

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2211577

基于连续-离散容积信息滤波的发电机状态估计方法^{*}王京景¹ 张文奇² 王艳辉² 谢大为¹ 彭伟¹

(1. 国网安徽省电力有限公司 合肥 230061; 2. 合肥工业大学电气与自动化工程学院 合肥 230009)

摘要: 针对机电暂态过程中发电机动态状态难以精确估计问题,提出一种基于连续-离散容积信息滤波的动态状态估计方法。首先建立能准确刻画发电机实际运行态的连续-离散状态估计模型,然后利用1.5阶泰勒展开将随机微分方程转换为随机差分方程并根据三阶球半径容积规则对状态预测值进行精确计算,最后利用测量值对预测状态进行修正得到精确状态估计值。四机两区发电机系统的仿真结果表明,相较于传统发电机状态估计方法,文中方法不仅具有更高的估计精度、更强的鲁棒性和可接受的计算开销,而且具有易扩展于分布式电力系统状态估计的灵活性。

关键词: 发电机;状态估计;连续-离散系统;随机微分方程;容积信息滤波

中图分类号: TM711 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.40

Generator state estimation method based on continuous-discrete cubature information filtering

Wang Jingjing¹ Zhang Wenqi² Wang Yanhui² Xie Dawei¹ Peng Wei¹

(1. State Grid Anhui Electric Power Company Ltd., Hefei 230061, China;

2. School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Aiming at the problem that it is difficult to accurately estimate the dynamic state of the generator in the electromechanical transient process, a dynamic state estimation method based on continuous-discrete cubature information filtering is proposed in this paper. First, a continuous-discrete state estimation model that can accurately describe the actual operating dynamics of the generator is established, then the stochastic differential equation (SDE) is converted into a stochastic difference equation by using 1.5th-order Taylor expansion, and the state prediction value is accurately calculated according to the third-order spherical radius cubature rule, and finally the predicted state is corrected by the measurements to obtain an accurate state estimate. The simulation results of the four-machine two-zone generator system show that, compared with the traditional generator state estimation methods, the proposed method in this paper not only has higher estimation accuracy, stronger robustness and acceptable computational overhead, but also has the flexibility to be easily extended to distributed power system state estimation.

Keywords: generator; state estimation; continuous-discrete system; stochastic differential equation; cubature information filtering

0 引言

发电机是电力系统的重要组成部分,发电机在进行实时故障检测与优化控制时常常需要依靠机电暂态过程中发电机的动态状态量。虽然当前电力系统中广泛使用的相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)能对发电机的一部分动态/暂态状态进行测量^[1-3],然而受测量设备故障以及外界干扰等影响,PMU量测数据中往往存在误差。若

基于这些PMU量测数据直接对发电机动态状态进行分析,可能会导致不可靠的分析结论和控制策略。此外,更主要是发电机的大部分状态量不具有可观性,无法采用传统监测手段如PMU对其进行直接测量。因此,为满足发电机故障检测与优化控制需求,确保电力系统安全平稳运行,对机电暂态过程中发电机的动态状态进行精确估计是很有必要的^[3-5]。

当前,发电机动态状态估计常采用扩展卡尔曼滤波

收稿日期:2022-09-30

^{*} 基金项目:国网安徽省电力有限公司科技项目(5212002000AU)、国家自然科学基金(62103123)项目资助

(extended Kalman filter, EKF)^[6-9]、无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)^[10]、容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF)^[11-12]和均方根容积卡尔曼滤波(square-root cubature Kalman filter, SCKF)^[13]等方法。值得注意的是上述发电机中常用估计方法几乎都是离散的,而实际发电机的运行状态是连续的而非离散的,且常采用数字设备如 PMU 对发电机运行状态进行量测。因而,发电机的状态估计模型通常是连续-离散的:过程方程常由一组伊藤(ITO)形式的随机微分方程(stochastic differential equation, SDE)来描述,测量方程则是基于 PMU 等数字设备在离散采样时刻构建^[14-18]。连续-离散状态估计模型更符合且能准确刻画实际发电机动态状态估计的情形。

虽然传统离散滤波方法在离散时域能对发电机的动态状态进行精确估计,但将它们直接应用于发电机的连续-离散状态估计模型时,则会遇到以下问题:1)为确保离散滤波能够直接运行,离散化步长须与采样间隔/周期一致,因而滤波过程受采样间隔的影响;2)需要将连续过程方程离散化,增加计算开销;3)过程方程离散化时会引入离散化误差,导致所得离散化方程并不能准确反映原有连续过程方程所精确描述的发电机运行规律,特别是当离散化步长较大时;4)短采样周期在技术上(或由于任何其他原因)是不可能的或过于昂贵,导致对连续过程方程离散化时无法采用小的离散化步长。

为了克服上述传统离散滤波在估计实际发电机动态状态时所遇到的问题,本文提出了一种基于连续-离散均方根容积卡尔曼滤波(continuous-discrete square-root cubature Kalman filter, CD-SCKF)的发电机动态状态估计方法。相较于 EKF、UKF、CKF 和 SCKF 等离散滤波算法,CD-SCKF 可以不受采样间隔的影响,在采样间隔内能以很小的离散化步长对状态预测值进行计算,具有更高的滤波精度和更强的鲁棒性。此外,考虑到实际电力系统中,发电机的布置通常是分布式的,若采用集中式滤波,则需将各发电机动态状态信息传输到集中处理节点,这对信号传输能力和数据处理能力提出了较高要求,实现的难度与代价都较大。为此,本文在 CD-SCKF 基础上进一步提出了连续-离散均方根容积信息滤波(continuous-discrete square-root cubature information filter, CD-SCIF)方法对发电机的动态状态进行精确估计。相较于 CD-SCKF,CD-SCIF 可以对多传感器信息直接进行融合,更易于分布式发电机系统^[19-20]。所提方法和传统离散滤波的性能将在一典型的发电机系统即四机两区系统中进行测试。通过与 CKF、SCKF、UKF 在均方根误差(root mean square error, RMSE)、累计均方根误差(accumulative root mean square error, ARMSE)、发散次数和计算开销等方面的比较,进一步展示了所提方法在估计精度和鲁棒性上的优越性。

