

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2210589

卫星时滞系统的强跟踪鲁棒扩展 Kalman 滤波^{*}

李科信 郑祥 梁天添

(大连交通大学自动化与电气工程学院 大连 116028)

摘要: 针对具有状态时滞和未知不确定性的卫星姿态控制系统,提出一种强跟踪鲁棒扩展 Kalman 滤波器,以实现执行器和传感器的并发故障估计。首先,考虑系统噪声,视故障为系统的辅助变量,建立增广时滞非线性系统。然后,提出鲁棒扩展 Kalman 滤波器,引入鲁棒上界以减少线性化误差。进一步,针对系统过程不确定性导致预测协方差精度较低的问题,引入基于多重次优渐消因子的强跟踪算法,以降低不确定性对滤波精度的影响。最后,给出仿真算例,将所提出方法与鲁棒扩展 Kalman 算法和扩展 Kalman 算法进行对比仿真。仿真结果表明,相较于其他两种算法,所提出方法的状态估计和故障估计均方根误差的平均值分别降低了 69.2%、60.6% 和 88.1%、78.9%,仿真结果验证了设计方案的有效性。

关键词: 时滞系统;鲁棒;Kalman 滤波;并发故障;强跟踪算法

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.1050

Strong tracking robust extended Kalman filtering for delay systems of satellite

Li Kexin Zheng Xiang Liang Tiantian

(School of Automation and Electrical Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

Abstract: A strong tracking robust extended Kalman filter is proposed for attitude control systems of satellite with state delay and unknown uncertainty to implement concurrent fault estimation of actuator and sensor. Firstly, considering the system noise, taking the faults as the auxiliary variables of the system, an augmented time-delay nonlinear system is established. Then, a robust extended Kalman filter is proposed, and a robust upper bound is introduced to decrease the linearization error. Further, for low accuracy of prediction covariance caused by system process uncertainties, a strong tracking algorithm based on multiple sub-optimal fading factors is introduced to decrease the influence of uncertainty on filtering accuracy. Finally, a simulation example is given to compare the proposed method with the robust extended Kalman algorithm as well as the extended Kalman algorithm. The simulation results show that, compared with the other two algorithms, the average value of the root mean square error of the state estimation and fault estimation by the proposed method is reduced by 69.2%, 60.6% and 88.1%, 78.9%, respectively. The simulation results verify the effectiveness of the design scheme.

Keywords: time-delay system; robust; Kalman filter; concurrent fault; strong tracking algorithm

0 引言

卫星姿态控制系统(attitude control systems, ACSs)对于卫星的稳定运行具有重要意义。随着卫星在轨服务的迅速发展^[1-3],对于 ACSs 的故障诊断问题也提出了更高的要求。目前,迭代学习^[4]、支持向量机^[5]和深度学习神经网络^[6]等智能方法已逐渐运用于卫星的故障诊断中,提高了故障诊断的精度。特别地,因故障估计不仅能够准确辨识故障特性,而且能够为容错控制提供基础,故而,ACSs 的

智能故障估计问题尤为值得关注。

当 ACSs 发生执行器和传感器并发故障时,视故障为系统的状态变量,ACSs 可建模为增广系统,则 ACSs 的故障估计问题转化为增广系统的状态估计问题。目前,增广系统已被广泛应用于卫星导航系统^[7,8]、四旋翼无人机^[9],且被逐步应用于卫星故障诊断领域^[10]。对于卫星的故障诊断问题,已有大量学者进行了研究。Lim 等^[11]提出一种改进的自适应渐消扩展 Kalman 滤波器来进行卫星传感器故障诊断。Bai 等^[12]基于深度学习的数据驱动故障诊断方

收稿日期:2022-07-06

^{*} 基金项目:辽宁省教育厅基金(JDL2020020)、常州市应用基础研究计划(CJ2020007)项目资助

法,实现卫星姿态控制系统的执行器故障诊断。但二者均未考虑执行器和传感器并发故障估计。Song 等^[13]针对刚性卫星姿态系统,设计虚拟观测器来实现执行器和传感器故障估计。Xiao 等^[14]基于模糊模型和奇偶性方程改进 Kalman 滤波器,以实现 ACSs 的执行器和传感器并发故障估计。然而,Bai 和 Song 等均未考虑系统中存在时滞的情况。

综上所述,本文提出一种强跟踪鲁棒扩展卡尔曼滤波器(strong tracking robust extend Kalman filter, STREKF),考虑卫星 ACSs 系统的状态时滞环节和执行器、传感器并发故障以及未知不确定性,建立具有时滞的卫星 ACSs 非线性状态空间系统模型;将故障作为辅助状态变量,得到时滞增广系统模型。在该增广模型的基础上,提出鲁棒上界以降低扩展 Kalman 滤波器(extended Kalman filter, EKF)算法引起的线性化误差对滤波器预测协方差的影响。进一步,针对 ACSs 存在的过程不确定性,提出基于多重次优渐消因子的强跟踪算法调整预测协方差,以降低未知不确定性对滤波精度的影响。与以往的研究相比,所提出的 STREKF 算法的优点如下:1)考虑了系统的定常状态时滞,不仅扩展了 ACSs 的故障诊断的范围,而且进一步完善了非线性时滞系统的卡尔曼滤波故障估计方法。2)同时考虑了执行器和传感器故障,使得针对 ACSs 故障估计的研究更为全面。3)考虑了线性化误差和未知不确定性对故障估计的影响,提出的 STREKF 算法保证了 ACSs 系统在复杂环境下的故障估计精度。

