x - 2CDEh_y + ABEh_x^2 - 2ACDh_x^2 - 2BCDh_xh_y \\ J = 2A^2Eh_x^2 + 2AEF - BDF - BD^2h_x + AE^2h_y - CD^2h_y - B^2Fh_y \\ K = 2ACEh_y^2 - BCDh_y^2 - B^2Dh_xh_y + 2ADEh_x + 4ACFh_y - ABDh_x^2 + 2ABEh_xh_y \\ L = 4A^2Ch_x^2 - AB^2h_x^2 + 4ABCh_xh_y + 4AC^2h_y^2 + 4ACDh_x + 4ACEh_y + AE^2 - B^2h_xh_y \\ - B^2Ch_y^2 - B^2Dh_x - B^2Eh_y - BDE + CD^2 \end{cases} \quad (8)$$

同理,可解得垂直方向上一组公切点坐标,至此,某一椭圆上的两组公切点坐标已求出,其余椭圆的公切点坐标求解过程同上所述。

设 $A'_1(x_1, y_1)$ 、 $A'_2(x_2, y_2)$ 、 $B'_1(x_3, y_3)$ 、 $B'_2(x_4, y_4)$ 为每个椭圆轮廓所求出的公切点坐标,那么建立 $A'_1A'_2$ 、 $B'_1B'_2$ 的一般式方程,联立两个直线方程解出中心像点坐标 (x_c, y_c) ,其计算过程如下:

$$\begin{cases} x_c = \frac{((x_4y_3 - x_3y_4)(x_1 - x_2) - (x_2y_1 - x_1y_2)(x_3 - x_4))}{((y_2 - y_1)(x_3 - x_4) - (y_4 - y_3)(x_1 - x_2))} \\ y_c = \frac{-((y_2 - y_1)x_0 + (x_2y_1 - x_1y_2))}{(x_1 - x_2)} \end{cases} \quad (9)$$

4 实验结果与分析

为验证所提方法的有效性,从仿真、实际两方面进行实验的设计与分析。算法的实现平台为 Windows 10 操作系统下的 Qt Creator 编程环境,硬件为 Intel(R) i5-7400,

8 GB 内存。

4.1 仿真实验与分析

在仿真实验中,设定摄像机的内参数 $f_x = f_y = 2\ 300$ 、 $u_0 = 800$ 、 $v_0 = 700$,圆形标记点在平面靶标上的分布为 11×9 的圆点阵列,单个圆形标记点的半径大小为 15 mm。随机给定摄像机的外参数,此时可得到仿真靶标投影后的图像。如图 11 所示,图像上的十字代表圆形标记点中心在投影后所对应的理想投影点,而每个理想投影点周围连续实点表示平面靶标上每个圆的投影边缘。

为使仿真实验中的靶标图像更接近实际拍摄时的环境,在投影的边缘点上加上标准差为 0.1 的高斯白噪声,在此基础上分别用 3 种不同方法提取中心像点坐标,并与理想投影点进行比较。第一种是最小二乘椭圆拟合法,该方法直接将椭圆几何中心作为真实的圆心投影点,并未考虑透视投影造成的圆心偏差问题。第二种是徐方法^[9],通过搜索相邻非共线的轮廓边缘点来计算公切点坐标,从

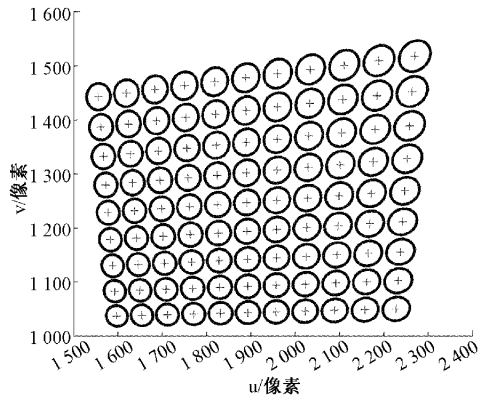


图 11 仿真投影图像

而得到中心像点。第三种是本文基于消隐点计算中心像点的方法。3 种方法提取仿真投影图像的最后—列中心像点数据如表 1 所示,不同方法下求取中心像点的算法运行时间如表 2。

