

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209940

基于期望块对数似然的激光吸收光谱层析成像*

司菁菁^{1,2}, 刘鑫¹, 王晓莉¹, 程银波³, 刘畅⁴

(1. 燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学河北省信息传输与信号处理重点实验室 秦皇岛 066004;
3. 河北农业大学海洋学院 秦皇岛 066003; 4. 爱丁堡大学工程学院 爱丁堡 EH9 3JL)

摘要:可调谐二极管激光吸收光谱层析成像(TDLAST)是一种重要的非侵入式燃烧检测技术。然而, TDLAST 逆问题的欠定性使得传统算法重建的气体吸收密度存在较大误差。本文将期望块对数似然先验引入 TDLAST 逆问题的求解, 提出基于高斯混合模型(GMM)正则化的温度重建算法(GMMTRT)。该方法利用 GMM 建模燃烧场气体吸收密度的局部分布特性, 采用半二次分裂方法求解引入 GMM 正则化的 TDLAST 逆问题。利用火灾动力学模拟器生成的仿真数据与利用 TDLAST 实验系统获得的实际数据进行的重建实验均表明, GMMTRT 重建的温度图像能够准确定位火焰位置, 并清晰描述燃烧场感兴趣区域的温度分布。与现有的基于 Tikhonov 正则化的温度重建算法和同时代数重建算法相比, GMMTRT 的重建误差分别能够降低 15.42%~36.16% 和 23.10%~44.79%。

关键词: 可调谐二极管激光吸收光谱; 层析成像; 期望块对数似然; 高斯混合模型

中图分类号: TH741 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4

Laser absorption spectroscopy tomography based on the expected patch Log likelihood

Si Jingjing^{1,2}, Liu Xin¹, Wang Xiaoli¹, Cheng Yinbo³, Liu Chang⁴

(1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. Hebei Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
3. School of Ocean, Hebei Agricultural University, Qinhuangdao 066003, China; 4. School of Engineering, University of Edinburgh, Edinburgh EH9 3JL, UK)

Abstract: The tunable diode laser absorption spectroscopy tomography (TDLAST) is an important non-intrusive combustion monitoring technology. However, the ill-posedness of the inverse problem of TDLAST causes large errors in gas absorbance densities reconstructed by using traditional algorithms. In this article, the expected patch Log likelihood is introduced into TDLAST to solve the inverse problem. The Gaussian mixture model (GMM) regularized temperature reconstruction technique (GMMTRT) is proposed to image temperature distribution in the combustion field. This algorithm models the distribution characteristics of local absorbance density with GMM, and solves the inverse problem of TDLAST with GMM regularization via the half quadratic splitting method. Both the simulation with data generated from the fire dynamics simulator and the real experiment with the lab-scale TDLAST system show that GMMTRT can clearly indicate the temperature profile in the region of interest with correctly located flame peaks. Compared to the temperature reconstruction algorithm with Tikhonov regularization and the simultaneous algebraic reconstruction technique, GMMTRT can reduce the reconstruction error by 15.42%~36.16% and 23.10%~44.79%, respectively.

Keywords: tunable diode laser absorption spectroscopy; tomography; expected patch log likelihood; Gaussian mixture model

0 引言

可调谐二极管激光吸收光谱层析成像(tunable diode laser absorption spectroscopy tomography, TDLAST)是一种重要的非侵入式燃烧检测技术^[1-3]。它通过对燃烧场气体浓度与温度等重要流场参数分布进行层析成像,为燃烧过程分析与优化提供可视化参考依据。在多种流场参数中,温度分布能够直观、有效地揭示燃烧效率。高质量温度成像方案的设计已成为 TDLAST 领域的一个重要研究方向。

双线测温法^[4-5]是一种受研究者广泛关注的温度成像方案。该方案在两条吸收谱线下分别基于沿光路投影出的积分吸收值重建气体吸收密度,进而利用两者的比值计算温度分布。气体吸收密度的重建是实现双线测温法的关键。主流重建算法主要包括代数重建算法(algebraic reconstruction technique, ART)^[6]、同时迭代重建算法(simultaneous iterative reconstruction technique, SIRT)^[7]、同时代数重建算法(simultaneous algebraic reconstruction technique, SART)^[8]和 Landweber 算法^[9]等。

然而,实际燃烧设备内的有限空间限制了可布置的激光束的数量,使得实际 TDLAST 系统可获得的积分吸收值的数量远远小于待重建的气体吸收密度的数量。此欠定性会导致重建的气体吸收密度存在较大误差,进而在利用双线测温法重建的温度分布图像中产生严重的伪迹。为了提高重建性能,研究者探讨将流场参数分布的先验信息作为正则项,引入到 TDLAST 逆问题的求解过程中。例如, Li 等^[10]引入温度分布的平滑性,提出基于 Tikhonov 正则化的重建算法。 Bao 等^[11]引入气体吸收密度比值分布的平滑性,提出相对熵层析重建算法(relative entropy tomographic reconstruction)等。

随着深度学习的蓬勃发展,基于深度神经网络、在数据驱动下学习具体燃烧场中的光谱吸收测量值与流场参数分布的映射关系,成为了利用先验信息提高 TDLAST 温度重建性能的另一有效策略。代表性方法主要包括基于极限学习机(extreme learning machine, ELM)的温度重建算法^[12]、基于卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)的温度重建算法^[13-14]和基于长短期记忆(long short-term memory, LSTM)网络的温度重建算法^[15]等。然而,这些完全在数据驱动下的重建方法的泛化性能有待进一步提高。