1 系统建模

考虑如式(1)所示的卫星 ACSs:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{U}_c \quad (1)$$

其中, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^\top$ 为角速度(rad/s), \mathbf{J} 表示系统的转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), 且满足 $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix}$, 本文将卫星的本体坐标轴选为刚体的惯量主轴,坐标原点为卫星的质心,则惯量积 J_{xy} 、 J_{xz} 和 J_{yz} 均为零。 $\boldsymbol{\omega}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$, \mathbf{U}_c 表示控制力矩($\text{N} \cdot \text{m}$)。

考虑系统噪声、外部扰动、定常状态时滞及执行器、传感器并发故障,基于欧拉离散化方法,由式(1)可得:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_{k-d-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \varphi_1(\mathbf{x}_k) + \\ \varphi_2(\mathbf{x}_{k-d-1}) + \mathbf{F}_a\mathbf{f}_{a,k} + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{F}_s\mathbf{f}_{s,k} + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\tau = t_k - t_{k-1}$ 为采样间隔, $\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^n$ 为状态变量, d 表示时滞常数, $\mathbf{u}_k = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{U}_c \in \mathbf{R}^m$ 为系统输入,

$\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^r$ 为输出向量, $\mathbf{f}_{a,k} \in \mathbf{R}^p$ 与 $\mathbf{f}_{s,k} \in \mathbf{R}^q$ 分别为执行器和传感器故障, \mathbf{F}_a 和 \mathbf{F}_s 分别为执行器和传感器故障的分布矩阵, $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m$, \mathbf{w}_k (rad/s) 和 \mathbf{v}_k (rad/s) 为零均值高斯白噪声。 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{A}_d \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{r \times n}$ 为相应的系统矩阵, $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 为非线性函数, $\varphi(\mathbf{x}_{k-d})$ 为含有定常时滞的非线性函数。式(2)中,各符号的具体形式为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{I}_n + \tau\alpha\Upsilon\mathbf{I}_n, \mathbf{A}_d = \mathbf{I}_n + \tau\beta\Upsilon\mathbf{I}_n, \mathbf{B} = \tau\text{diag}(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}),$$

$$\varphi(\mathbf{x}_k) = \tau \begin{bmatrix} (J_{yy} - J_{zz})/J_{xx} \cdot \mathbf{x}_{2,k}\mathbf{x}_{3,k} \\ (J_{zz} - J_{xx})/J_{yy} \cdot \mathbf{x}_{1,k}\mathbf{x}_{3,k} \\ (J_{xx} - J_{yy})/J_{zz} \cdot \mathbf{x}_{1,k}\mathbf{x}_{2,k} \end{bmatrix} - (\mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_{k-d})$$

其中, Υ 表示选取的常数, α 和 β 表示时滞程度,且满足: $\alpha + \beta = 1$ 。 $\varphi(\mathbf{x}_{k-d})$ 与 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 具有相同的形式,仅将 t 替换为 $t-d$ 。

定义 $\bar{n} = n + p + q$, 定义 $f_k = f_{k-1} + \Delta f_{k-1}$ 。当采样间隔 τ 充分小时, Δf_{k-1} 可忽略不计,故有 $f_k \approx f_{k-1}$ ^[15]。基于式(2),得到增广系统:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_k = \phi_1(\bar{\mathbf{x}}_{k-1}) + \phi_2(\bar{\mathbf{x}}_{k-d-1}) + \bar{\mathbf{w}}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (3)$$

其中,

$$\bar{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{x}_k \ f_{a,k} \ f_{s,k}]^\top, \bar{\mathbf{x}}_{k-d} = [\mathbf{x}_{k-d} \ f_{a,k-d} \ f_{s,k-d}]^\top,$$

$$\phi_1(\bar{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) = \bar{\mathbf{A}}_L\bar{\mathbf{x}}_{k-1} + \bar{\varphi}_1(\bar{\mathbf{x}}_{k-1}) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}_{k-1},$$

$$\phi_2(\bar{\mathbf{x}}_{k-d-1}) = \mathbf{A}_d\bar{\mathbf{x}}_{k-d-1} + \bar{\varphi}_2(\bar{\mathbf{x}}_{k-d-1}),$$

$$\bar{\mathbf{A}}_d = \text{diag}(\mathbf{A}_d, 0, 0), \bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\mathbf{B}, 0, 0),$$

$$\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ 0 \ \mathbf{F}_s], \bar{\mathbf{A}}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{F}_a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\varphi}_1(\bar{\mathbf{x}}_{k-1}) = \begin{bmatrix} \varphi_1(\mathbf{x}_{k-1}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{\varphi}_2(\bar{\mathbf{x}}_{k-d-1}) = \begin{bmatrix} \varphi_2(\mathbf{x}_{k-d-1}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{w}}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\bar{\mathbf{w}}_{k-1}$ 满足 $\bar{\mathbf{w}}_{k-1} = [\tau\mathbf{w}_{k-1}^\top \ \mathbf{w}_{2,k-1}^\top]^\top$, $\mathbf{w}_{2,k-1} \in \mathbf{R}^{p+q}$ 为与 \mathbf{w}_{k-1} 和 \mathbf{v}_k 无关的高斯噪声,用以保证 $\bar{\mathbf{w}}_{k-1}$ 非奇异,且取值充分小。本文中, $\mathbf{w}_{2,k-1}$ 的协方差矩阵满足 $\mathbf{Q}_{2,k-1} = \text{E}[\mathbf{w}_{2,k-1}\mathbf{w}_{2,k-1}^\top]$ 。