对表 1 进一步处理得到不同方法下 u 、 v 方向的误差(如图 12 所示),从上述实验结果可知,椭圆拟合法提取中心像点的 u 轴、 v 轴方向误差均大于本文和徐方法^[9],若使用其计算结果作为真实的投影点将会为后续的测量造成较大的误差。徐方法^[9]只利用了相邻轮廓信息进行搜索公切点,然而边缘轮廓的噪声将会直接干扰公切点的准确计算,进而影响中心投影点坐标的提取精度。本文则利用靶标平面和图像平面之间对应关系,并不直接使用轮廓信

表 1 部分中心投影坐标

pixel

序号	理想点	椭圆拟合法		徐方法 ^[9]		本文方法	
	(u, v)	(u, v)	($\Delta u, \Delta v$)	(u, v)	($\Delta u, \Delta v$)	(u, v)	($\Delta u, \Delta v$)
1	(2 227.69, 1 051.46)	(2 227.89, 1 051.59)	(0.20, 0.13)	(2 227.58, 1 051.36)	(0.11, 0.10)	(2 227.75, 1 051.47)	(0.06, 0.01)
2	(2 232.34, 1 103.43)	(2 232.56, 1 103.61)	(0.22, 0.18)	(2 232.19, 1 103.30)	(0.15, 0.13)	(2 232.42, 1 103.48)	(0.05, 0.05)
3	(2 237.13, 1 157.07)	(2 237.39, 1 157.36)	(0.26, 0.29)	(2 236.96, 1 156.88)	(0.17, 0.19)	(2 237.25, 1 157.22)	(0.08, 0.15)
4	(2 242.09, 1 212.46)	(2 242.29, 1 212.64)	(0.20, 0.18)	(2 241.91, 1 212.35)	(0.10, 0.11)	(2 242.15, 1 212.50)	(0.06, 0.04)
5	(2 247.20, 1 269.68)	(2 247.45, 1 269.92)	(0.25, 0.24)	(2 247.05, 1 269.53)	(0.15, 0.15)	(2 247.30, 1 269.77)	(0.10, 0.09)
6	(2 252.49, 1 328.83)	(2 252.68, 1 329.02)	(0.19, 0.19)	(2 252.34, 1 328.70)	(0.15, 0.13)	(2 252.54, 1 328.86)	(0.05, 0.03)
7	(2 257.96, 1 390.00)	(2 258.19, 1 390.19)	(0.23, 0.19)	(2 257.82, 1 389.92)	(0.14, 0.08)	(2 258.05, 1 390.02)	(0.09, 0.02)
8	(2 263.62, 1 453.30)	(2 263.88, 1 453.51)	(0.26, 0.21)	(2 263.40, 1 453.19)	(0.22, 0.11)	(2 263.73, 1 453.34)	(0.11, 0.04)
9	(2 269.48, 1 518.85)	(2 269.72, 1 519.07)	(0.24, 0.22)	(2 269.32, 1 518.72)	(0.16, 0.13)	(2 269.58, 1 518.89)	(0.10, 0.04)