近年来,结构化先验模型的学习与优化已成功应用于图像处理与计算机视觉领域,用以提高图像重建质量^[16-17]。与直接对整幅图像进行的先验建模相比,图像块先验模型具有学习复杂度较低、细节特征描述能力较强等优势。据此,本文将期望块对数似然(expected patch

log likelihood, EPLL)先验^[18]引入 TDLAST 领域,根据高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)构建燃烧场气体局部吸收密度的块先验模型,提出基于 GMM 正则化的温度重建方案(GMM regularized temperature reconstruction technique, GMMTRT)。该方案利用半二次分裂方法求解引入 GMM 正则化的 TDLAST 逆问题,进而根据双线测温法实现燃烧场温度分布的重建。仿真实验与实际 TDLAST 系统实验均表明, GMMTRT 重建的温度图像能够准确定位火焰位置,并清晰描述燃烧场感兴趣区域内的温度分布。

1 TDLAST 系统中的温度分布重建

1.1 TDLAST 的数学模型

当一束频率为 ν 的激光束以长度为 L 的路径穿过被测气体时,光强会由于气体的吸收而发生衰减。根据 Beer-Lambert 定律,路径积分吸收值 A_ν 可以表示为:

$$A_\nu = \int_0^L a_\nu(l) dl = \int_0^L P(l)X(l)S_\nu(T(l)) dl \quad (1)$$

式中: $a_\nu(l)$ 为 A_ν 在 l 位置处的局部吸收密度, $P(l)$ 、 $X(l)$ 和 $T(l)$ 分别表示 l 位置处的气压、气体浓度和温度, $S_\nu(\cdot)$ 为跃迁时吸收谱线的线强度。

若将燃烧场待测区域离散成 N 个均匀网格,并假设每个网格内的气体参数是均匀的且整个待测区域内的气压是相同的,则穿过待测区域的频率为 ν 的第 q 条激光束的路径积分吸收值 $A_{\nu,q}$ 可表示为:

$$A_{\nu,q} = \sum_{n=1}^N a_{\nu,n} L_{q,n} = \sum_{n=1}^N [PX_n S_\nu(T_n)] L_{q,n} \quad (2)$$

式中: $a_{\nu,n}$ 为第 n 个网格中的局部吸收密度, $L_{q,n}$ 为第 q 条激光束穿过第 n 个网格的弦长, P 为待测区域的气压, X_n 和 T_n 分别为第 n 个网格中的气体浓度和温度。

若令 Q 表示激光束的总数,则频率 ν 下 Q 条激光束的路径积分吸收值与局部吸收密度以及气体参数的关系可以表示成如下矩阵运算形式:

$$\mathbf{A}_\nu = \mathbf{L} \mathbf{a}_\nu \quad (3)$$

其中,

$$\mathbf{a}_\nu = \mathbf{P} \mathbf{X} \otimes \mathbf{S}_\nu(\mathbf{T}) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{A}_\nu \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$ 为路径积分吸收值向量, $\mathbf{a}_\nu \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 为局部吸收密度向量, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{Q \times N}$ 为弦长矩阵, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 和 $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 分别为气体浓度向量和温度向量, \otimes 表示向量元素间的对应相乘。

基于以上模型, TDLAST 系统中的温度分布重建问题可以表述为:根据在 W 个频率下测量到的路径积分吸收值向量 $\{\mathbf{A}_\nu: \nu = \nu_1, \dots, \nu_W\}$ 和已知的弦长矩阵 \mathbf{L} , 求解出耦合在局部吸收密度向量 $\{\mathbf{a}_\nu: \nu = \nu_1, \dots, \nu_W\}$ 中的温度分布向量 \mathbf{T} 。

1.2 双线测温法

双线测温法是一种被广泛接受的 TDLAST 温度重建方法。该方法选取两条低能级能量不同的吸收谱线(设频率分别为 v_1 和 v_2), 利用重建算法分别重建出局部吸收密度向量 \mathbf{a}_{v_1} 和 \mathbf{a}_{v_2} , 进而利用第 n 个网格内局部吸收密度 $\mathbf{a}_{v_1,n}$ 和 $\mathbf{a}_{v_2,n}$ 的比值 $R(T_n)$, 计算出第 n 个网格内的温度值 T_n :

$$R(T_n) = \frac{a_{v_1,n}}{a_{v_2,n}} \quad (5)$$

$$T_n = \frac{(E_2'' - E_1'') \frac{hc}{k}}{\ln R(T_n) + \ln \frac{S_{v_2}(T_0)}{S_{v_1}(T_0)} + (E_2'' - E_1'') \frac{hc}{kT_0}} \quad (6)$$

式中: h 为普朗克常数, c 为光速, k 为波尔兹曼常数, T_0 为参考温度。 E_1'' 和 E_2'' 分别是在频率 v_1 和 v_2 下吸收跃迁的低能级能量。