注释 1:随着现代测量技术的高度发展,ACSs 的测量信息均实时有效。因此,本文中假设 \mathbf{C} 为单位矩阵,即 $\mathbf{C} = \mathbf{I}_3$ 。

假设 1 用以保证设计方案的可行性。

假设 1: $\text{rank}(\mathbf{F}_a) = p$, $\text{rank}(\mathbf{F}_s) = q$ 。

引理 1^[16]: 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为实矩阵,对于任意标量 μ , 以下不等式成立:

$$\mathbf{a}^\top\mathbf{b} + \mathbf{b}^\top\mathbf{a} \leq \mu\mathbf{a}^\top\mathbf{a} + \mu^{-1}\mathbf{b}^\top\mathbf{b} \quad (4)$$

引理 2^[17]: 已知矩阵 $\boldsymbol{\zeta}_1, \boldsymbol{\zeta}_2, \boldsymbol{\zeta}_3, \boldsymbol{\zeta}_4, \boldsymbol{\zeta}_5$ 满足 $\boldsymbol{\zeta}_i^\top\boldsymbol{\zeta}_i \leq \mathbf{I}$, 若存在正标量 κ 和对称正定矩阵 \mathbf{U} 满足:

$$\kappa^{-1} \mathbf{I} - \zeta_3 \mathbf{U} \zeta_3^T > 0 \quad (5)$$

则有不等式(6)成立:

$$(\zeta_1 + \zeta_2 \zeta_1 \zeta_3) \cdot \mathbf{U} \cdot (\zeta_1 + \zeta_2 \zeta_1 \zeta_3)^T \leq \zeta_1 \cdot (\mathbf{U}^{-1} - \kappa \zeta_3^T \zeta_3)^{-1} \cdot \zeta_1^T + \kappa^{-1} \zeta_2 \zeta_2^T \quad (6)$$

2 鲁棒扩展 Kalman 滤波器

本节针对增广系统式(3),提出鲁棒 EKF(Robust EKF, REKF)算法,以实现时滞 ACSs 的故障估计。设计的 REKF 结构为:

$$\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} = \phi_1(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}) + \phi_2(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}) \quad (7)$$

$$\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k = \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{C}}\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}) \quad (8)$$

其中, $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}$ 为一步预测值, $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ 为状态估计值, \mathbf{K}_k 为待确定的滤波增益。

定义 $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} = \bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}$, $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$, 令 $\boldsymbol{\Sigma}_{k/k-1} = \mathbf{E}(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} \times \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}^T)$, $\boldsymbol{\Sigma}_k = \mathbf{E}(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_k \times \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_k^T)$ 。联合式(3)中第一个方程,式(7)及式(8)可得:

$$\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} = \phi_1(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}) - \phi_1(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}) + \phi_2(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}) - \phi_2(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}) + \tilde{\mathbf{w}}_{k-1} \quad (9)$$

对 $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}$ 和 $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}$ 分别关于 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}$ 和 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}$ 进行泰勒级数展开可得:

$$\phi_1(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}) = \phi_1(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}) + \mathbf{T}_k \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1} + \Delta\phi_1(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}^2) \quad (10)$$

$$\phi_2(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}) = \phi_2(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}) + \mathbf{F}_k \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1} + \Delta\phi_2(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}^2) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{T}_k = \partial\phi_1(\bar{\mathbf{x}})/\partial\bar{\mathbf{x}}|_{\bar{\mathbf{x}}=\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}}$, $\mathbf{F}_k = \partial\phi_2(\bar{\mathbf{x}})/\partial\bar{\mathbf{x}}|_{\bar{\mathbf{x}}=\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}}$, $\Delta\phi_1(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}^2)$ 和 $\Delta\phi_2(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}^2)$ 为线性化误差,且满足:

$$\Delta\phi_1(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}^2) = \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1 \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1} \quad (12)$$

$$\Delta\phi_2(\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}^2) = \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2 \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1} \quad (13)$$

其中, $\boldsymbol{\phi}_k, \boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是未知矩阵,且满足 $\boldsymbol{\phi}_k \boldsymbol{\phi}_k^T \leq \mathbf{I}$, $\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T \leq \mathbf{I}$ 。 $\mathbf{D}_k, \mathbf{H}_k \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是缩放矩阵, $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$ 是常数矩阵。

将式(10)~(13)代入式(9),得到:

$$\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1} = (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1} + (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1} + \tilde{\mathbf{w}}_{k-1} \quad (14)$$