1 发电机动态状态估计的数学基础

1.1 连续-离散状态估计模型

连续-离散状态估计模型通常由式(1)建模为 ITO 型随机微分方程(SDE)的连续过程方程和式(2)的离散测量方程描述

$$dx(t) = f(x(t))dt + G(t)dW(t) \quad (1)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2)$$

式中: $x(t)$ 为状态向量, z_k 是采样间隔为 T 的量测值。 f 是描述实际系统运行规律的可微非线性函数, h 是基于数字设备量测过程构建的离散函数。 $G(t)$ 为一时变矩阵, $W(t)$ 表示带有扩散矩阵 $Q(t) > 0$ 的布朗运动。 v_k 是均值为 0 协方差矩阵为 $R_k > 0$ 的高斯测量噪声。初始状态量与噪声项之间、过程噪声与测量噪声之间相互独立。

1.2 发电机动态状态的数学模型

实际发电机动态状态估计通常由描述发电机实际运行物理规律的连续过程方程和刻画数字传感器测量过程的离散测量方程构成。参考 1.1 节中的连续-离散状态估计模型,在考虑:1)转子绕组暂态和转子动态,忽略了定子绕组暂态;2)故障发生后次暂态过程衰减的很快,在忽略次暂态过程对应的 d 、 q 绕组的基础上,经过数学建模和适当简化,建立如式(3)所示的实际发电机运行动态方程

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{E}'_q \\ \dot{E}'_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega - 1 \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T_J} \left[P_m - \frac{U^2}{2} \sin(2\delta - 2\phi) \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \right] \\ - \frac{U \sin(\delta - \phi)}{X'_d} E'_q + \frac{U \cos(\delta - \phi)}{X'_q} E'_d \\ - D(\omega - 1) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T'_{d0}} [E_f - E'_q - \\ (X_d - X'_d) \frac{E'_q - U \cos(\delta - \phi)}{X'_d}] \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T'_{q0}} [-E'_d + \\ (X_q - X'_q) \frac{U \sin(\delta - \phi) - E'_d}{X'_q}] \end{array} \right\} \end{pmatrix} + G(t)dW(t) \quad (3)$$

式中: δ 和 ω 分别为发电机转子绝对功角和电角速度标幺值; T_J 为发电机惯性时间常数; P_m 为机械功率; U 和 ϕ 分别为出口电压的幅值和相角; X_q 和 X_d 分别为 q 轴和 d 轴同步电抗; X'_q 和 X'_d 分别为 q 轴和 d 轴瞬变电抗; E'_q 和 E'_d 分别为 q 轴和 d 轴瞬态电动势; D 为阻尼系数; T'_{q0} 和 T'_{d0} 分别为 q 轴和 d 轴开路瞬变时间常数; E_f 为定子励磁电动势。

发电机量测方程基于数字传感器在离散采样时刻构建,常用式(4)来表示:

$$\begin{pmatrix} \delta_z \\ \omega_z \\ P_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \\ \omega \\ \left[\begin{array}{c} U \left[\frac{1}{2} \sin(2\delta - 2\phi) \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d} \right) + \right. \\ \left. \frac{\sin(\delta - \phi)}{X'_d} E'_q - \frac{\cos(\delta - \phi)}{X'_q} E'_d \right] \end{array} \right] \end{pmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (4)$$

式中: δ_z 和 ω_z 分别表示发电机转子绝对功角和电角速度量测值, P_e 为输出电磁功率的 PMU 量测值。

1.3 过程噪声协方差矩阵校正

在对发电机运行动态建模时,由于过程噪声是根据先验信息确立的,并不能够准确反映发电机运行时受到的各种实时扰动,因此在实际估计过程中还需要对过程噪声方差矩阵 \mathbf{Q}_k 进行校正。过程噪声误差主要来自于 PMU 测量得到的发电机出口电压幅值和相角误差。 k 时刻的过程噪声方差矩阵 \mathbf{Q}_k 为:

$$\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\sigma_{f\delta}^2, \sigma_{f\omega}^2, \sigma_{fE'_q}^2, \sigma_{fE'_d}^2) \quad (5)$$

式中: $\sigma_{f\delta}^2$ 、 $\sigma_{f\omega}^2$ 、 $\sigma_{fE'_q}^2$ 和 $\sigma_{fE'_d}^2$ 分别表示发电机状态量 δ 、 ω 、 E'_q 和 E'_d 的过程噪声方差。状态估计过程中可依据如下所示的误差传递公式计算方差矩阵 \mathbf{Q}_k 中各分量的具体数值:

$$\sigma^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial U} \right)^2 \sigma_U^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} \right)^2 \sigma_\phi^2 \quad (6)$$

式中: σ_U 和 σ_ϕ 分别是 PMU 测量得到的发电机出口电压幅值和相角误差标准差。

2 预测更新

2.1 ITO 泰勒展开

在计算状态预测值时需要式(1)所示的 SDE 进行求解。由于 SDE 的闭式解通常是得不到的,因此需要对其进行数值近似,将其转化为一差分方程,然后再依据贝叶斯公式在每个离散化步长内对状态预测值进行迭代计算。考虑到转化数值误差和计算开销,本文采用如式(7)所示的 1.5 阶 ITO 泰勒展开对 SDE 进行数值离散化近似。

$$\mathbf{x}(t+\tau) = \mathbf{x}(t) + \tau f(\mathbf{x}(t), t) + \frac{1}{2} \tau^2 (L_0 f(\mathbf{x}(t), t)) + \sqrt{\mathbf{Q}} \mathbf{w} + (L f(\mathbf{x}(t), t)) \mathbf{y} \quad (7)$$