局部吸收密度向量 \mathbf{a}_{v_1} 和 \mathbf{a}_{v_2} 的高精度重建是利用双线测温法实现燃烧场温度成像的关键。

2 基于 EPLL 先验的燃烧场温度重建

2.1 基于 EPLL 先验的 TDLAST 逆问题求解

本文将 EPLL 先验引入 TDLAST 逆问题求解, 将基于测量到的路径积分吸收值向量 $\mathbf{A}_v \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$ 和已知的弦长矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{Q \times N}$ 求解局部吸收密度向量 $\mathbf{a}_v \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 的问题描述成如下最大后验概率估计(maximum a posteriori, MAP)问题:

$$\min_a \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{a} - \mathbf{A}\|_2^2 - \sum_{m=1}^M \log p(\mathbf{R}_m \mathbf{a}) \quad (7)$$

式中: λ 为正则化参数。为了简化后续描述, 路径积分吸收值向量 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$ 和局部吸收密度向量 $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 省略了下标 v 。 $\mathbf{R}_m \mathbf{a} \in \mathbb{R}^{B \times 1}$ 表示以列向量形式描述的 \mathbf{a} 中的第 m 块, \mathbf{R}_m 为取块算子, $m = 1, 2, \dots, M$ 。 $p(\mathbf{R}_m \mathbf{a})$ 表示块 $\mathbf{R}_m \mathbf{a}$ 的先验概率。本文以 GMM 建模 $p(\mathbf{R}_m \mathbf{a})$ 。

2.2 GMM 先验

GMM 定义为 K 个高斯模型的加权和。样本 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{B \times 1}$ 由 GMM 描述的概率密度函数为:

$$p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\Theta}) = \sum_{k=1}^K \alpha_k N(\mathbf{x} | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) = \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{(2\pi)^{\frac{B}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)^T \boldsymbol{\Sigma}_k^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)}{2}\right) \quad (8)$$

式中: 超参数集 $\boldsymbol{\Theta} = \{\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k, \alpha_k\}_{k=1}^K$; $N(\mathbf{x} | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k)$ 是第 k 个高斯模型的概率密度函数, $\boldsymbol{\mu}_k$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_k$ 分别表示均值和协方差矩阵; α_k 表示第 k 个高斯模型的权重, $\alpha_k \geq 0$ 且

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1.$$

本文采用期望最大化(expectation-maximum, EM)算法, 为 $p(\mathbf{R}_m \mathbf{a})$ 训练 GMM, 求得最优超参数集。EM 算法的具体实现过程如算法 1 所示。本文以由 H 个局部吸收密度向量 $\{\mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^{N \times 1}; r = 1, 2, \dots, H\}$ 划分出的块向量集 $\{\mathbf{R}_m \mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^{B \times 1}; r = 1, 2, \dots, H, m = 1, 2, \dots, M\}$ 为输入样本集, 训练出最优超参数集 $\tilde{\boldsymbol{\Theta}} = \{\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k, \tilde{\alpha}_k\}_{k=1}^K$ 。

算法 1 EM 算法

输入: 样本集 $\{\mathbf{x}_j; j = 1, \dots, J\}$, 高斯模型数 K , 最大迭代次数 $Iter$, 误差阈值 ε 。

令 $i = 0$; 初始化超参数集 $\boldsymbol{\Theta}^0 = \{\boldsymbol{\mu}_k^0, \boldsymbol{\Sigma}_k^0, \alpha_k^0\}_{k=1}^K$; 计算对数似然函数:

$$\log L(\boldsymbol{\Theta}^0) = \sum_{j=1}^J \log p(\mathbf{x}_j | \boldsymbol{\Theta}^0)$$

do

{ $i = i + 1$

E-step: 依据超参数集 $\boldsymbol{\Theta}^{i-1} = \{\boldsymbol{\mu}_k^{i-1}, \boldsymbol{\Sigma}_k^{i-1}, \alpha_k^{i-1}\}_{k=1}^K$ 计算每个样本 $\mathbf{x}_j (j = 1, 2, \dots, J)$ 来自第 $k (k = 1, 2, \dots, K)$ 个高斯模型的概率 $\gamma_{j,k}^i$:

$$\gamma_{j,k}^i = \frac{\alpha_k N(\mathbf{x}_j | \boldsymbol{\mu}_k^{i-1}, \boldsymbol{\Sigma}_k^{i-1})}{\sum_{k=1}^K \alpha_k N(\mathbf{x}_j | \boldsymbol{\mu}_k^{i-1}, \boldsymbol{\Sigma}_k^{i-1})}$$

M-step: 更新超参数集 $\boldsymbol{\Theta}^i = \{\boldsymbol{\mu}_k^i, \boldsymbol{\Sigma}_k^i, \alpha_k^i\}_{k=1}^K$, 其中:

$$\boldsymbol{\mu}_k^i = \frac{\sum_{j=1}^J (\gamma_{j,k}^i \mathbf{x}_j)}{\sum_{j=1}^J \gamma_{j,k}^i}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_k^i = \frac{\sum_{j=1}^J \gamma_{j,k}^i (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_k^i) (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_k^i)^T}{\sum_{j=1}^J \gamma_{j,k}^i}$$

$$\alpha_k^i = \frac{\sum_{j=1}^J \gamma_{j,k}^i}{J}$$

计算对数似然函数:

$$\log L(\boldsymbol{\Theta}^i) = \sum_{j=1}^J \log p(\mathbf{x}_j | \boldsymbol{\Theta}^i)$$

}

While ($|\log L(\boldsymbol{\Theta}^i) - \log L(\boldsymbol{\Theta}^{i-1})| \geq \varepsilon$ 或 $i < Iter$)