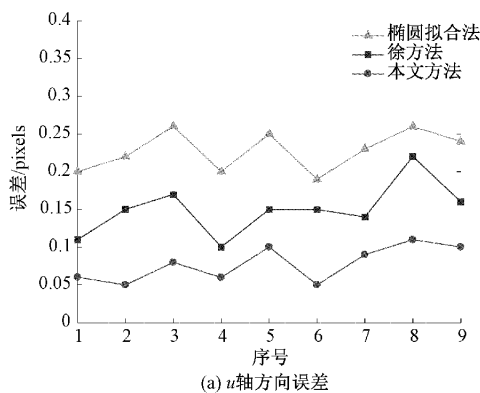
表 2 运行时间

s

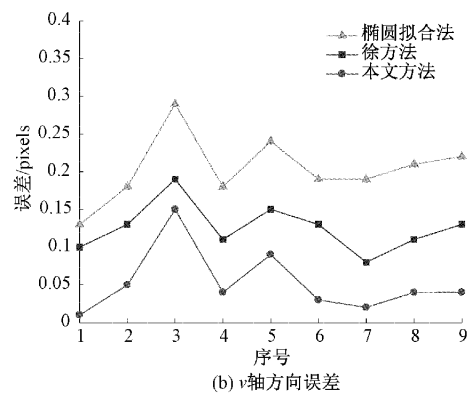
—	椭圆拟合法	徐方法 ^[9]	本文方法
时间	10.652	648.147	12.175

息,因而轮廓噪声的影响有限。此外,所提方法使用了靶标上全部 99 组对应点,能够得到更为精确的靶标平面和

图像平面间的射影变换矩阵,然后基于该射影变换矩阵计算消隐点坐标,将消隐点坐标和椭圆一般方程联立直接解出公切点坐标,从而得到中心像点坐标。因此,所提方法具有更小的误差,更接近圆形标记点在成像平面上的理想圆心投影点,同时能够简化圆心投影点的求解过程,提高了中心坐标的提取精度。



(a) u 轴方向误差



(b) v 轴方向误差

图 12 不同方法下误差对比

4.2 实际实验与分析

在实际实验中,理想投影点坐标位置事先无法获知,因此,本文通过重构三维坐标点并对比所重构中心点之间的距离来验证所提方法。图 13 为搭建的双目立体视觉设备平

台,相机型号为京航 JHSM130 彩色相机,配备海康威视生产的 12 mm 镜头,相机像素为 1 280 pixel×1 024 pixel,相机与靶标的距离约为 700 mm。实验所用靶标规格为 11×9 的圆形标定板,其中包含 5 个大圆,大圆的直径 15 mm,小

圆的直径 7.5 mm,圆中心距 25 mm。

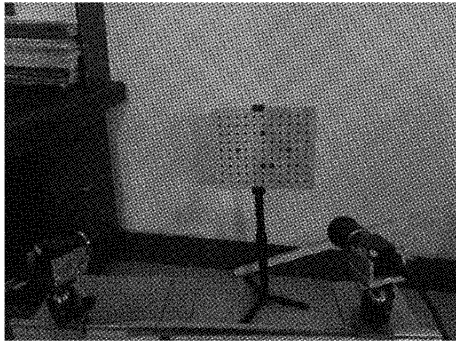
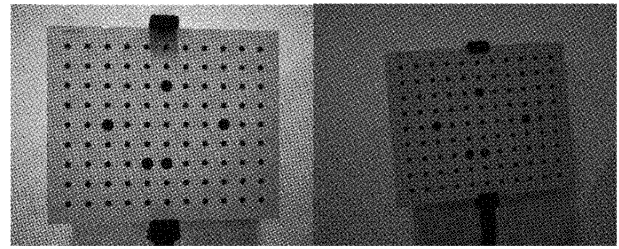


图 13 双目立体视觉设备

利用搭建的双目立体视觉设备平台,对平面靶标拍摄一组不同位姿下的图像,并利用张氏标定法进行标定,得到相机的内外参数以及左右相机之间的旋转矩阵、平移向量。图 14 为双目立体视觉设备所采集的靶标图像,图 14(a)为左相机所拍摄图像,图 14(b)为右相机所拍摄图像。



(a) 左目图像 (b) 右目图像

图 14 靶标图像

分别用 3 种不同方法提取中心像点坐标,因数据量较大,受篇幅限制,表 3 只列出了左右相机拍摄单张图像上提取的 5 个大圆中心像点数据。利用相机的内外参数,对所提取的中心像点坐标进行三维重构,计算重构三维点之间的距离,并与标准值进行比较,表 4 列出了 5 个大圆的三维重构点之间的距离误差数据。图 15 为重建距离误差对比图,三角形代表直接椭圆拟合圆心方法所得的重建距离误差,正方形代表徐方法^[9]求取圆心的重建距离误差,圆形代表了本文所提方法计算圆心的重建距离误差。