进一步,由式(14)可得:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{k/k-1} &= (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1) \boldsymbol{\Sigma}_{k-1} (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1)^T + \\ &(\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \boldsymbol{\Sigma}_{k-d-1} (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2)^T + \\ &\mathbf{E}[(\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1} \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}^T (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2)^T]^T + \\ &\mathbf{E}[(\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1} \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}^T (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1)^T]^T + \bar{\mathbf{Q}}_k \end{aligned} \quad (15)$$

基于引理 1 和柯西-施瓦茨不等式,则由式(15)可得:

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}[(\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1} \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1}^T (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2)^T]^T + \\ &\mathbf{E}[(\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1} \tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k-d-1}^T (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1)^T]^T \leq \\ &\boldsymbol{\Sigma}_{k-1} (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1)^T + \end{aligned}$$

$$\mu_k^{-1} (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \boldsymbol{\Sigma}_{k-d-1} (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2)^T \quad (16)$$

将式(16)代入式(14)可得:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k/k-1} \leq (1 + \mu_k) (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1) \boldsymbol{\Sigma}_{k-1} (\mathbf{T}_k + \mathbf{D}_k \boldsymbol{\phi}_k \mathbf{L}_1)^T + (1 + \mu_k^{-1}) (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2) \boldsymbol{\Sigma}_{k-d-1} (\mathbf{F}_k + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{L}_2)^T + \bar{\mathbf{Q}}_k \quad (17)$$

根据式(17)和引理 2,如果存在正标量 γ_1 和 γ_2 ,使得:

$$\gamma_1^2 \mathbf{I} - \mathbf{L}_1 \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{L}_1^T > 0, \gamma_2^2 \mathbf{I} - \mathbf{L}_2 \mathbf{P}_{k-d-1} \mathbf{L}_2^T > 0 \quad (18)$$

成立,则对于式(3)系统及相应的滤波器式(7)和(8),得到的预测误差 $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}$ 及其相应的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/k-1}$, 估计误差 $\tilde{\bar{\mathbf{x}}}_k$ 及其相应的协方差矩阵 \mathbf{P}_k , 满足:

$$\mathbf{P}_0 = \boldsymbol{\Sigma}_0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k/k-1} &= (1 + \mu_k) [\mathbf{T}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-1}^T \mathbf{T}_k^T + \gamma_1^2 \mathbf{D}_k \mathbf{D}_k^T]^T + \\ &(1 + \mu_k^{-1}) [\mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-d}^T \mathbf{F}_k^T + \gamma_2^2 \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T]^T + \bar{\mathbf{Q}}_k \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\bar{\mathbf{P}}_{k-1} = \mathbf{P}_{k-1}^{-1} - \gamma_1^{-2} \mathbf{L}_1^T \mathbf{L}_1,$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k-d} = \begin{cases} 0 & (\forall 0 \leq k \leq d-1) \\ \mathbf{P}_{k-d-1}^{-1} - \gamma_2^{-2} \mathbf{L}_2^T \mathbf{L}_2 & (\forall k \geq d) \end{cases}$$

及

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \bar{\mathbf{C}}) \mathbf{P}_{k/k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \bar{\mathbf{C}})^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (21)$$

使得 $\boldsymbol{\Sigma}_k \leq \mathbf{P}_k$ 。

进一步,在式(21)中,对 \mathbf{P}_k 关于 \mathbf{K}_k 求偏导,令 $\partial\mathbf{P}_k/\partial\mathbf{K}_k = 0$, 得到滤波器增益矩阵为:

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T}{\bar{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T + \mathbf{R}_k} \quad (22)$$

由上述推导可知,对于增广系统式(3),状态估计由式(8)实现,其中滤波增益由式(22)获得。定义 $\mathbf{I}_{ac} = [0 \ 1 \ 0]$, $\mathbf{I}_{se} = [0 \ 0 \ 1]$, 根据 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ 的定义,传感器和执行器故障可由式(23)和式(24)计算得到:

$$f_{a,k} = \mathbf{I}_{ac} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k \quad (23)$$

$$f_{s,k} = \mathbf{I}_{se} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k \quad (24)$$

综上所述,给出卫星 ACSs 故障估计的 REKF 算法流程。

算法 1 REKF 算法。

步骤 1) 设置初始值。给定初始值 $\bar{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_0, \mu, \gamma$ 。

步骤 2) 计算一步预测值和预测协方差。由式(7)和

式(20)计算 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 。

步骤 3) 计算状态估计值、估计误差协方差及滤波增益。由式(22)计算 \mathbf{K}_k , 由式(8)和式(21)计算 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ 和 \mathbf{P}_k 。

步骤 4) 令 $k = k + 1$, 重复步骤 2)~4)。

步骤 5) 执行并发故障估计。由式(23)得到执行器故障估计值,由式(24)实得到传感器故障估计值。

注释 2 本文针对卫星 ACSs 时滞模型的 REKF 算法是由 EKF 算法推广得到的。事实上,在式(17)和(18)中,令 $\mathbf{D}_k = 0, \mathbf{H}_k = 0$, 则 REKF 算法退化为 EKF 算法。

3 强跟踪鲁棒 EKF 算法

考虑式(2)系统中存在未知有界过程不确定性 $\Delta \mathbf{E}_k$ (rad/s), 则式(2)系统可重新表示为:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\Psi}_1(\bar{\mathbf{x}}_{k-1}) + \boldsymbol{\Psi}_2(\bar{\mathbf{x}}_{k-d_i-1}) + \Delta \bar{\mathbf{E}}_k + \bar{\mathbf{w}}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (25)$$

其中, $\Delta \bar{\mathbf{E}}_k$ 为 $\Delta \mathbf{E}_k$ 的增广形式, 满足 $\Delta \bar{\mathbf{E}}_k = [\Delta \mathbf{E}_k^T \quad 0 \quad 0]^T$.