上式各运算符号含义如下:

L_0 和 L_j 两个微分算子由式(8)和(9)定义:

$$L_0 = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{j,p,q=1}^n \sqrt{\mathbf{Q}_{p,j}} \sqrt{\mathbf{Q}_{q,j}} \frac{\partial^2}{\partial x_p \partial x_q} \quad (8)$$

$$L_j = \sum_{i=1}^n \sqrt{\mathbf{Q}_{i,j}} \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (9)$$

定义无噪声函数:

$$f_d(\mathbf{x}(t), t) = \mathbf{x}(t) + \tau f(\mathbf{x}(t), t) + \frac{1}{2} \tau^2 (L_0 f(\mathbf{x}(t), t)) \quad (10)$$

\mathbf{w} 和 \mathbf{y} 是一对相关的多维高斯随机向量,可由一对相互独立的标准高斯随机向量 \mathbf{u}_1 和 \mathbf{u}_2 按照式(11)和式(12)生成

$$\mathbf{w} = \sqrt{\tau} \mathbf{u}_1 \quad (11)$$

$$\mathbf{y} = \frac{1}{2} \tau^{3/2} (\mathbf{u}_1 + \frac{\mathbf{u}_2}{\sqrt{3}}) \quad (12)$$

2.2 预测值近似计算

在利用 1.5 阶 ITO 泰勒展开式将 SDE 精确转换为随机差分方程后,还需要根据此差分方程按照贝叶斯公式对状态预测值进行计算。本文采用三阶球半径容积规则对滤波过程中遇到的高斯加权积分进行近似计算,迭代求出每个离散化步长上的状态预测值,并将最后离散化时刻的预测值当做下一采样时刻的预测值。在后文推导中, \mathbf{x}_k^j 表示 $\mathbf{x}(t)$ 在时间 $t = kT + j\tau$ 时刻的值, T 为采样间隔, $1 \leq j \leq m$, 离散化步长 $\tau = T/m$, m 为最大离散化次数。初始时刻有 $\mathbf{x}_k \sim N(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k})$, 在 $j = 1$ 时,状态预测值可由下式计算:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1 = E[\hat{\mathbf{x}}_k | \mathbf{z}_{1:k}] \approx E[f_d(\mathbf{x}_k, kT) + \sqrt{\mathbf{Q}} \mathbf{w} + (L f(\mathbf{x}_k, kT)) \mathbf{y} | \mathbf{z}_{1:k}] \quad (13)$$

其中, $\mathbf{w} \sim N(0, \tau \mathbf{I}_n)$, $\mathbf{y} \sim N(0, (\tau^3/3) \mathbf{I}_n)$ 且有 $E[\mathbf{w} \mathbf{y}^T] = \frac{1}{2} \tau^2 \mathbf{I}_n$ 。由于噪声项独立与状态量且均值为 0, 上式可简化为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1 = E[f_d(\mathbf{x}_k, kT) | \mathbf{z}_{1:k}] = \int_{R^n} f_d(\mathbf{x}_k, kT) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k \quad (14)$$

类似地,可以得到状态误差协方差矩阵的预测值:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k}^1 &= E[(\mathbf{x}_k^1 - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)(\mathbf{x}_k^1 - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)^T | \mathbf{z}_{1:k}] = \\ &= \int_{R^n} f_d(\mathbf{x}_k, kT) f_d^T(\mathbf{x}_k, kT) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k + \\ &+ \frac{\tau^3}{3} \int_{R^n} (L f(\mathbf{x}_k, kT))(L f(\mathbf{x}_k, kT))^T N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k + \\ &+ \frac{\tau^2}{2} [\sqrt{\mathbf{Q}} \left(\int_{R^n} L f(\mathbf{x}_k, kT) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k \right)^T + \\ &+ \left(\int_{R^n} L f(\mathbf{x}_k, kT) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k \right) \sqrt{\mathbf{Q}}^T] - \\ &+ (\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)^T + \tau \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (15)$$

当 $L f(\cdot)$ 的非线性较轻时,可以使用 $L f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT)$ 来代替 $f(\mathbf{x}_k, kT)$, 得到简化的预测状态误差协方差:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k}^1 &\approx \int_{R^n} f_d(\mathbf{x}_k, kT) f_d^T(\mathbf{x}_k, kT) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{x}_k + \\ &+ \frac{\tau^3}{3} (L f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))(L f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))^T + \\ &+ \frac{\tau^2}{2} [\sqrt{\mathbf{Q}} (L f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))^T + (L f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT)) \sqrt{\mathbf{Q}}^T] - \\ &+ (\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1)^T + \tau \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (16)$$

根据三阶球半径容积规则,可根据式(17)计算 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1$:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1 \approx \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{i,k|k}^{*(1)} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{X}_{i,k|k}^{*(1)} = f_d(\hat{\mathbf{x}}_{k|k} + \sqrt{\mathbf{P}_{k|k}} \boldsymbol{\xi}_i, kT)$, 且有 $\boldsymbol{\xi}_i = \begin{cases} \sqrt{n} \mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, n \\ -\sqrt{n} \mathbf{e}_i, i = n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases}$, \mathbf{e}_i 为 \mathbb{R}^n 空间中的第 i 个坐标向量。

