

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2209909

改进 RRT 结合 B 样条的移动机器人路径规划研究^{*}

陈 都 侯 明 张学东

(北京信息科技大学自动化学院 北京 100192)

摘 要: 针对快速扩展随机树(RRT)算法在移动机器人路径规划中的时间过长、路径冗长曲折且平滑度较差等问题,提出一种新的采样节点生成和路径节点选取的改进型 RRT 算法。该算法以融合采样点概率和目标点引力的方式,再结合动态变随机步长的策略,加快了向目标点的扩展,降低了规划时间;最后为完成路径优化,对利用正向寻优和二次选取过后的路径节点,采用 B 样条函数进行处理,综合改善了路径的长度及其平滑性。在仿真实验中分别与传统 RRT 算法、P-RRT 算法进行比较,实验结果表明:所提算法在路径长度,规划时间以及路径节点个数均有一定优化,且路径平滑性得到了有效提升。

关键词: RRT 算法;移动机器人;路径优化;二次选取;B 样条

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Research on path planning of mobile robot based on improved RRT and B-spline

Chen Du Hou Ming Zhang Xuedong

(School of Automation, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract: To address the problems of the rapidly-exploring random trees (RRT) algorithm in mobile robot path planning including time cost, long and tortuous path, and poor smoothness, an improved RRT algorithm of new sampling node generation and path node selection is proposed. The algorithm combines the probability of sampling points and the gravitation of the target point, and dynamically changes the random step size, thus accelerating the expansion to the target point and reducing the planning time. Finally, to complete the path optimization, the path nodes obtained after the forward optimization and the secondary selection are processed using the B-spline function, which comprehensively improves the path in terms of length and smoothness. The proposed algorithm has been compared with traditional RRT algorithm and P-RRT algorithm in the simulation experiments, whose results show that the proposed algorithm has improved the path length, planning time and the number of path nodes to a certain amount, and effectively the path smoothness.

Keywords: RRT algorithm; mobile robot; path optimization; quadratic selection; B-spline

0 引 言

近年来随着工业生产的不断发展,自动化升级改造需求不断增加^[1],移动机器人也随之变得更加自动化和智能化。移动机器人的路径规划技术是机器人完成自主导航的核心^[2],它需要在工作场景中规划出一条从初始位置到目标位置的路径^[3],该路径应满足路径短、高效能、安全性高等一系列要求,并且能够避开沿途的静态和动态障碍物^[4]。路径规划算法主要包括生物智能搜索算法,基于采样的算法,基于几何模型法和基于局部避障算法^[5]。

基于采样的路径规划算法中最常用的是 RRT 算法^[6],其无需对工作环境进行建模,通过随机采样点模拟出完整的工作环境,不仅具有强大的搜索能力,且具有概率完整性^[7],并且在高维空间同样适用。但是 RRT 算法存在随机性强,导向性差^[8],规划路径长,时间长以及路径平滑性差等问题。因此,许多研究学者针对这些问题提出了不同的方法来解决和改进。张建冬等^[9]利用角度偏移约束策略,加快了搜索速度,并结合路径局部平滑处理,改善了路径平滑度;孙钦鹏等^[10]提出变步长自适应的调整方法,对于临时目标点设计了新的选取规则,缩短了规划的平均路径长

收稿日期:2022-05-11

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(61971048)、北京信息科技大学重点培育项目(5212110927)资助

度;江洪等^[14]将目标点引力、障碍物斥力和随机点引力三力合一,使随机树在避开障碍物的同时加快向目标点搜索,并提出剪枝优化方法,优化了路径长度。

以上等人对传统 RRT 算法的改进,提高了随机树拓展的导向性,进一步增强了搜索的能力和效率,降低了搜索时间和路径规划长度;但是路径平滑度相对较差,路径规划长度依旧相对冗长,并且通常只能进行单方面的优化,无法综合考虑改善路径长度和平滑度。因此,本文为提高搜索的能力和效率,提出了融合采样点概率和目标点引力,再结合动态变随机步长的采样节点生成策略;最后采取正向寻优和二次选取路径节点的策略来缩短路径长度的同时完成 B 样条函数对路径的平滑处理。通过仿真实验分析,验证了所提算法的有效性和快速性。

1 RRT 算法

1.1 传统 RRT 算法

快速扩展随机树(RRT)算法是 Steven 和 James 提出的一种通过随机构建 Space Filling Tree 实现对非凸高维空间快速搜索的算法。该算法可以很容易的处理包含障碍物和差分运动约束的场景,因而被广泛应用于各种机器人的运动规划场景中^[12-13],算法示意图如图 1 所示。