显然, 因不确定性 $\Delta \bar{\mathbf{E}}_k$ 的存在, 在计算预测协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 时会产生较大的误差^[18]. 为解决该问题, 本节提出基于多重渐消因子的强跟踪算法. 该算法需满足如下指标:

$$E((\bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k) \times (\bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k)^T) = \min \quad (26)$$

$$E(\tilde{\mathbf{y}}_{k+1+j} \times \tilde{\mathbf{y}}_{k+1}^T) = 0, k = 0, 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots \quad (27)$$

其中, $\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}$. 式(26)是滤波器最优估计的指标, 式(27)为正交性定理.

在上述前提下, 针对不确定式(25)系统, 基于 Cholesky 三角化分解思想, 引入次优渐消因子 $\lambda_{i,k}$ 调整 REKF 的预测协方差, 进而实现更精确的故障估计. 令 $\bar{\mathbf{\Lambda}}_k = \bar{\mathbf{\Lambda}}_k \bar{\mathbf{\Lambda}}_k^T$, 则:

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^* = (1 + \mu_k) \bar{\mathbf{\Lambda}}_k \mathbf{T}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-1}^{-1} \mathbf{T}_k^T \bar{\mathbf{\Lambda}}_k^T + (1 + \mu_k^{-1}) \bar{\mathbf{\Lambda}}_k \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-d}^{-1} \mathbf{F}_k^T \bar{\mathbf{\Lambda}}_k^T + \bar{\mathbf{Q}}_k \quad (28)$$

其中, $\bar{\mathbf{\Lambda}}_k = \text{diag}(\sqrt{\lambda_{1,k}}, \dots, \sqrt{\lambda_{n,k}})$ 为多重次优渐消因子.

定理 1: 定义 $\lambda_{1,k} : \lambda_{2,k} : \dots : \lambda_{n,k} = \mathbf{g}_1 : \mathbf{g}_2 : \dots : \mathbf{g}_r$, $\lambda_{i,k} = \mathbf{g}_i \cdot c_k, i \in [1, n]$, 其中 $\mathbf{g}_i \geq 1$ 为预设常数, c_k 为待确定的因子, θ 为弱化因子. $\boldsymbol{\eta}_{k,j} = E(\tilde{\mathbf{y}}_{k-j} \tilde{\mathbf{y}}_k^T)$, 若存在 $E(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_j^T) = 0, E(\bar{\mathbf{w}}_i \mathbf{v}_j^T) = 0, E(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j^T) = 0, i \neq j$, 由式(8)和(14)可得:

$$c_k = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]} \quad (29)$$

$$\lambda_{i,k} = \begin{cases} \mathbf{g}_i \cdot c_k, & \mathbf{g}_i \cdot c_k > 1 \\ 1, & \mathbf{g}_i \cdot c_k \leq 1 \end{cases} \quad (30)$$

其中,

$$\mathbf{M}_k = \bar{\boldsymbol{\xi}}[(1 + \mu_k) \mathbf{T}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-1}^{-1} \mathbf{T}_k^T + (1 + \mu_k^{-1}) \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-d}^{-1} \mathbf{F}_k^T] \bar{\boldsymbol{\xi}}^T \bar{\mathbf{C}}^T \bar{\mathbf{C}},$$

$$\mathbf{N}_k = \boldsymbol{\eta}_{0,k} - \theta \mathbf{R}_k - \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{Q}}_k \bar{\mathbf{C}}^T, \bar{\boldsymbol{\xi}} = \text{diag}(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_r)$$

证明: 由式(8)和(14)可得:

$$\boldsymbol{\eta}_{j,k} = E(\tilde{\mathbf{y}}_{k-j} \tilde{\mathbf{y}}_k^T) = \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{T}_{k-j} + \mathbf{D}_{k+j} \boldsymbol{\phi}_{k+j} \mathbf{L}_1) \left[\prod_{i=k+1}^{k-j-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \bar{\mathbf{C}}) \cdot (\mathbf{T}_j + \mathbf{D}_j \boldsymbol{\phi}_j \mathbf{L}_1) \right] (\mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_{0,k}) + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{F}_{k+j} + \mathbf{H}_{k+j} \boldsymbol{\omega}_{k+j} \mathbf{L}_2) \left[\prod_{i=k+1}^{k+j-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \bar{\mathbf{C}}) \right] (\mathbf{P}_{k-d/k-d-1} \bar{\mathbf{C}}^T - \mathbf{K}_{k-d} \boldsymbol{\eta}_{0,k-d}) \quad (31)$$

其中,

$$\boldsymbol{\eta}_{0,k} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}_1 \tilde{\mathbf{y}}_1^T, & k = 1 \\ \frac{\rho \boldsymbol{\eta}_{k-1} - \tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k^T}{1 + \rho}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (32)$$

$0 \leq \rho \leq 1, \rho$ 通常选取为 0.95.