类似地,根据三阶容积规则,可得状态误差协方差矩阵的预测值

$$\mathbf{P}_{k|k}^1 \approx (\mathbf{X}_{k|k}^{*(1)})(\mathbf{X}_{k|k}^{*(1)})^T + \frac{\tau^3}{3} (Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))(Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))^T + \frac{\tau^2}{2} [Q(Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))^T + (Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, kT))Q^T] + \tau Q \quad (18)$$

$$\text{式中: } \mathbf{X}_{k|k}^{*(1)} = \frac{1}{\sqrt{2n}} [\mathbf{X}_{1,k|k}^{*(1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1 \dots \mathbf{X}_{2n,k|k}^{*(1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^1]$$

注意到在求解容积点时需要对方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k}$ 进行分解。然而在滤波过程常需要进行矩阵求逆和相减等数值敏感操作,导致协方差矩阵失去正定性,进而使其无法继续分解。为此,可由式(19)推导出协方差矩阵的平方根形式,并将其在算法执行过程中直接传递,避免数值敏感运算,提高算法的数值稳定性和精度。

$$\mathbf{P}_{k|k}^1 = \mathbf{S}_{k|k}^1 (\mathbf{S}_{k|k}^1)^T \quad (19)$$

$$\mathbf{S}_{k|k}^1 = \text{Tria} ([\mathbf{X}_{k|k}^{*(1)} \sqrt{\tau} (\sqrt{Q} + \frac{\tau}{2} Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j, kT))$$

$$\sqrt{\frac{\tau^3}{12}} Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j, kT)]) \quad (20)$$

$$\text{式中: } \mathbf{X}_{k|k}^{*(j-1)} = \frac{1}{\sqrt{2n}} [\mathbf{X}_{1,k|k}^{*(j-1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{j-1} \dots \mathbf{X}_{2n,k|k}^{*(j-1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{j-1}]$$

$\mathbf{S} = \text{Tria}(\mathbf{A})$ 表示对 \mathbf{A}^T 进行正交三角分解,得到上三角矩阵 \mathbf{R} , 且有 $\mathbf{S} = \mathbf{R}^T$ 。

依据以上操作可完成状态预测值的精确计算,滤波的测量更新部分可采用与离散滤波 SCKF^[13] 类似的操作来完成。连续-离散均方根容积卡尔曼滤波(CD-SCKF)的详细迭代步骤可参阅文献[14-15]。

3 连续-离散均方根信息滤波(CD-SCIF)

考虑到发电机在电力系统中通常是分布式的,直接利用 CD-SCKF 进行集中式处理会显著增加通信负担和处理难度^[19-20]。为此,本文在 CD-SCKF 的基础上进一步推导出连续-离散均方根信息滤波(CD-SCIF),CD-SCIF 具有易扩展于分布式状态估计的优点。CD-SCIF 采用如式(21)和(22)所示的信息对 $(\mathbf{Y}_{k|k}, \hat{\mathbf{y}}_{k|k})$ 对估计状态进行更新。

$$\mathbf{Y}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{Y}_{k|k} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \quad (22)$$

类似地,利用 2.2 节所述方法即可对 CD-SCIF 的状态预测值进行精确求解,其测量更新步骤可参照 CD-SCKF

中预测值的修正过程进行,CD-SCIF 的具体执行步骤归纳如下:

1) 预测更新

初始化: k 时刻的信息均值和均方差分别为 $\hat{\mathbf{y}}_{k|k}$ 和 $\mathbf{S}_{y,k|k}, j = 1, \hat{\mathbf{y}}_{0|0} = \hat{\mathbf{y}}_{k|k}, \mathbf{S}_{y,k|k} = \mathbf{S}_{y,k|k}, \mathbf{S}_{k|k} = \mathbf{S}_{y,k|k}^{-T}, \hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k} \hat{\mathbf{y}}_{k|k} = \mathbf{S}_{k|k} \mathbf{S}_{k|k}^T \hat{\mathbf{y}}_{k|k}, \mathbf{S}_{y,k|k} = \sqrt{\mathbf{Y}_{k|k}}$

m 步预测更新:

计算 $2n$ 个相同权重的容积点。

$$\mathbf{X}_{i,k|k}^j = \mathbf{S}_{k|k}^j \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j \quad (23)$$

通过 1.5 阶 ITO 泰勒展开式对 $\mathbf{X}_{i,k|k}^j$ 进行变换,得到传播的容积点。

$$\mathbf{X}_{i,k|k}^{*(j+1)} = f_d(\mathbf{X}_{i,k|k}^j, kT + j\tau) \quad (24)$$

对预测值的容积点加权求和得到状态量预测值。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{j+1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{i,k|k}^{*(j+1)} \quad (25)$$

计算状态误差协方差阵的平方根矩阵。

$$\mathbf{S}_{k|k}^{j+1} = \text{Tria} ([\mathbf{X}_{k|k}^{*(j+1)} \sqrt{\tau} (\sqrt{Q} + \frac{\tau}{2} Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j, kT + j\tau)) \sqrt{\frac{\tau^3}{12}} Lf(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j, kT + j\tau)]) \quad (26)$$

$$\text{式中, } \mathbf{X}_{k|k}^{*(j+1)} = \frac{1}{\sqrt{2n}} [\mathbf{X}_{1,k|k}^{*(j+1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{j+1} \dots \mathbf{X}_{2n,k|k}^{*(j+1)} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{j+1}]$$

连续执行式(23)~(26)共 m 次,可计算出 $t_{k+1} = kT + m\tau$ 时刻的状态迭代值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^m$ 和相应平方根误差矩阵 $\mathbf{S}_{k|k}^m$, 即下一采样时刻的状态预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 和平方根预测误差协方差矩阵 $\mathbf{S}_{k+1|k}$, 并令 $\mathbf{S}_{y,k+1|k} = \mathbf{S}_{y,k+1|k}^{-T}, \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \mathbf{Y}_{k+1|k} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{S}_{y,k+1|k} \mathbf{S}_{k+1|k}^T \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 。