表 3 实际实验下的部分中心像点

pixel

序号	椭圆拟合法		徐方法 ^[9]		本文方法	
	u	v	u	v	u	v
Left_I	382.350	638.138	380.455	636.565	381.553	636.979
Left_II	759.244	646.841	759.088	647.157	759.740	648.113
Left_III	502.685	764.967	501.723	766.467	502.541	767.619
Left_IV	565.500	770.000	565.958	771.042	565.514	770.005
Left_V	572.941	512.607	573.242	515.706	572.199	515.057
Right_I	520.603	518.589	519.798	517.655	520.945	518.071
Right_II	901.413	487.183	897.884	484.135	898.587	485.094
Right_III	659.157	636.266	659.002	634.219	659.866	635.370
Right_IV	723.958	628.164	723.283	630.269	722.886	629.234
Right_V	702.962	372.238	702.575	373.780	701.585	373.129

表 4 三维重构精度分析

mm

序号	标准值	椭圆拟合法		徐方法 ^[9]		本文方法	
		距离	误差	距离	误差	距离	误差
I-II	150.0	151.166 0	1.166 0	150.883 0	0.883 0	150.707 0	0.707 0
I-III	70.710 7	69.991 2	0.719 5	70.990 1	0.279 4	70.864 8	0.154 1
I-IV	90.138 8	91.390 1	1.251 3	90.579 6	0.440 8	90.577 6	0.438 8
I-V	90.138 8	91.943 0	1.804 2	91.046 6	0.907 8	90.566 5	0.427 7
II-III	111.803 0	112.523 0	0.720 0	112.229 0	0.426 0	112.215 0	0.412 0
II-IV	90.138 8	90.889 1	0.750 3	90.563 2	0.424 4	90.475 3	0.336 5
II-V	90.138 8	90.546 5	0.407 7	89.641 0	0.497 8	90.529 3	0.390 5
III-IV	25.0	25.619 2	0.619 2	25.523 6	0.523 6	25.120 7	0.120 7
III-V	103.078 0	103.627 0	0.549 0	103.386 0	0.308 0	102.893 0	0.185 0
IV-V	100.0	101.314 0	1.314 0	100.547 0	0.547 0	100.372 0	0.372 0

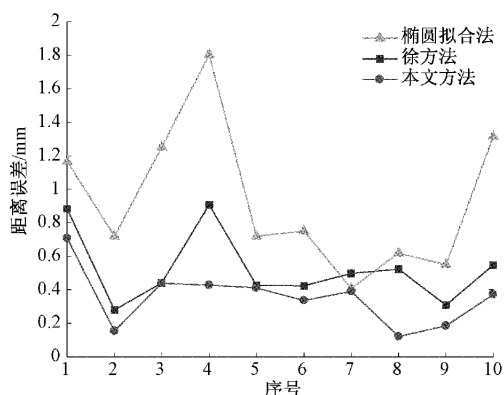


图15 重建距离误差对比图

椭圆拟合法提取中心像点的重建平均距离误差为 0.930 1 mm,徐方法^[9]提取中心像点的重建平均距离误差为 0.523 8 mm,而本文方法提取中心像点的重建平均距离误差为 0.354 4 mm。本文相比于椭圆拟合法和徐方法^[9],重建平均误差分别降低了 61.90%、32.34%。因此,本文方法在保持较小计算量的前提下,中心坐标的提取精度得到进一步提升,为后续视觉精密计算奠定了良好的基础。