假设时滞常数 d 非常小, 且采样间隔充分小, 此时, 估计误差的偏差非常小, 故有 $\tilde{\mathbf{x}}_{k-1} \approx \tilde{\mathbf{x}}_{k-d}$; 进一步可知 $\bar{\mathbf{P}}_{k-1} = \bar{\mathbf{P}}_{k-d-1}, \mathbf{K}_{k-1} = \mathbf{K}_{k-d-1}$, 则式(31)可进一步表示为:

$$\boldsymbol{\eta}_{j,k} \approx \{ \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{T}_{k+j} + \mathbf{D}_{k+j} \boldsymbol{\phi}_{k+j} \mathbf{L}_1) \left[\prod_{i=k+1}^{k+j-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \bar{\mathbf{C}}) \right] (\mathbf{T}_j + \mathbf{D}_j \boldsymbol{\phi}_j \mathbf{L}_1) \} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{F}_{k+j} + \mathbf{H}_{k+j} \boldsymbol{\omega}_{k+j} \mathbf{L}_2) \cdot \left[\prod_{i=k+1}^{k+j-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \bar{\mathbf{C}}) \right] (\mathbf{F}_j + \mathbf{H}_j \boldsymbol{\omega}_j \mathbf{L}_2) \} (\mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_{0,k}) \quad (33)$$

因此, 由式(27)可知, 存在适当的 \mathbf{K}_k , 使得式(34)成立, 从而满足正交性定理.

$$\mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_{0,k} = 0 \quad (34)$$

将式(22)代入式(34)可得:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T (\mathbf{I} - \boldsymbol{\eta}_{0,k} (\bar{\mathbf{C}} \mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T + \mathbf{R}_k)^{-1}) = 0 \quad (35)$$

式(35)成立的充分条件为:

$$\bar{\mathbf{C}} \mathbf{T} \mathbf{P}_{k/k-1} \bar{\mathbf{C}}^T = \boldsymbol{\eta}_{0,k} - \mathbf{R}_k \quad (36)$$

将式(28)代入式(36)可得:

$$\boldsymbol{\eta}_{0,k} - \mathbf{R}_k - \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{Q}}_k \bar{\mathbf{C}}^T = \bar{\mathbf{C}} [(1 + \mu_k) \bar{\mathbf{\Lambda}}_k \mathbf{T}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-1}^{-1} \mathbf{T}_k^T \bar{\mathbf{\Lambda}}_k^T + (1 + \mu_k^{-1}) \bar{\mathbf{\Lambda}}_k \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_{k-d}^{-1} \mathbf{F}_k^T \bar{\mathbf{\Lambda}}_k^T] \bar{\mathbf{C}}^T \quad (37)$$

对式(37)两侧求迹, 则可得到式(29). 进一步, 由式(30)得到多重次优渐消因子 $\lambda_{i,k}$.

综上所述, 给出具有状态时滞和不确定性的卫星 ACSs 故障估计的 STREKF 算法流程.

算法 2: STREKF 算法

步骤 1) 设置初始值. 给定初始值 $\bar{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_0, \mathbf{g}_i, \rho, \theta, \mu, \gamma$.

步骤 2) 确定次优渐消因子. 由式(29)、(30)和 $\bar{\mathbf{\Lambda}}_k$ 的定义得到次优渐消因子 $\bar{\mathbf{\Lambda}}_k$.

步骤 3) 计算一步预测值及预测协方差矩阵. 由式(7)和(28)计算 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k/k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k/k-1}^*$.

步骤 4) 计算状态估计值、状态估计误差协方差及滤波增益. 由式(22)计算 \mathbf{K}_k ; 由式(8)和式(21)计算 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ 和 \mathbf{P}_k .

步骤 5) 令 $k = k + 1$, 重复步骤 2)~4).

步骤 6) 执行并发故障估计. 由式(23)得到执行器故障估计值, 由式(24)得到传感器故障估计值.

4 仿真实验

本节中给出如式(1)所示的卫星 ACSs 模型, 以验证设计方案的有效性. 模型中, 转动惯量取值如表 1 所示.