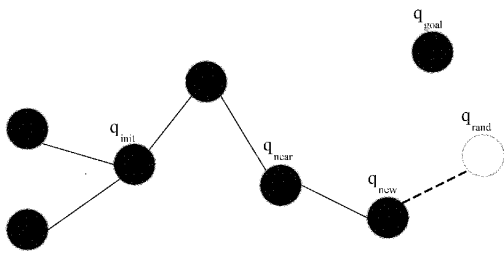


图 1 RRT 算法示意图

传统 RRT 算法虽然概率完备性较高,并且适用于高维空间,但是其是一种纯粹的随机搜索概率,导向性较差,对工作空间不敏感,往往需要耗费大量的时间才能搜索到一条完整的路径。并且当工作空间存在大量障碍物时,算法效率还会大幅度降低。

1.2 RRT 算法的优化

1) 融合采样点概率和目标点引力的寻优

考虑传统 RRT 算法在复杂工作环境中采样随机性强、导向性差,搜索时间较长等问题,在基于概率的目标偏向寻优的 RRT 算法(P-RRT)^[14-15]的基础上,融合采样点概率和目标点引力分量,能够进一步优化随机树向目标点拓展,提高了算法收敛速率,降低了搜索时间。

P-RRT 的核心思想在采样过程中对扩展函数引入偏置阈值来优化采样节点:

$$q_{rand} = \begin{cases} sample(), & \text{其他} \\ q_{goal}, & p < p_{target} \end{cases} \quad (1)$$

P-RRT 算法在采样策略上仍具有较强的随机性,因此,结合引力势场中的引力思想,改进的算法在式(1)中当随机概率值 p 大于阈值 p_{target} 时,此时将 p 作为采样点生成的概率,再融合目标点的引力分量,因此新节点的位置将由采样点概率值 p ,采样点 q_{rand} ,目标点引力系数 kg 和目标点 q_{goal} 共同决定,新节点的扩展如图 2 所示。

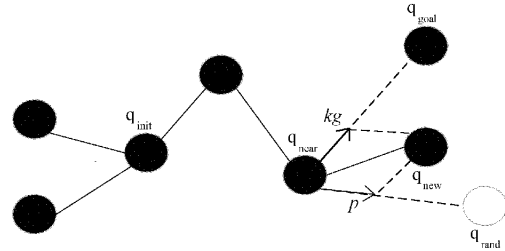


图 2 结合采样点概率和目标点引力的节点扩展

融合目标点引力分量后,在随机采样点方向上,新节点的扩展分量 p_r 为:

$$p_r = p \frac{q_{rand} - q_{near}}{\|q_{rand} - q_{near}\|} \quad (2)$$

在目标点方向上,新节点的扩展分量 p_g 为:

$$p_g = kg \frac{q_{goal} - q_{near}}{\|q_{goal} - q_{near}\|} \quad (3)$$

式(2)和(3)中, $\|q_{rand} - q_{near}\|$ 和 $\|q_{goal} - q_{near}\|$ 分别表示 q_{rand} 、 q_{goal} 到 q_{near} 的直线距离,由式(2)和(3)得到的新节点 q_{new} 为:

$$q_{new} = q_{near} + p_r + p_g \quad (4)$$

因此,得到改进的算法生成的采样节点如下:

$$q_{rand} = \begin{cases} q_{new}, & \text{其他} \\ q_{goal}, & p < p_{target} \end{cases} \quad (5)$$

如式(5),改进的算法进一步降低了采样节点的随机性,使得向目标点扩展的导向性得到优化。

2) 动态变随机步长策略

为了解决陷入局部极小的问题,在舍弃了小于固定步长的采样点的基础上,传统 RRT 算法采用固定步长策略使得新节点在扩展过程中,在障碍物较少的区域,不能进行较快的遍历此区域。自适应步长策略利用扩展过程中所收集到的信息来适应树中节点的扩展,使得随机树可以更快地遍历障碍物较少的区域^[16]。因此受自适应步长启发,并引入了随机概率,提出了一种动态变随机步长策略。其中 AB 为狭窄通道,所求步长扩展节点 q^* 如图 3 所示。