输出: 最优超参数集 $\tilde{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{\Theta}^i$

2.3 基于 GMM 正则化的 TDLAST 逆问题求解

本文以 GMM 实现 EPLL 先验, 将优化问题式(7)具体表示为如下形式:

$$\min_a \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{a} - \mathbf{A}\|_2^2 - \sum_{m=1}^M \log p(\mathbf{R}_m \mathbf{a} | \tilde{\boldsymbol{\Theta}}) \quad (9)$$

进而,采用半二次分裂算法^[19]求解该优化问题。引入辅助变量 \mathbf{z}_m 逼近 $\mathbf{R}_m \mathbf{a}$, $m=1, 2, \dots, M$, 从而将优化问题式(9)转化为:

$$\min_{\mathbf{a}, \{\mathbf{z}_m\}_{m=1}^M} \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{a} - \mathbf{A}\|_2^2 + \sum_{m=1}^M \left(\frac{\beta}{2} \|\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \mathbf{z}_m\|_2^2 - \log p(\mathbf{z}_m) \right) \quad (10)$$

理想状态下,当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, \mathbf{z}_m 将收敛到优化问题式(10)的最优解 $\mathbf{R}_m \mathbf{a}$ 。在实际应用中,可以取一个逐渐增大的有限长 β 值序列 $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_\beta}]$, 迭代求解该问题。

对于每个固定的 β 值,求解过程可以分解为如下两步骤:

1) 设 $\{\mathbf{z}_m\}_{m=1}^M$ 是确定的,将式(10)转化为关于 \mathbf{a} 的如下优化问题。

$$\min_{\mathbf{a}} \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{a} - \mathbf{A}\|_2^2 + \sum_{m=1}^M \frac{\beta}{2} \|\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \mathbf{z}_m\|_2^2 \quad (11)$$

计算目标函数关于 \mathbf{a} 的导数,并令其等于0,得到 \mathbf{a} 的如下闭式解:

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{\lambda \mathbf{L}^T \mathbf{A} + \beta \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_m^T \mathbf{z}_m}{\lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \beta \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_m^T \mathbf{R}_m} \quad (12)$$

2) 设 \mathbf{a} 是确定的,将式(10)转化为关于 \mathbf{z}_m 的如下优化问题:

$$\min_{\mathbf{z}_m} \frac{\beta}{2} \|\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \mathbf{z}_m\|_2^2 - \log p(\mathbf{z}_m), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (13)$$

首先,根据由 EM 算法确定的最优 GMM 超参数集

$\hat{\Theta} = \{\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k, \tilde{\alpha}_k\}_{k=1}^K$, 为 $p(\mathbf{R}_m \mathbf{a})$ 选择最匹配的高斯模型 $N(\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m}, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m})$, 即求解:

$$\hat{k}_m = \arg \max_k p(k | \mathbf{R}_m \mathbf{a}) = \arg \max_k [p(\mathbf{R}_m \mathbf{a} | k) p(k)] = \arg \min_k [-\log p(\mathbf{R}_m \mathbf{a} | k) - \log p(k)] =$$

$$\arg \min_k \left[\frac{(\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_k)^T \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k^{-1} (\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_k)}{2} + \frac{1}{2} \log |\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k| - \log \tilde{\alpha}_k \right] \quad (14)$$

超参数集 $\{\tilde{\boldsymbol{\mu}}_k, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k, \tilde{\alpha}_k\}_{k=1}^K$ 中使得式(14)中的目标函数取得最小的 k 即为 \hat{k}_m 。

接下来,根据 \hat{k}_m 将式(13)中的 $p(\mathbf{z}_m)$ 表示为:

$$p(\mathbf{z}_m) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{B}{2}} |\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m}|^{\frac{1}{2}}} \exp \left(- \frac{(\mathbf{z}_m - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m})^T \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m}^{-1} (\mathbf{z}_m - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m})}{2} \right) \quad (15)$$

因此,式(13)中的目标函数可以进一步表示为:

$$\frac{\beta}{2} \|\mathbf{R}_m \mathbf{a} - \mathbf{z}_m\|_2^2 + \frac{(\mathbf{z}_m - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m})^T \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m}^{-1} (\mathbf{z}_m - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m})}{2} + C \quad (16)$$

式中: C 表示不影响后续求导结果的常数。

最后,将式(16)关于 \mathbf{z}_m 求导,并令其等于0,得到 \mathbf{z}_m 的闭式解:

$$\hat{\mathbf{z}}_m = \left(\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m} + \frac{\mathbf{I}}{\beta} \right)^{-1} \left[\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m} (\mathbf{R}_m \mathbf{a}) + \frac{\mathbf{I}}{\beta} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m} \right] \quad (17)$$

式中: \mathbf{I} 表示 $B \times B$ 的单位矩阵。

2.4 基于 GMM 正则化的温度重建算法

本文通过将 EPLL 先验引入 TDLAST 逆问题求解,提出的基于 GMMTRT 算法如算法 2 所示。该算法利用 v_1 和 v_2 两个频率下测量到的路径积分吸收值向量 $\mathbf{A}_{v_1} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$ 和 $\mathbf{A}_{v_2} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$, 求解描述燃烧场待测区域的温度分布向量 $\hat{\mathbf{T}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 。