2) 量测更新:

依据 m 步状态预测值生成一组等权重的容积点。

$$\mathbf{X}_{i,k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1|k} \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \quad (27)$$

通过量测方程对 $\mathbf{X}_{i,k+1|k}$ 进行变换,得测量容积点。

$$\mathbf{Z}_{i,k+1|k} = h(\mathbf{X}_{i,k+1|k}, k+1) \quad (28)$$

通过对量测容积点加权求和得到预测测量值。

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Z}_{i,k+1|k} \quad (29)$$

计算预测状态量与预测测量值间的互协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{xz,k-1|k} = \mathbf{X}_{k+1|k} \mathbf{Z}_{k+1|k}^T \quad (30)$$

$$\text{式中: } \mathbf{X}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} [\mathbf{X}_{1,k+1|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \dots \mathbf{X}_{2n,k+1|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}]$$

$$\mathbf{Z}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} [\mathbf{Z}_{1,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} \dots \mathbf{Z}_{2n,k+1|k} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}]$$

将时间更新部分得到的信息矩阵预测值 $\mathbf{S}_{y,k-1|k}$ 与 $\mathbf{S}_{i,k+1}$ 组合,然后进行正交三角分解求出信息矩阵的平方根 $\mathbf{S}_{y,k+1|k+1}$

$$\mathbf{S}_{y,k+1|k+1} = \text{Tria} ([\mathbf{S}_{y,k+1|k} \quad \mathbf{S}_{i,k-1}]) \quad (31)$$

式中, $\mathbf{S}_{i,k-1} = \mathbf{Y}_{k+1|k} \mathbf{P}_{xz,k+1|k} \bar{\mathbf{S}}_{R,k+1}, \bar{\mathbf{S}}_{R,k-1} = \mathbf{S}_{R,k-1}^T, \mathbf{R}_{k+1} =$

$$S_{R,k+1} S_{R,k+1}^T$$

利用式(33)计算出修正量依据式(32)对信息向量预测值进行修正,最终得到 $k+1$ 时刻的信息向量估计值 $\hat{y}_{k+1|k+1}$ 。

$$\hat{y}_{k+1|k+1} = \hat{y}_{k+1|k} + i_{k+1} \quad (32)$$

$$i_{k+1} = (Y_{k+1|k} P_{xx,k+1|k}) R_{k+1}^{-1} (v_{k+1} + P_{xx,k+1|k}^T \hat{y}_{k+1|k}) \quad (33)$$

式中: $v_{k+1} = z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})$ 。CD-SCIF 进行状态估计的详细流程如图 1 所示。

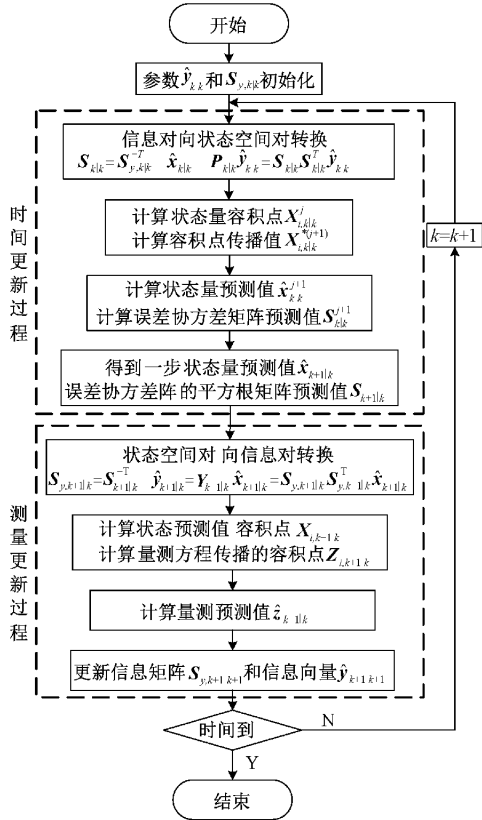


图 1 CD-SCIF 状态估计流程

4 仿真分析

本文采用如图 2 所示的四机两区发电机系统对所提算法 CD-SCKF 和 CD-SCIF 与对比方法的性能进行测试,其仿真模型如图 3 所示,区域 1 内部结构如图 4 所示。该系统由对称的两个区域组成,包含 11 个节点和 4 台参数一致的发电机,两区域之间由两条 220 km 长的 230 kV 线路连接在一起,该系统常用于大型互联电力系统中的低频机电振荡研究。

发电机运行动态方程式(3)中的具体仿真参数设置如下: $X'_q = 0.5, X'_d = 0.3, X_q = 1.7, X_d = 1.8, T'_{d0} = 7, X'_{q0} = 0.5, D = 2, T_J = 10, \varphi = 10^\circ, G(t) = I, P_m$ 和 U 由图 4 所示四机两区发电机提供, $Q(t) = \text{diag}([\sigma_1^2 \ \sigma_2^2 \ \sigma_1^2 \ \sigma_2^2]), \sigma_1^2 = \sqrt{5} \times 10^{-2}, R(t) =$

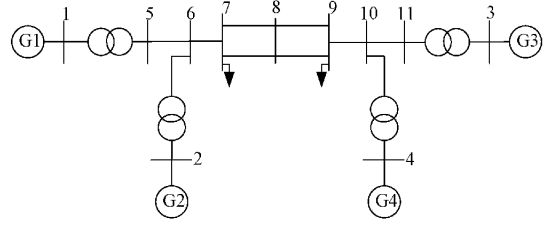


图 2 四机两区发电机系统

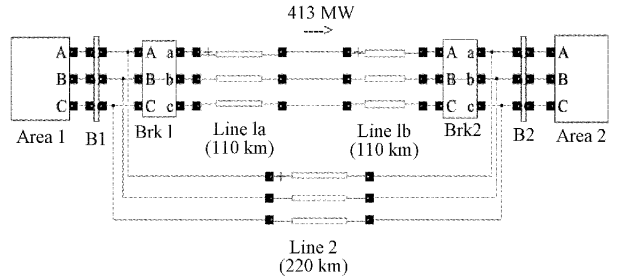


图 3 四机两区发电机系统仿真模型

$\text{diag}([\sigma_1^2 \ \sigma_2^2 \ (0.01^\circ)^2])$ 。 $\sigma_2^2 = 2 \times 10^{-6}$ 。