图 3 中,在采样点 q_{new} 与 q_{near} 的路径进行碰撞检测发生障碍物碰撞,同时固定步长节点 q_{min} 未发生障碍物碰撞,此时为快速扩展无障碍区域通常需在 q_{new} 和 q_{min} 之间选取未发生障碍物碰撞的路径节点 q_{max} 作为新的扩展节点。本文为避免搜寻需每次遍历与 q_{new} 距离最近且与 q_{near} 未发生障碍物碰撞的最远扩展节点 q_{max} (特别地遇到图 3 中情况 ① 搜寻 q_{max} 时间将会更久,情况 ② q_{max} 也不是最佳扩展节

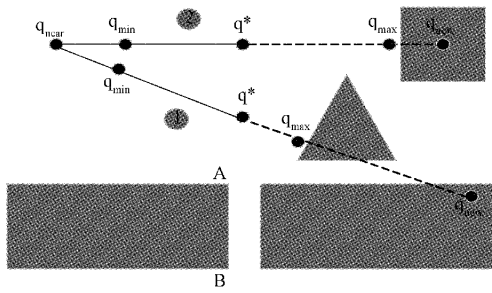


图 3 动态变随机步长扩展节点

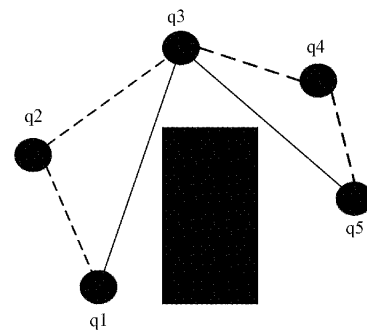


图 5 路径缩短处理

点),引入了随机步长的策略,在保持较快扩展无障碍区域的同时能够有一定概率搜索到合适的节点 q^* 顺利通过紧邻的多障碍区域,减少了搜索的时间。本文所采用的动态变随机步长策略如下:

(1)随机树拓展生成新的采样点 q_{new} ,判断此节点与其父节点 q_{near} 之间的路径是否存在障碍物碰撞,若未发生障碍物碰撞,则将此节点加入到随机树中。

(2)若发生障碍物碰撞,同时 q_{min} 与 q_{near} 之间的路径未发生障碍物碰撞(若发生障碍物碰撞需重新采样),则必存在 q_{new} 和 q_{min} 之间未发生障碍物碰撞的点。求出 q_{new} 和 q_{near} 之间的距离与固定步长的比值 k ,利用 $randperm()$ 函数求出随机步长节点,再进行路径碰撞检测,未发生障碍物碰撞的点即所求扩展节点 q^* 。

当 q_{min} 与 q_{near} 之间的路径未发生碰撞时,此部分算法流程如图 4 所示。

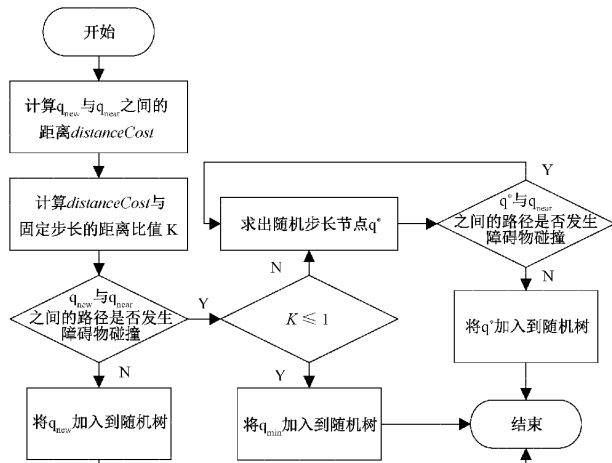


图 4 动态变随机步长策略算法流程图

3) 路径缩短处理

改进后的 RRT 算法虽然较传统 RRT 算法,减少了路径节点,但由于步长的原因,规划出的路径仍存在一部分不必要的节点,需要对路径去除这部分节点。本文利用正向寻优的思想选取最佳路径节点对路径进行缩短处理,缩短处理前的节点路径如图 5 中的虚线所示为 $q1 \rightarrow q2 \rightarrow q3 \rightarrow q4 \rightarrow q5$ 。