算法 2 GMMTRT 的实现过程

输入: 路径积分吸收向量 $\mathbf{A}_{v_1} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$, $\mathbf{A}_{v_2} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$, 弦长矩阵 \mathbf{L} , 正则化参数 λ , 取块算子 $\{\mathbf{R}_m; m=1, 2, \dots, M\}$, 参数序列 $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_\beta}]$ 。

1) 根据 $\mathbf{A}_{v_1} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$ 和 $\mathbf{A}_{v_2} \in \mathbb{R}^{Q \times 1}$, 分别重建 $\mathbf{a}_{v_1} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 和 $\mathbf{a}_{v_2} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 。

For $v = v_1, v_2$ do

 初始化 $\{\mathbf{z}_m\}_{m=1}^M$;

 For $\beta = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_\beta}$ do

 (1) 根据当前的 $\{\mathbf{z}_m\}_{m=1}^M$, 更新 \mathbf{a}_v ,

$$\mathbf{a}_v = \frac{\lambda \mathbf{L}^T \mathbf{A}_v + \beta \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_m^T \mathbf{z}_m}{\lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \beta \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_m^T \mathbf{R}_m}$$

 (2) 根据当前的 \mathbf{a}_v , 更新 $\{\mathbf{z}_m\}_{m=1}^M$

 For $m = 1, 2, \dots, M$ do

 为 $\mathbf{R}_m \mathbf{a}_v$ 确定最匹配的高斯模型 \hat{k}_m

$$\hat{k}_m = \arg \min_k \left[\frac{(\mathbf{R}_m \mathbf{a}_v - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_k)^T \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k^{-1} (\mathbf{R}_m \mathbf{a}_v - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_k)}{2} + \frac{1}{2} \log |\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_k| - \log \tilde{\alpha}_k \right]$$

 根据 \hat{k}_m , 计算 \mathbf{z}_m

$$\mathbf{z}_m = \left(\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m} + \frac{\mathbf{I}}{\beta} \right)^{-1} \left[\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{\hat{k}_m} (\mathbf{R}_m \mathbf{a}_v) + \frac{\mathbf{I}}{\beta} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\hat{k}_m} \right]$$

 End for

End for

End for

2) 根据重建的 $\mathbf{a}_{v_1} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 和 $\mathbf{a}_{v_2} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$, 利用双线测温法求温度分布向量 $\hat{\mathbf{T}} = [\hat{T}_1, \hat{T}_2, \dots, \hat{T}_N]^T$ 。

For $n = 1, 2, \dots, N$ do

$$\hat{T}_n = \frac{(E_2'' - E_1'') \frac{hc}{k}}{\ln \frac{a_{v_1, n}}{a_{v_2, n}} + \ln \frac{S_{v_2}(T_0)}{S_{v_1}(T_0)} + (E_2'' - E_1'') \frac{hc}{kT_0}}$$

End for

输出: 重建的温度分布向量 $\hat{\mathbf{T}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$

3 实验结果与分析

3.1 实验系统设置

本文在实验中采用的 TDLAST 系统的激光光路布置如图 1 所示。32 路激光束按照 0° 、 45° 、 90° 和 135° 分为 4 组,每个角度上布置 8 条等间距平行激光束,相邻激光束的距离为 18 mm。该 TDLAST 系统的测量空间形成了一个边长为 144 mm 的八边形。

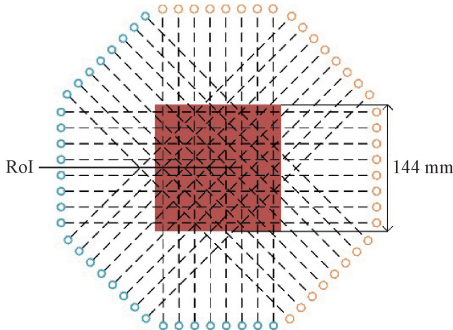


图 1 TDLAST 实验系统的激光光路布置

Fig. 1 Beam arrangement in the TDLAST system

选择水蒸气(H_2O)为被测气体,选取 $\nu_1 = 7\,185.6\text{ cm}^{-1}$ 和 $\nu_2 = 7\,444.36\text{ cm}^{-1}$ 两条吸收谱线进行实验。本文选取位于测量空间中心位置处、激光束分布最密集的 $144\text{ mm} \times 144\text{ mm}$ 的正方形区域为感兴趣区域(region of interest, RoI),并将其离散化为 40×40 的均匀网格。根据 32 路激光束分别在 ν_1 、 ν_2 下获得的积分吸收值向量 $\mathbf{A}_{\nu_1} \in \mathbb{R}^{32 \times 1}$ 和 $\mathbf{A}_{\nu_2} \in \mathbb{R}^{32 \times 1}$,重建 RoI 内的温度分布 $\hat{\mathbf{T}} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 。

3.2 GMM 训练

本文使用美国国家标准与技术研究所(National Institute of Standards and Technology, NIST)开发的火灾动力学模拟器(fire dynamics simulator, FDS)^[20-21]生成仿真实验数据。记录 9 000 个随机时刻环形甲烷燃烧器流场 40×40 网格 RoI 上的温度分布 $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 与 H_2O 浓度分布 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$;利用式(4)分别在 ν_1 、 ν_2 下计算局部吸收密度向量 $\mathbf{a}_{\nu_1} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 和 $\mathbf{a}_{\nu_2} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$;以 $B=64$ 为块尺寸、1 为步长,对 \mathbf{a}_{ν_1} 和 \mathbf{a}_{ν_2} 进行重叠分块,构成训练样本集;取模型数 K 为 5,利用算法 1 训练 GMM。