采用固定步长为 0.000 5 s 的欧拉-丸山 (Euler-Maruyama, EM) 方法对 SDE(3) 进行数值近似计算,并将所得值作为发电机运行状态的真实值,仿真时长为 72 s。本文采用发电机状态估计中常见离散滤波 CKF、SCKF 和 UKF (为了简洁分别缩写为: DD-CKF、DD-SCKF 和 DD-UKF) 与所提算法 CD-SCKF 和 CD-SCIF 分别对发电机的动态状态进行估计。为了对各算法的估计性能进行公平评估,引入如式(34)所示的 RMSE 和式(35)所示的 ARMSE 作为性能指标^[15-17]

$$RMSE(k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_{k,i}^n - \hat{x}_{k,i}^n)^2} \quad (34)$$

$$ARMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^N (x_{k,i}^n - \hat{x}_{k,i}^n)^2} \quad (35)$$

式中: $x_{k,i}^n$ 和 $\hat{x}_{k,i}^n$ 分别表示第 n 次蒙特卡洛运行中 k 时刻第 i 个状态量的真实值和估计值, M 为仿真截止时刻下标, N 为蒙特卡洛仿真次数。当发电机转子绝对功角误差 $\sqrt{(x_{k,1}^n - \hat{x}_{k,1}^n)^2}$ 在任意采样时刻 $k > 5^\circ$ 时,定义算法的此次状态估计是发散的。

将 $N = 500, T = 0.2 \text{ s}, m = 2^2$, DD-UKF 参数 $\kappa = 1$ 时所列对比算法各状态估计量的 RMSE 分别绘制于图 5~图 8 中。从图 5~8 可明显看出,所提算法 CD-SCKF 和 CD-SCIF 具有类似的最优状态估计效果, DD-SCKF 和 DD-CKF 的估计误差小于 DD-UKF。得益于采样间隔中状态预测值的精确计算,使得本文所提连续-离散估计算法相较于传统状态估计方法具有更高的估计精度。虽然 DD-UKF 通过调节参数 κ 可能会获得更好的滤波表现,但合适参数的选取是非常困难和耗时的^[10]。