表 1 转动惯量参数

J_{xx}	J_{yy}	J_{zz}
24.09	32.1	31.47

时滞常数 $d = 5$, 采样间隔 $\tau = 0.01$ s. 考虑执行器故障(飞轮斜坡故障) $f_o(t)$ (N·m) 与传感器(陀螺)突变

故障 $f_s(t)$ (rad/s), 其分布矩阵为 $F_a = [1, 0, 0]^T, F_s = [0, 1, 0]^T$ 。故障和不确定性的具体形式为:

$$f_{a,k} = \begin{cases} 0, & 0 \leq k < 200 \\ 5 \times 10^{-6}(k - 200), & 200 \leq k \leq 600 \\ 0.002, & k > 600 \end{cases} \quad (38)$$

$$f_{s,k} = \begin{cases} 2 \times 10^{-4}, & 100 \leq t \leq 500 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (39)$$

$$\Delta E_{k-1} = [0 \quad 0.01 \sin(x_{2,k}) \quad 0]^T \quad (40)$$

给定 $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01, \mu = 0.1, D_k = 0, H_k = 0$, 将 STREKF 与 REKF 和 REKF 进行对比, 得到状态估计结果如图 1~3 所示。状态估计的 RMSE (root mean square error) 如表 2 所示。由图 1~3 可以看出, 相对于 EKF 和 REKF, STREKF 对状态量的估计精度较高。表 2 进一步说明了 STREKF 的估计精度。

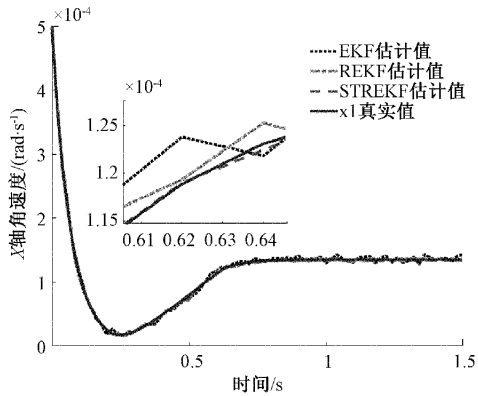


图 1 x_1 及其估计

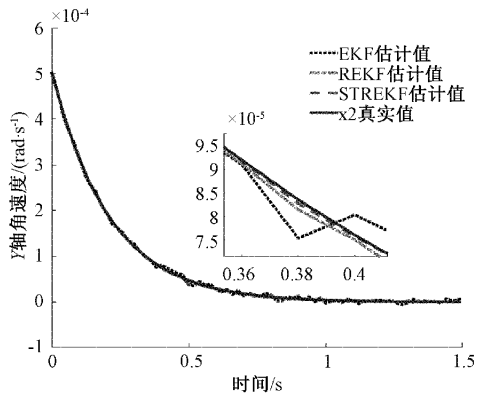


图 2 x_2 及其估计

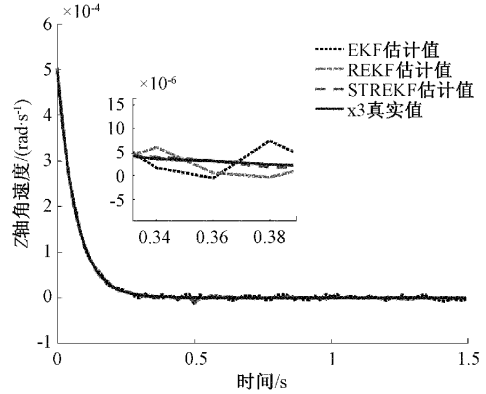


图 3 x_3 及其估计

进一步, 故障估计结果如图 4 和 5 所示, 故障估计的 RMSE 如表 3 所示。由图 4 和 5 可以看出, STREKF 对故障的估计精度高于 EKF 和 REKF。

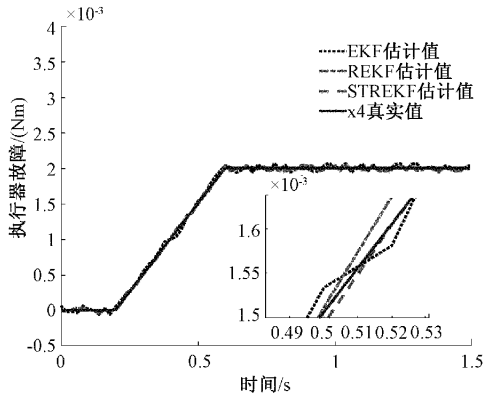


图 4 f_a 及其估计

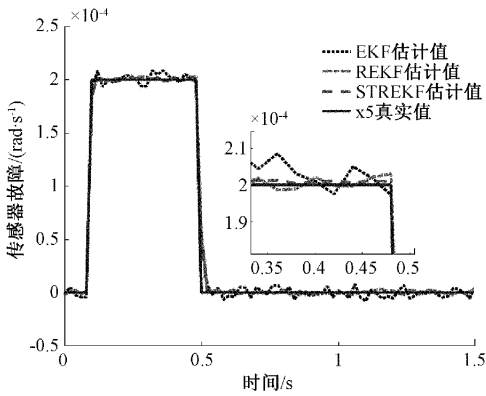


图 5 f_s 及其估计

表 2 状态估计值的 RMSE

算法	RMSE		
	x_1	x_2	x_3
EKF	4.56×10^{-6}	4.66×10^{-6}	4.69×10^{-6}
REKF	1.77×10^{-6}	1.77×10^{-6}	1.82×10^{-6}
STREKF	4.91×10^{-7}	5.94×10^{-7}	5.69×10^{-7}

表 3 故障估计值的 RMSE

算法	RMSE	
	$f_{a,k}$	$f_{s,k}$
EKF	4.05×10^{-5}	5.07×10^{-6}
REKF	2.91×10^{-5}	2.70×10^{-6}
STREKF	8.16×10^{-7}	2.04×10^{-6}