5 结 论

本文针对传统圆形目标中心像点提取精度低的问题,提出了一种基于射影几何的圆阵靶标中心像点计算方法。利用空间中平行直线在像平面上的投影会交于消隐点,计算椭圆的一般方程以及坐标轴方向的两个消隐点坐标,将消隐点坐标与椭圆方程联立解出该椭圆所对应的两组公切点坐标,借助两组公切点坐标计算圆形标记点在像面上真实的圆心投影坐标。通过仿真和实际实验证明了本文方法的有效性,并且该方法不需要复杂的理论推导,易于实现。与传统椭圆拟合、徐方法^[9]相比,重建平均误差分别降低了 61.90%、32.34%,并大幅减少算法的运行时间,提高圆心投影点的提取精度,可满足工业生产精密测量对圆心投影点的精度以及计算效率的要求。

参考文献

[1] 夏仁波,刘伟军,赵吉宾,等. 基于圆形标志点的全自动相机标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(2): 368-373.

[2] HEIKKILA J. Geometric camera calibration using circular control points [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000: 1066-1077.

[3] ZHAO Z J, LIU J C. Applications of projected circle centers in camera calibration[J]. Machine Vision and Applications, 2010, 21(3): 301-307.

[4] CUI J S, HUO J, YANG M. The circular mark projection error compensation in camera calibration[J]. Optik-International Journal for Light and Electron

Optics, 2015, 126(20): 2458-2463.

- [5] 韩建栋,杨红菊. 三维视觉测量中圆中心投影误差分析方法[J]. 计算机科学, 2010, 37(12): 247-249.
- [6] 魏振忠,张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(2): 160-164.
- [7] 卢晓冬,薛俊鹏,张启灿. 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J]. 中国激光, 2020, 47(3): 242-249.
- [8] 李占利,刘梅,孙瑜. 摄影测量中圆形日标中心像点计算方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(10): 2235-2241.
- [9] 徐鹏,汪建业,王燕儒. 摄像机标定中靶标圆心像点坐标的精确计算[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(7): 1342-1346.
- [10] 邢德奎,达飞鹏,张虎. 圆形目标精密定位方法的研究与应用[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(12): 2593-2598.
- [11] 解则晓,王晓敏. 平面标定靶标标记点的圆心提取[J]. 光学精密工程, 2019, 27(2): 440-449.
- [12] 段振云,王宁,赵文辉,等. 基于点阵标定板的视觉测量系统的标定方法[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 143-151.
- [13] 孔玮琦,刘京南,达飞鹏,等. 基于一般成像模型的微小物体测量系统标定方法[J]. 光学学报, 2016, 36(9): 195-206.
- [14] 陈天飞,赵吉宾,王银灵,等. 基于射影变换圆阵靶标中心像点的计算[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(4): 895-902.
- [15] RICOLFE-VIALA C, SANCHEZ-SALMERON A, MARTINEZ-BERTI E. Accurate calibration with highly distorted images [J]. Applied Optics, 2012, 51(1): 89-101.
- [16] 杨景豪,刘巍,刘阳,等. 双目立体视觉测量系统的标定[J]. 光学精密工程, 2016, 24(2): 300-308.
- [17] RUI C, XU J, CHEN H P, et al. Accurate calibration method for camera and projector in fringe patterns measurement system [J]. Applied Optics, 2016, 55(16): 4293-4300.
- [18] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [19] 理查德·哈特利,安德鲁·西塞曼. 计算机视觉中的多视图几何[M]. 北京: 机械工业出版社, 2019.
- [20] 江士雄. 面向位姿估计的相机系统标定方法[D]. 武汉:华中科技大学, 2016.
- [21] 高世一,赵明扬,张雷,等. 基于Zernike正交矩的图像亚像素边缘检测算法改进[J]. 自动化学报, 2008,

34(9): 1163-1168.

作者简介

蔡文明, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理等。

E-mail: 1103968612@qq.com

孙丽君, 工学博士, 教授, 主要研究方向为通信信号处理。

E-mail: sunlijunzz@163.com

陈天飞, 工学博士, 副教授, 主要研究方向为无线传感器

网络、图像处理等。

E-mail: chen_tianfei@163.com

郭强强, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理等。

E-mail: 3081095218@qq.com

范鹏翔, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理等。

E-mail: 372182739@qq.com