3.3 仿真实验结果

记录某随机时刻环形甲烷燃烧器流场在 40×40 网格 RoI 上的温度分布 $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 与 H_2O 浓度分布 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 构成一个测试样本;根据如图 1 所示的 TDLAST 系统中的激光光路布置,确定弦长矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{32 \times 1\,600}$;利

用式(3)分别在 ν_1 、 ν_2 下计算路径积分吸收值向量 $\mathbf{A}_{\nu_1} \in \mathbb{R}^{32 \times 1}$ 和 $\mathbf{A}_{\nu_2} \in \mathbb{R}^{32 \times 1}$,并根据信噪比(signal to noise ratio, SNR)叠加白噪声。利用本文提出的 GMMTRT 根据 \mathbf{A}_{ν_1} 、 \mathbf{A}_{ν_2} 和 \mathbf{L} 重建温度分布 $\hat{\mathbf{T}} \in \mathbb{R}^{1\,600 \times 1}$ 。根据实验经验,设置 GMMTRT 中的正则化参数 $\lambda = B/255$,取 β 值序列为 $\frac{25}{255} [1, 4, 8, 16, 32, 64]$ 。

为了更好地评价 GMMTRT 的重建性能,将其与现有的具有较高重建性能的 SART^[8] 和 Tikhonov 正则化温度重建算法^[10] 进行比较。利用平均归一化均方误差(normalized mean squared error, NMSE)客观衡量 3 种重建算法的性能:

$$\xi = \frac{1}{N_G} \sum_{h=1}^{N_G} \frac{\|\hat{\mathbf{T}}^h - \mathbf{T}^h\|_2^2}{\|\mathbf{T}^h\|_2^2} \quad (18)$$

式中: $\hat{\mathbf{T}}^h$ 和 \mathbf{T}^h 分别表示第 h 个测试样本的重建温度分布和真实温度分布; N_G 为测试样本的数量,本文取 $N_G = 20$ 。

图 2 在 SNR 从 25~45 dB 的范围内比较 3 种温度重建算法得到的 ξ 值。由图 2 可见,3 种算法的 ξ 值均随着 SNR 值的升高而降低。在任意 SNR 值下, GMMTRT 的 ξ 值均低于其它两种算法。以 SNR = 35 dB 为例, GMMTRT、Tikhonov 正则化算法和 SART 的 ξ 值分别为 0.133 5、0.163 6 和 0.183 6,即相对于 Tikhonov 正则化算法和 SART, GMMTRT 的 ξ 值分别降低了 18.39% 和 27.29%。

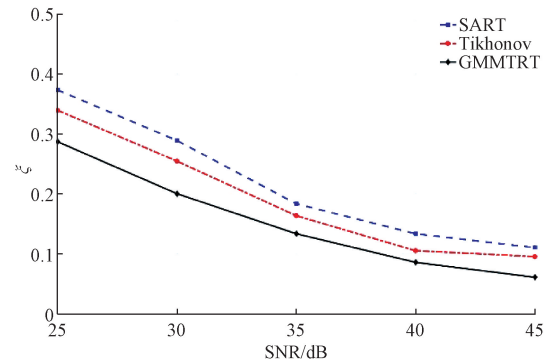


图 2 不同信噪比下三种算法 ξ 值的比较

Fig. 2 Comparison of the values of ξ achieved from three algorithms under different SNRs

接下来,比较 3 种算法重建温度图像的主观视觉质量。图 3(a) 和图 4(a) 展示了从本文利用 FDS 生成的测试样本集中随机选取的两帧温度分布图像。图 3(b)~(d) 和图 4(b)~(d) 对应展示了 SART、Tikhonov 正则化算法和 GMMTRT 在 SNR=40 dB 时重建的温度分布图像。如图 3 和 4 可知,相比于 SART 和 Tikhonov 正则化算法,

GMMTRT 重建图像中的伪影更少,而且 GMMTRT 重建的火焰形状与原始样本中的火焰形状更为相近。

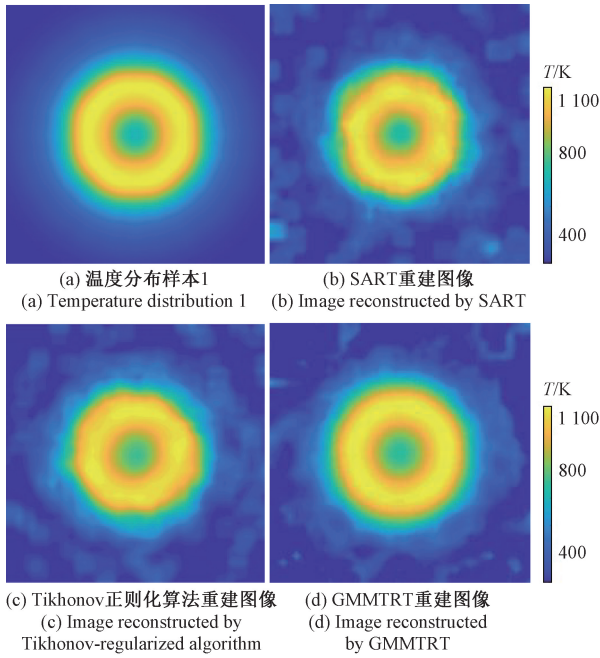


图 3 测试样本温度分布的重建示例 1(SNR = 40 dB)
Fig. 3 Example 1 of the image reconstruction for simulated temperature distribution (SNR = 40 dB)