由表 4 可进一步说明 STREKF 算法对于状态量和故障的估计精度高于其他两种算法。

表 4 STREKF 相较于其他算法的 RMSE 降低百分比

算法	x_1	x_2	x_3	$f_{a,k}$	$f_{s,k}$
EKF	89.2	87.3	87.9	98.0	97.2
REKF	72.3	66.4	68.7	59.8	24.0

EKF、REKF 和 STREKF 算法的仿真时间分别 1.501、1.541 和 1.573 s,相较于其他两种算法,STREKF 仿真时间分别增加了 4.80%和 2.08%。

综上所述,针对不确定系统,STREKF 算法因其具有在线调整预测协方差的能力,因此即使在过程不确定存在的情况下,仍然具有较高的状态和故障估计精度。仿真结果验证了其有效性。

5 结 论

本文针对具有状态时滞和过程不确定性非线性卫星 ACSs 的并发故障估计问题,提出了基于多重次优渐消因子的 STREKF。提出了鲁棒上界以降低因系统线性化所导致的误差问题。进一步考虑过程不确定性对于滤波精度的影响,提出强跟踪算法在线调整预测协方差,进而提高了 RKEF 算法在系统存在不确定性情况下的滤波精度。给出了仿真算例,并将 STREKF 与 REKF 和 EKF 进行对比仿真,验证了方法的有效性。仿真结果表明,基于非线性时滞增广系统模型,针对卫星 ASCs 系统的执行器和传感器并发故障,相较于 EKF 和 REKF,设计的 STREKF 能够更好地实现并发故障的精确估计。

参考文献

- [1] 夏炎,潘树国,蔚保国,等.室内伪卫星载波多径误差抑制方法研究[J].仪器仪表学报,2022,43(2):62-72.
- [2] 樊简,赵硕,蔡文硕,等.采用网格搜索的非合作卫星时差累积协同定位方法[J].国外电子测量技术,2022,41(3):56-62.
- [3] 田思维,朱爱军,贾树泽,等.基于遥测数据频域特征的气象卫星故障诊断方法[J].电子测量技术,2021,44(14):158-162.
- [4] 贾庆贤,张承玺,李化义,等.基于新型学习观测器的卫星执行机构故障重构[J].系统工程与电子技术,2019,41(12):2835-2841.
- [5] VARVANI F H, RAHIMI A. Data-driven fault diagnosis for satellite control moment gyro assembly with multiple in-phase faults[J]. Electronics, 2021, 10(13): 1537.
- [6] NI P, WEN X. Fault diagnosis of satellite attitude actuator based on recurrent neural network[J]. Chinese Space Science and Technology, 2021, 41(4): 121.
- [7] KIM E, SONG J, SHIN Y, et al. Fault-free

protection level equation for CLAS PPP-RTK and experimental evaluations[J]. Sensors, 2022, 22(9): 3570.

- [8] KIM D, CHO J. Improvement of anomalous behavior detection of GNSS signal based on TDNN for augmentation systems[J]. Sensors, 2018, 18(11): 3800.
- [9] ZHONG Y, ZHANG Y, ZHANG W, et al. Actuator and sensor fault detection and diagnosis for unmanned quadrotor helicopters[J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(24): 998-1003.
- [10] LI Y, XU W, CHANG L. Fuzzy adaptive observer-based fault estimation design with adjustable parameter for satellite under unknown actuator faults and perturbations[J]. IET Control Theory & Applications, 2022, 16(8): 741-761.
- [11] LIM J K, PARK C G. Satellite fault detection and isolation scheme with modified adaptive fading EKF[J]. Journal of Electrical Engineering and Technology, 2014, 9(4): 1401-1410.
- [12] BAI L, GAO Z. Integrated fault-tolerant stabilization control for satellite attitude systems with actuator and sensor faults[J]. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 2019, 30(6): 864-878.
- [13] SONG H, HAN P, ZHANG J, et al. Fault diagnosis method for closed-loop satellite attitude control systems based on a fuzzy parity equation [J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2018, 14 (10), DOI: <https://doi.org/10.1177/1550147718805938>.
- [14] XIAO B, YIN S. A deep learning based data-driven thruster fault diagnosis approach for satellite attitude control system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 68(10): 10162-10170.
- [15] WANG M, LIANG T. Adaptive Kalman filtering for sensor fault estimation and isolation of satellite attitude control based on descriptor systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(6):1686-1698.
- [16] JI W, QIU J, KARIMI H R. Fuzzy-model-based output feedback sliding-mode control for discrete-time uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(8): 1519-1530.
- [17] 梁天添,王茂.一类广义连续-离散系统量测丢失情况下鲁棒滤波算法[J].中国惯性技术学报,2018,26(1):81-86.
- [18] HU G, GAO S, ZHONG Y, et al. Modified strong tracking unscented Kalman filter for nonlinear state estimation with process model uncertainty [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2015, 29(12): 1561-1577.

作者简介

李科信,硕士,主要研究方向为故障诊断技术。
E-mail:likexin2726793001@163.com