为进一步展示所提方法的性能,增大噪声 $\sigma_2 = 2 \times$

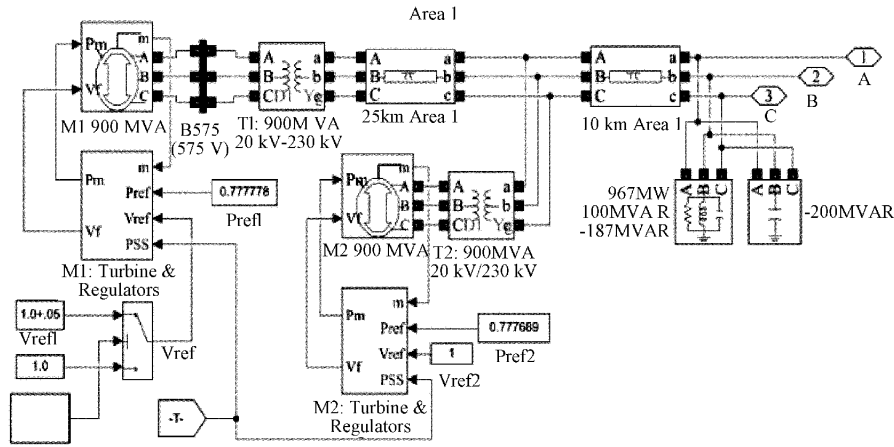


图 4 四机两区发电机系统区域 1 内部结构

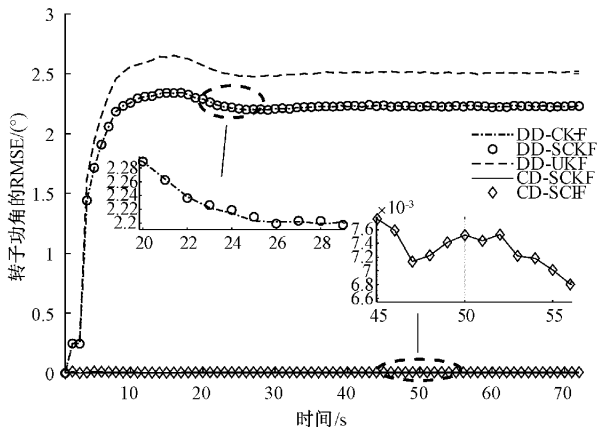


图 5 转子功角状态估计

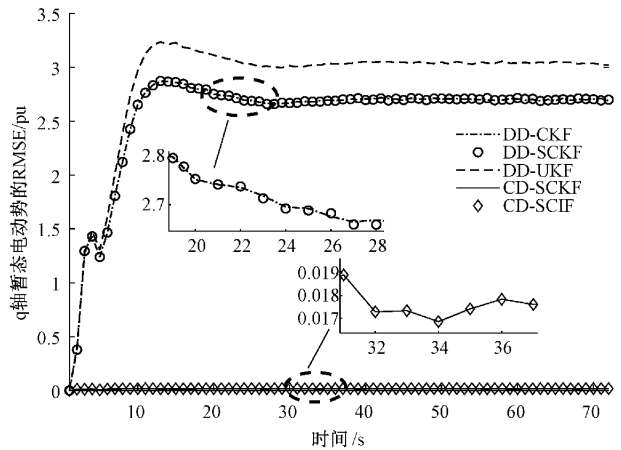


图 7 q 轴暂态电动势状态估计

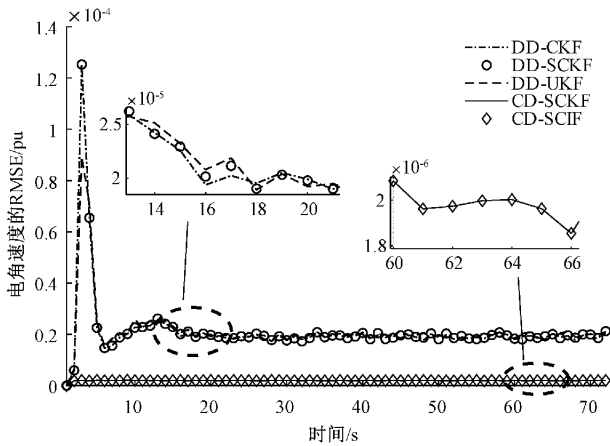


图 6 电角速度状态估计

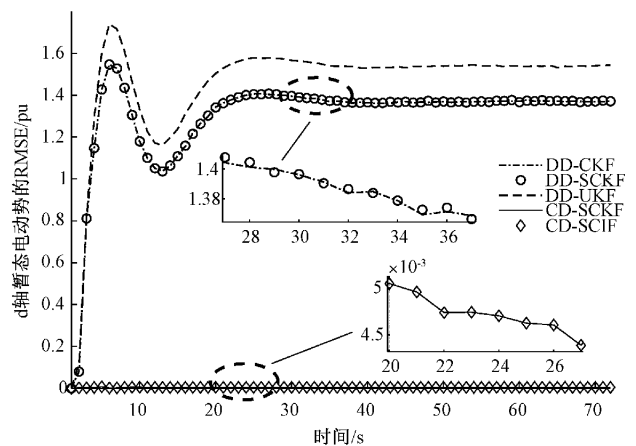


图 8 d 轴暂态电动势状态估计

10^{-4} , 其余参数设置保持不变, 将采样间隔 $T = 0.1 \text{ s}$, 0.2 s , 0.3 s 时不同算法状态估计的 ARMSE, 发散次数和计算开销绘制于表 1 中。由于状态 ω 变化很小, 状态量 E'_d 与 E'_q 的变化趋势相同, 因此表 1 中省去关于 ω 和 E'_d 的相关统计数据。

表 1 括号中的三元素分别对应 $T = 0.1 \text{ s}$, 0.2 s ,

0.3 s 时的相关统计量。从表 1 可看出, 随着采样间隔的增大, 离散滤波 DD-CKF、DD-SCKF 和 DD-UKF 的发散次数逐渐增大, 特别当 $T = 0.3 \text{ s}$ 时离散滤波方法的发散次数显著增加。这是因为随着采样间隔的增大, 离散滤波中离散化步长也随之增加, 导致引入更多离散化误差。相较于离散滤波方法, 本文所提连续-离散滤波方法 CD-SCKF

和 CD-SCIF 在小采样间隔和较大采样间隔都有较好的滤波表现,滤波精度更高,鲁棒性(收敛性)更好,且具有可接受的计算开销。当采样间隔继续增加时,过大的离散化误差会导致误差协方差矩阵失去正定性,使得 DD-CKF 和

DD-UKF 无法执行正交分解操作而停止运行。此外,CD-SCKF 和 CD-SCIF 可以通过适当减小计算状态预测值的离散化次数 m , 以轻微的精度损失降低其计算开销,增强其在高实时性发电机动态状态估计中的实用性。

表1 所考虑算法各项估计性能比较

算法	δ	E'_q	发散次数	运行时间/s
DD-CKF	(0.022, 0.029, 0.049)	(0.050, 0.078, 0.118)	(0, 4, 352)	(0.011, 0.006, 0.004)
DD-SCKF	(0.022, 0.029, 0.049)	(0.050, 0.078, 0.118)	(0, 4, 352)	(0.012, 0.006, 0.004)
DD-UKF	(0.022, 0.029, 0.048)	(0.051, 0.077, 0.115)	(0, 3, 337)	(0.011, 0.005, 0.004)
CD-SCKF	(0.021, 0.024, 0.026)	(0.048, 0.053, 0.056)	(0, 2, 3)	(0.033, 0.016, 0.011)
CD-SCIF	(0.021, 0.024, 0.026)	(0.048, 0.053, 0.056)	(0, 2, 3)	(0.036, 0.018, 0.012)

CD-SCKF 和 CD-SCIF 在 $m = 2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^4$ 时转子功角和 q 轴暂态电动势估计的 ARMSE 分别如图 9 和图 10 所示。从图 9 和 10 可看出,随着离散化次数 m 的增加,CD-SCKF 和 CD-SCIF 的 ARMSE 会随之减小,估计精度逐渐提高。这是因为随着离散化次数的增加,离散化步长减小,进而降低了求解状态预测值时的离散化误差。此外,当 $m = 2^1$ 时,所提算法 CD-SCKF 和 CD-SCIF 即可获得较高的计算精度,此时的计算开销也较小,越为相应离散化滤波的 2 倍,可满足大多数高实时性发电机动态状态估计的需求,且不受采样间隔的限制。