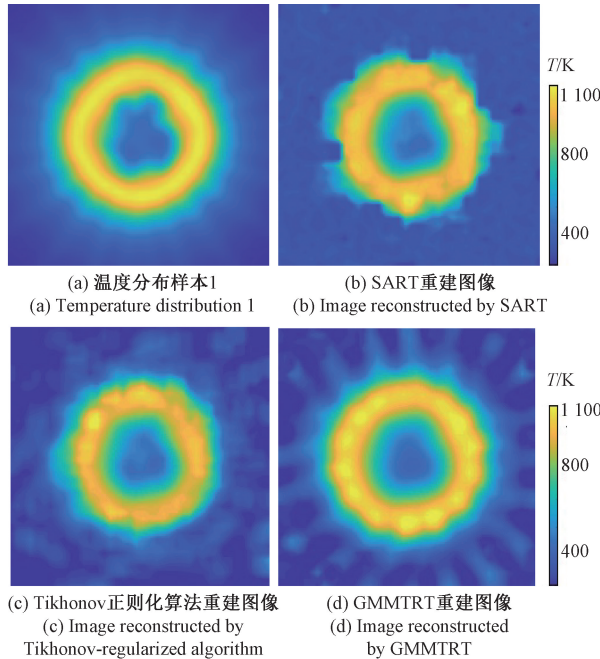


图 4 测试样本温度分布的重建示例 2(SNR = 40 dB)
Fig. 4 Example 2 of the image reconstruction for simulated temperature distribution (SNR = 40 dB)

3.4 实际 TDLAST 系统测量数据实验

利用 TDLAST 实验系统的实际测量数据进行温度重建实验,验证 GMMTRT 的性能。

图 5(a)和(b)展示了两个具有代表性的实验燃烧场。图 6(a)和图 7(a)分别放大显示了图 5(a)和(b)中的 RoI。图 6(b)~(d)和图 7(b)~(d)分别展示了 SART、Tikhonov 正则化算法和 GMMTRT 利用实验系统在燃烧器喷口上方垂直距离 20 mm 处获得的测量数据,为图 6(a)和图 7(a)重建的温度分布图像。如图 6 和 7 所示,与 SART 和 Tikhonov 正则化算法相比,在 GMMTRT 的重建图像中,火焰的定位更准确,而且火焰的形状更接近于真实情况。

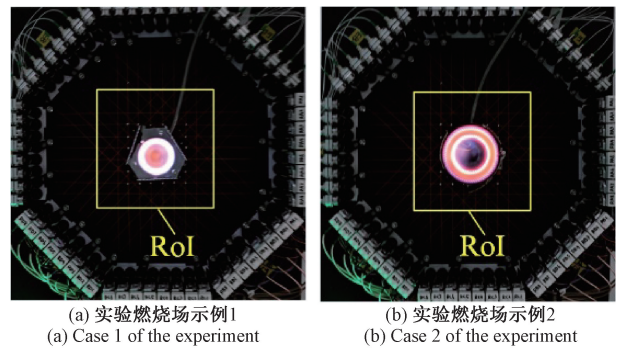


图 5 实际 TDLAST 系统实验中的两个代表性示例
Fig. 5 Two demonstrative cases in TDLAST experiment

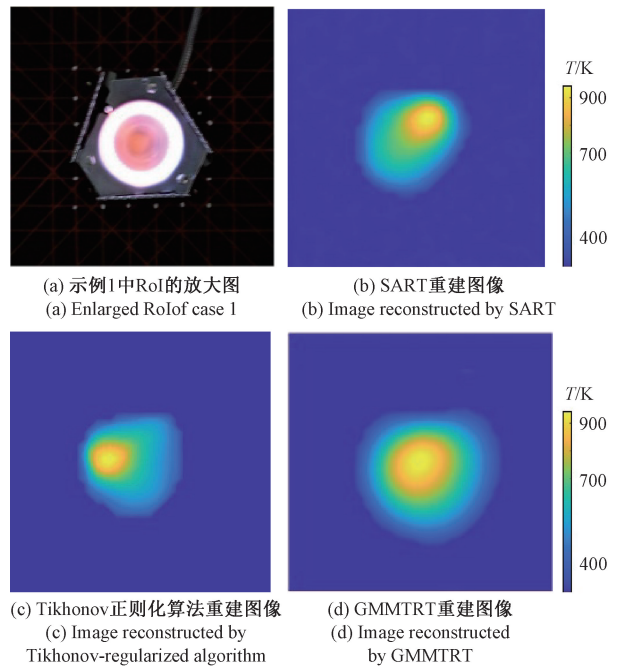


图 6 实际测量数据重建实验示例 1
Fig. 6 Example 1 of image reconstruction from real measurement