路径缩短具体优化过程如下,首先将起点 $q1$ 和终点

$q5$ 直接相连,然后判断 $q1$ 与 $q5$ 的连线是否发生障碍物碰撞,若未发生碰撞,则 $q1$ 与 $q5$ 的连线为最优路径;若发生碰撞,则根据节点顺序找到 $q1$ 的子节点 $q2$,再次判断 $q2$ 与 $q5$ 的连线是否发生障碍物碰撞,若未发生碰撞,则将 $q2$ 当作 $q5$ 的父节点,依次连接 $q1 \rightarrow q2 \rightarrow q5$,此路径为最优路径;若发生碰撞,则找到 $q2$ 的子节点 $q3$,判断 $q3$ 与 $q5$ 的连线是否发生障碍物碰撞……,按照上述方法一直重复进行直到找到 $q5$ 的父节点 $q3$ 如图 5 所示,然后将 $q3$ 当作下一步算法进行的终点,再不断重复以上描述的步骤,当整个路径节点选择完成后算法结束,即找到最佳节点路径如图 5 中的实线所示 $q1 \rightarrow q3 \rightarrow q5$ 。

4) 路径平滑处理

RRT 算法得到的路径是由随机树扩展的一系列节点首尾连接的线段组成,即使通过路径缩短处理,减少了不必要的转折节点,但是存在的转折节点路径仍然会影响移动机器人的稳定性,加剧机器人关节的磨损。为了提高机器人的运行效率和运行稳定性,同时减少损耗^[17],因此需要对路径进行平滑处理,准均匀 B 样条函数具有很好地连续性,且能很好解决上述问题。首先, K 阶 B 样条函数表达式为:

$$c(u) = \sum_{i=0}^n d_i N_{i,k}(u) \quad (6)$$

式(6)中, $d_i, i = 0, 1, 2, 3 \dots$ 表示控制点, $N_{i,k}(u)$ 表示 K 阶 B 样条的基函数,其中

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad (8)$$

考虑到机器人工作在复杂环境的情况,选用二次 B 样条函数,则二次 B 样条基函数:

$$\begin{cases} N_{0,2}(u) = \frac{1}{2}(1-u)^3 \\ N_{1,2}(u) = \frac{1}{2}(-2u^2 + 2u + 1)u \in [0,1] \\ N_{2,2}(u) = \frac{1}{2}u^2 \end{cases} \quad (9)$$

二次 B 样条曲线段:

$$c_{0,2}(u) = c_0 \times N_{0,2}(u) + c_1 \times N_{1,2}(u) + c_2 \times N_{2,2}(u) \quad u \in [0,1] \quad (10)$$

当给定 d_i 就能通过式(10)求出满足二次 B 样条函数的一系列曲线段得到二次 B 样条曲线段如图 6 所示。

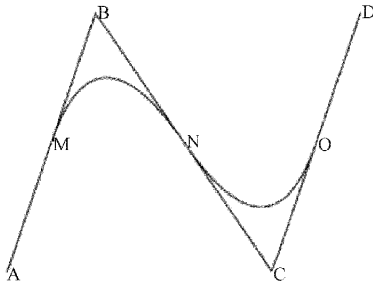


图 6 二次 B 样条曲线段

图 6 中,点 M 为线段 AB 的中点,点 N 为线段 BC 的中点,点 O 为线段 CD 的中点,曲线 MNO 为所求二次 B 样条曲线段,由于这些曲线段在各个端点处连续,因此通过拼接这些分段曲线,则可连接一条完整的 B 样条曲线。

缩短处理后的路径虽然减少了不必要的转折节点,但也使得部分节点连接的路径离障碍物更近,即使选用二次 B 样条函数进行平滑处理也难免使得 B 样条曲线发生障碍物碰撞。此时为了避免发生碰撞,关键在于部分路径节点的二次选取。

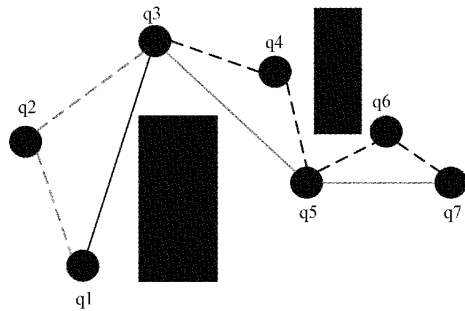


图 7 路径节点二次选取

图 7 中,经过缩短处理后的节点路径为实线路径 $q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_5 \rightarrow q_7$,从节点 q_1 开始依次进行路径平滑处理时,由于其中节点路径 $q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_5$ 进行二次 B 样条曲线插值生成时发生障碍物碰撞,因此对于路径 $q_1 \rightarrow q_3$ 则需要重新顺序选取其缩短处理前的所有节点连接的路径 $q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3$ 进行替代;随后节点路径 $q_3 \rightarrow q_5 \rightarrow q_7$ 进行二次 B 样条曲线插值生成时,由于未发生障碍物碰撞,所以仍选取此节点路径不变,若发生障碍物碰撞,则需要重新顺序选取路径 $q_3 \rightarrow q_5 \rightarrow q_7$ 缩短处理前的所有节点连接的路径 $q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5 \rightarrow q_6 \rightarrow q_7$,按照上述路径节点的二次选取思想得到最终进行二次 B 样条曲线平滑处理的节点路径为图 7 中红色线条 $q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_5 \rightarrow q_7$ 。该部分节点二次选取的算法流程如图 8 所示。