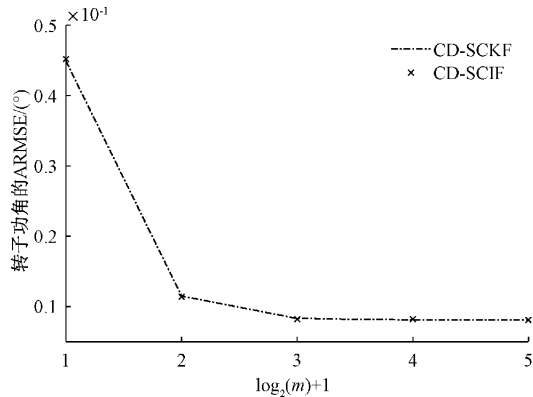
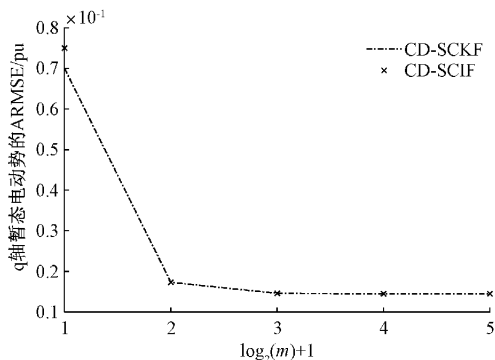


图9 转子功角的累计均方根误差

图10 q 轴暂态电动势的累计均方根误差

5 结 论

本文针对机电暂态过程中发电机的动态状态估计问题,首先利用连续-离散状态空间模型对发电机的动态状态估计进行了精确建模,然后依据 1.5 阶 ITO 泰勒展开、三阶球半径容积规则和信息对更新公式提出一种连续-离散均方根容积信息滤波算法对发电机的动态状态进行估计。与传统离散滤波方法相比,所提算法无论在小的采样间隔还是相对较大的采样间隔都具有更高的滤波精度、更强的鲁棒性和可接受的计算开销,且易扩展于广泛存在的分布式电力系统状态估计中。所提方法应用于分布式系统及其随机稳定性的严格数学分析仍需进一步研究。

参考文献

- [1] 罗深增,李银红,石东源. 广域测量系统可观性概率评估及其在 PMU 优化配置中的应用[J]. 电工技术学报, 2018, 33(8): 1844-1853.
- [2] 张静,毕天姝,刘灏. 考虑过程噪声时变后验统计的自适应同步发电机动态状态估计[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(19): 6973-6985.
- [3] 卢庆春,张俊,许沛东,等. 考虑量测相关性的容积卡尔曼滤波动态状态估计[J]. 电测与仪表, 2022, 59(10): 161-167, 200.
- [4] 尹诗,侯国莲,胡晓东,等. 风力发电机组发电机前轴承故障预警及辨识[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 242-251.
- [5] ZHAO J, MILI L. A theoretical framework of robust H-infinity unscented Kalman filter and its application to power system dynamic state estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(10): 2734-2746.
- [6] 李旭妍,刘长明,陈燕,等. 基于 EKF 算法的微型 AHRS 模块设计[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(4): 93-98.
- [7] 李英春,侯金明,王培瑞. 基于改进扩展卡尔曼滤波

- 的 PMSM 在线参数辨识 [J]. 中国测试, 2022, 48(11): 47-53.
- [8] 崔展博, 景博, 焦晓璇, 等. 基于联邦卡尔曼滤波器的容错组合导航系统设计 [J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(11): 143-153.
- [9] 余志鹏, 熊剑, 衷卫声, 等. 基于秩卡尔曼滤波的室内行人航位推算算法 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 214-220.
- [10] 邢丽坤, 詹明睿, 郭敏, 等. 基于 FFMILS-MIUKF 算法的锂电池 SOC 估计 [J]. 电子测量技术, 2022, 45(16): 53-60.
- [11] 盛涛, 夏海宝, 肖冰松. 基于 AIMM-SRCKF 的机动目标跟踪算法 [J]. 电子测量技术, 2021, 44(1): 159-164.
- [12] 章司怡, 陈熙源. 运动约束辅助的基于 SVD-CKF 的组合导航方法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(4): 82-89.
- [13] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [14] ARASARATNAM I, HAYKIN S, HURD, T R. Cubature Kalman filter for continuous-discrete systems: Theory and simulations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977-4993.
- [15] WANG Y, ZHANG H, MAO X, et al. Accurate smoothing methods for state estimation of continuous-discrete nonlinear dynamic systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(10): 4284-4291.
- [16] ZHAO Z, KARVONEN T, HOSTETTTLER R, et al. Taylor moment expansion for continuous-discrete Gaussian filtering [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(9): 4460-4467.
- [17] GUIHAL J M, AUGER F, BERNARD N, et al. Efficient implementation of continuous-discrete extended Kalman filters for state and parameter estimation of nonlinear dynamic systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 18(5): 3077-3085.
- [18] KULIKOV G Y, KULIKOVA M V. Hyperbolic-SVD-based square-root unscented Kalman filters in continuous-discrete target tracking scenarios [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(1): 366-373.
- [19] ZHAO L, YANG X, ZHANG W, et al. Progressive information filtering fusion for multi-sensor nonlinear systems [J]. Signal Process, 2019, 163: 181-187.
- [20] WANG R, CHEN B, YU L. Distributed nonlinear fusion estimation without knowledge of noise statistical information: A robust design approach [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, (57)5: 3107-3117.

作者简介

王京景, 高级工程师, 博士研究生, 主要研究方向为电网运行分析与控制。

E-mail: because1983@163.com

张文奇, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统状态估计。

E-mail: 1969600963@qq.com

王艳辉(通信作者), 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为非线性状态估计。

E-mail: wangyh@hfut.edu.cn

谢大为, 高级工程师, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析与控制。

E-mail: dwxie@163.com

彭伟, 高级工程师, 硕士研究生, 主要研究方向为电网运行。

E-mail: charm2006boy@126.com