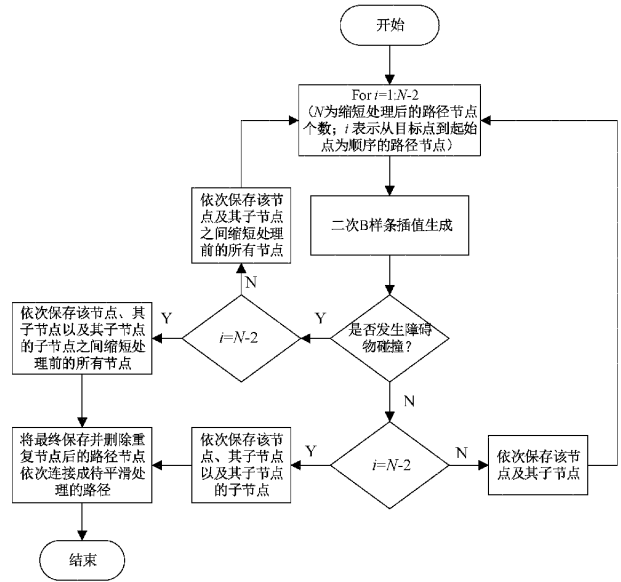


图 8 节点二次选取算法流程

2 仿真实验分析

为了验证本文所提出的算法,在同一台笔记本电脑中通过 Matlab2018a 软件进行仿真实验。

在本次仿真实验中,选取的复杂地图和简单地图均为一个 $[500 \times 500]$ 的二维地图,黑色阴影区域为随机障碍物,简单地图为一般小型公园环境的简化,复杂地图代表普遍大型公共场所简化场景,两种地图的选择能更好体现出移动机器人路径规划算法的性能以及工作环境的一般性,复杂地图相对于简单地图存在较多障碍物和狭窄通道,路径规划起点设置为 $[10,10]$,目标点设置为 $[490,490]$,固定搜索步长设定为 20,迭代次数上限为 10 000。主要通过比较传统 RRT,P-RRT 以及提出的改进 RRT 算法在以下 3 个主要方面:1)路径规划时间;2)路径有效节点个数;3)路径长度。对于提出的改进 RRT 算法,在偏置阈值取 0.5 时,经多次实验,引力系数的取值在 0.04 到 0.14 之间时,算法效率较高,对此改进 RRT 算法的引力系数设定为 0.08。

2.1 随机树节点扩展分析

图 9 中,分别为传统 RRT,P-RRT 以及改进 RRT 算法在复杂地图和简单地图的节点扩展结果。由于固定步长和采样点随机性的原因,传统 RRT 算法的节点扩展几乎遍布了整个地图的无障碍物区域,算法随机性强,搜索路径的节点过多,导致规划的路径曲折冗长如图 9(a)所示;P-RRT 算法引入了目标偏置策略,但部分不必要的节点区域仍被扩展,算法随机性依旧较强,搜索路径的节点仍较多如图 9(b)所示;改进 RRT 算法提出了新的采样节点生成策略,能够有效降低节点扩展的随机性,识别障碍物区域的同时快速扩展无障碍区域,进一步优化随机树向目标点拓展,大大降低了算法的规划时间,并且搜索路径的节点数目得到有效减少如图 9(c)所示。

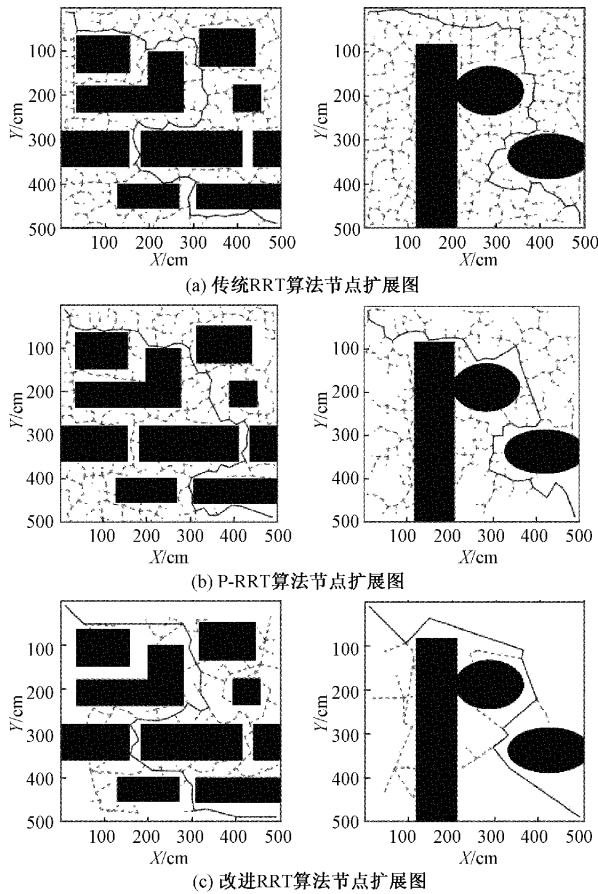


图 9 节点扩展仿真图

2.2 路径优化处理分析

RRT 算法由于其随机性和搜索步长的影响,在路径规划过程中总会规划出一部分不必要的转折节点,改进的 RRT 算法利用正向寻优思想去除了这部分无效节点。图 10 中,虚线为扩展节点路径,蓝色实线为缩短处理前的搜索路径,红色实线为缩短处理后的搜索路径,缩短处理后的路径节点数目明显减少,从而得到了长度更短的节点路径。

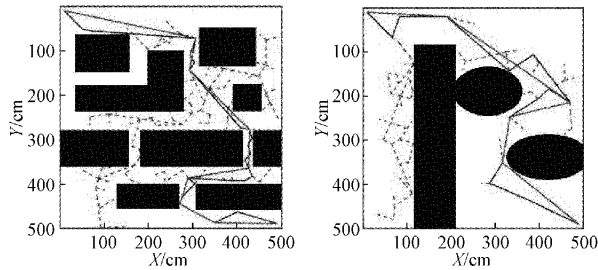


图 10 路径缩短处理

由于经过缩短处理的部分节点路径距离障碍物更近,且节点之间的路径长度增加,进行 B 样条曲线平滑处理难免发生障碍物碰撞。为了有效地避免障碍物碰撞,改进的 RRT 算法对部分关键路径节点进行了二次选取,重新选取了缩短处理前的路径节点。图 11 中,红色线条选取为缩短

处理后的节点路径,蓝色线条选取为缩短处理前的节点路径,两种颜色的线条共同组成待平滑处理的节点路径。

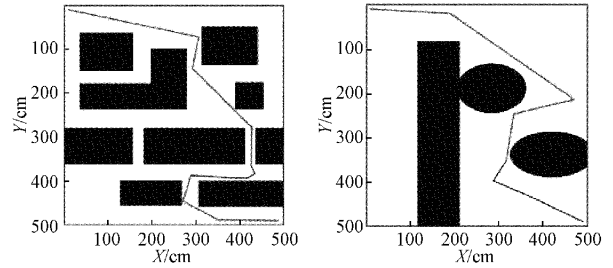


图 11 二次选取节点路径

图 12 中,改进的 RRT 算法对最终选取的节点路径进行了二次 B 样条曲线平滑处理,虚线为平滑处理前的规划路径,黑色实线为平滑处理后的规划路径,相比于虚线的折线路径,黑色实线的路径更为平滑,保证了移动机器人在运动过程中的稳定性,降低了机器人关节的磨损。

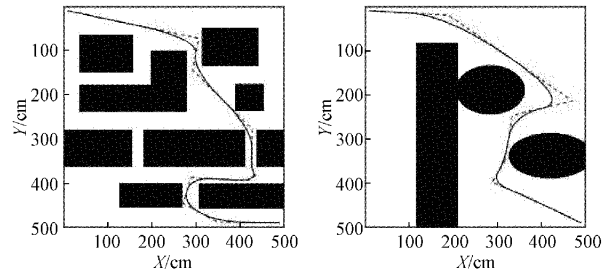


图 12 路径平滑处理

2.3 算法性能分析

由于类似 RRT 这类基于采样的算法存在随机性,所以对传统 RRT, P-RRT 以及提出的改进 RRT 算法分别执行 50 次实验。

1) 各算法性能对比分析

分别选取复杂地图和简单地图作为 50 次实验的仿真环境时,传统 RRT 算法、P-RRT 算法以及改进的 RRT 算法得到的实验结果分别如表 1、2 所示。

表 1 复杂环境各算法性能对比

算法	平均规划时间/s	平均有效节点个数	平均路径长度/cm
RRT	4.556 7	61.74	1 225.20
P-RRT	4.152 8	59.64	1 191.80
改进 RRT	2.033 1	0	1 125.90

表 2 简单环境各算法性能对比

算法	平均规划时间/s	平均有效节点个数	平均路径长度/cm
RRT	4.088 6	53.78	1 065.50
P-RRT	2.558 0	51.22	1 026.00
改进 RRT	0.875 4	0	905.47

由表 1 可知,在复杂环境中,改进 RRT 算法相较于传统 RRT、P-RRT 算法路径长度分别由 1 225.20 cm、1 191.80 cm 缩短到 1 125.90 cm,减少了约 8.10% 和 5.53%,同时规划时间分别由 4.556 7 s、4.152 8 s 降低到 2.033 1 s,提高了约 54.94% 和 51.04%,且节点数目也降低到 0;由表 2 可知,在简单环境中,改进 RRT 算法相较于传统 RRT、P-RRT 算法路径长度分别由 1 065.50 cm、1 026.00 cm 缩短到 905.47 cm,减少了约 15.02% 和 11.75%,同时规划时间分别由 4.088 6 s、2.558 0 s 降低到 0.875 4 s,提高了约 78.59% 和 65.78%,且节点个数归 0。因此很好地证明了改进 RRT 算法相较于传统 RRT 和 P-RRT 算法在进一步减少路径长度的基础上,规划时间得到了较大的提升,同时也有效地改善了路径的平滑性。

2) 改进 RRT 算法各阶段性能对比分析

由于改进的 RRT 算法在路径缩短处理后还需进行平滑处理,为了避免平滑处理后的路径发生障碍物碰撞,因此在路径平滑处理前需要重新选择部分关键缩短处理前的路径节点。为了证明此路径优化策略是否会影响算法规划时间以及是否能综合改善路径的长度及其平滑性,因此对改进的 RRT 算法分别从缩短处理后、平滑处理前以及平滑处理后 3 个阶段进行实验分析。

对于改进的 RRT 算法,平滑处理后 50 次实验的平均数据结果已得到,因此只需分别对缩短处理后和平滑处理前两个阶段分别选取复杂地图和简单地图进行 50 次仿真实验,得到的数据对比结果分别如表 3、4 所示。

表 3 复杂环境各阶段性能对比

阶段	平均规划时间/s	平均有效节点个数	平均路径长度/cm
缩短处理后	2.001 5	8.70	1 124.70
平滑处理前	2.022 9	28.16	1 176.70
平滑处理后	2.033 1	0	1 125.90

表 4 简单环境各阶段性能对比

阶段	平均规划时间/s	平均有效节点个数	平均路径长度/cm
缩短处理后	0.872 8	5.06	975.31
平滑处理前	0.868 0	6.90	1 000.40
平滑处理后	0.875 4	0	905.47

由表 3、4 可知,改进 RRT 算法在各个阶段的规划时间几乎保持不变的前提下,由于路径平滑处理前需要重新选择缩短处理前的部分路径节点,因此随着节点个数的增加,平滑处理前的路径长度随之增加。路径经过平滑处理后,节点个数归 0 的同时,复杂环境下路径长度为 1 125.90 cm,相较于缩短处理后的 1 124.70 cm,几乎能够保持路径长度不变,而简单环境下路径长度由缩短处理后

的 975.31 cm 进一步降低到平滑处理后的 905.47 cm。因此,改进 RRT 算法的路径优化策略,在不影响规划时间的前提下,能够有效地综合改善规划路径的长度及其平滑性。

将得到的实验数据结果画为折线图如图 13 所示,综合两种不同环境的情况,更为直观地验证了实验结果,而且也容易得出改进 RRT 算法在简单环境下取得的效果更为显著。

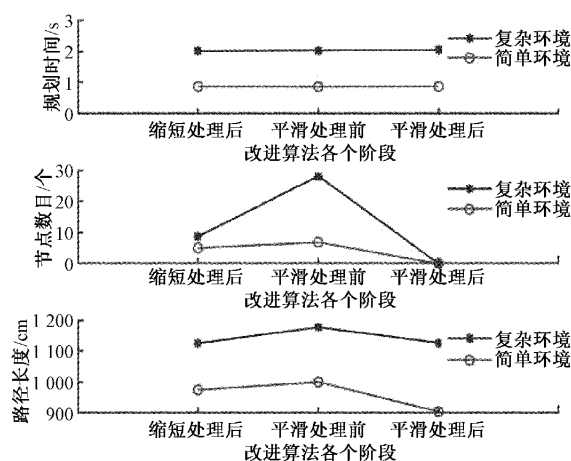


图 13 不同工作环境性能结果对比

3 结 论

RRT 算法能够规划出一条从起始点到目标点有效障碍的安全路径,且具有概率完备性。然而由于类似于 RRT 一系列算法是基于随机采样的算法,具有较强的随机性,遇到多障碍物的复杂环境往往需要耗费大量的时间来搜索路径,效率低下,且规划路径较长,最后得到的路径平滑性也较差。针对这些问题,改进的 RRT 算法融合了采样点概率和目标点引力,再结合了动态变随机步长的采样点生成策略,进一步优化随机树向目标点拓展,提高了搜索效率,减少了规划时间;最后通过路径优化,利用正向寻优和二次选取路径节点的策略完成 B 样条曲线处理,综合改善了路径的规划长度及其平滑性。

本次实验研究对象为二维空间中的移动机器人,未来考虑结合多维空间的障碍物碰撞检测算法,将改进的算法运用到多维空间机械臂的路径规划问题上。

参考文献

- [1] 胡嘉阳,韦巍.基于五次 NURBS 曲线的六轴机器人多目标轨迹优化[J].电子测量与仪器学报,2020,34(6):198-203.
- [2] 迟旭,李花,费继友.基于改进 A* 算法与动态窗口法融合的机器人随机避障方法研究[J].仪器仪表学报,2021,42(3):132-140.
- [3] 张艳,张明路,蒋志宏,等.动态环境下移动机器人路径规划的研究[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2020,43(10):1297-1306.

- [4] FATIN H A, IBRAHEEM K I, AHMAD T A, et al. Grid-based mobile robot path planning using aging-based ant colony optimization algorithm in static and dynamic environments[J]. *Sensors*, 2020, 20(7):1880.
- [5] 林韩熙, 向丹, 欧阳剑, 等. 移动机器人路径规划算法的研究综述[J]. *计算机工程与应用*, 2021, 57(18):38-48.
- [6] LAVALLE S M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning [J]. *Algorithmic & Computational Robotics New Directions*, 1999, 1(1): 293-308.
- [7] 陈满意, 张桥, 张弓, 等. 多障碍环境下机械臂避障路径规划[J]. *计算机集成制造系统*, 2021, 27(4):990-998.
- [8] 李扬, 张蕾, 李鹏飞, 等. 基于改进 RRT 结合 B 样条的机械臂运动规划方法[J/OL]. *计算机集成制造系统*:1-17[2021-11-25].
- [9] 张建冬, 王东, 马立东, 等. 基于改进 RRT 算法的移动机械臂路径规划[J]. *电子测量技术*, 2021, 44(23): 48-53.
- [10] 孙钦鹏, 李猛, 王中华. 基于改进快速扩展随机树算法的移动机器人路径规划[J]. *济南大学学报(自然科学版)*, 2019, 33(5):431-438.
- [11] 江洪, 蒋潇杰. 基于 RRT 改进的路径规划算法[J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2021, 35(7):10-16, 124.
- [12] 汪首坤, 邸智, 王军政, 等. 基于 A* 改进算法的机械臂避障路径规划[J]. *北京理工大学学报*, 2011, 31(11): 1302-1306.
- [13] WEI K, REN B. A method on dynamic path planning for robotic manipulator autonomous obstacle avoidance based on an improved RRT algorithm [J]. *Sensors*, 2018, 18(2):67-81.
- [14] 何兆楚, 何元烈, 曾碧. RRT 与人工势场法结合的机械臂避障规划[J]. *工业工程*, 2017, 20(2):56-63.
- [15] 吴铮, 陈彦杰, 何炳蔚, 等. 基于方向选择的移动机器人路径规划方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2021, 27(3): 672-682.
- [16] NOREEN I, KHAN A, HABIB Z. Optimal path planning using RRT* based approaches: a survey and future directions[J]. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 2016, 7(11): 97-107.
- [17] 王延年, 向秋丽. 基于改进粒子群优化算法的六自由度机器人轨迹优化算法[J]. *国外电子测量技术*, 2020, 39(1):49-53.

作者简介

陈都, 硕士研究生, 主要研究方向为移动机器人路径规划。

E-mail:649817976@qq.com

侯明(通信作者), 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为复杂运动体控制。