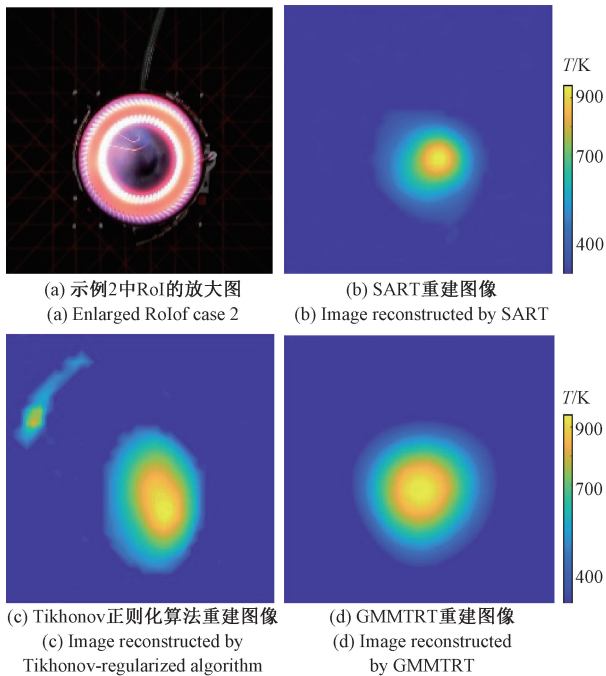


图7 实际测量数据重建实验示例2

Fig. 7 Example 2 of image reconstruction from real measurement

最后,比较 SART、Tikhonov 正则化算法和 GMMTRT 3 种算法重建的温度峰值。以图 5(a) 所示的实际燃烧场为例,在实验中使用热电偶在 TDLAST 实验系统的测量平面上,沿射线由火焰中心到火焰边缘进行平扫,测得的实际温度峰值为 1 093 K。在图 6 中,由 SART、Tikhonov 正则化算法和 GMMTRT 重建的温度分布图像中的峰值分别为 897、925 和 995 K。可见,相比于 SART 和 Tikhonov 正则化算法,GMMTRT 重建的温度峰值更接近热电偶测量到的温度峰值。

4 结 论

本文将期望块对数似然先验引入 TDLAST 逆问题的求解,提出基于混合高斯模型正则化的温度重建算法 GMMTRT。利用 FDS 火焰模型进行的仿真实验表明,在信噪比 25~45 dB 的范围内,GMMTRT 的重建误差比 SART 低 23.10%~44.79%,比 Tikhonov 正则化算法低 15.42%~36.16%。利用 TDLAST 实验系统实际测量数据进行的实验表明,与 SART 和 Tikhonov 正则化算法相比,GMMTRT 重建的温度图像能够更准确地定位火焰位置,并能更清晰地描述燃烧场感兴趣区域内的温度分布。

参考文献

- [1] WOOD M P, OZANYAN K B. Simultaneous temperature, concentration, and pressure imaging of water vapor in a turbine engine [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2014, 15(1): 545-551.
- [2] 陈剑虹, 孙超越, 林志强, 等. 基于 TDLAS 技术的 CO₂ 浓度检测方法研究 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2022, 36(6): 229-235.
CHEN J H, SUN CH Y, LIN ZH Q, et al. Research on CO₂ concentration detection method based on TDLAS technology [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2022 36(6): 229-235.
- [3] JEON M G, HONG J W, DOH D H, et al. A study on two-dimensional temperature and concentration distribution of propane-air premixed flame using CT-TDLAS [J]. *Modern Physics Letters B*, 2020, 34(07n09): 2040020.
- [4] LIU C, XU L. Laser absorption spectroscopy for combustion diagnosis in reactive flows: A review [J]. *Applied Spectroscopy Reviews*, 2019, 54(1): 1-44.
- [5] LEE J, BONG C, YOO J, et al. Combined use of TDLAS and LIBS for reconstruction of temperature and concentration fields [J]. *Optics Express*, 2020, 28(14): 21121-21133.
- [6] SUN P, ZHANG Z, LI Z, et al. A study of two dimensional tomography reconstruction of temperature and gas concentration in a combustion field using TDLAS [J]. *Applied Sciences*, 2017, 7(10): 990.
- [7] DONG J, KUDO H, KIM Y. Accelerated algorithm for the classical SIRT method in CT image reconstruction [C]. *Proceedings of the 5th International Conference on Multimedia and Image Processing*, 2020: 49-55.
- [8] JEON M G, DEGUCHI Y, KAMIMOTO T, et al. Performances of new reconstruction algorithms for CT-TDLAS (computer tomography-tunable diode laser absorption spectroscopy) [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2017, 115: 1148-1160.
- [9] LIU C, XU L, CHEN J, et al. Development of a fan-beam TDLAS-based tomographic sensor for rapid imaging of temperature and gas concentration [J]. *Optics Express*, 2015, 23(17): 22494-22511.
- [10] LI F, CAI H, XU J, et al. Gas distribution mapping for

- indoor environments based on laser absorption spectroscopy: Development of an improved tomographic algorithm[J]. *Building and Environment*, 2020, 172: 106724.
- [11] BAO Y, ZHANG R, ENEMALI G, et al. Relative entropy regularized TDLAS tomography for robust temperature imaging [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 70: 1-9.
- [12] YU T, CAI W, LIU Y. Rapid tomographic reconstruction based on machine learning for time-resolved combustion diagnostics[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2018, 89(4): 043101.
- [13] HUANG J, LIU H, DAI J, et al. Reconstruction for limited-data nonlinear tomographic absorption spectroscopy via deep learning [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2018, 218: 187-193.
- [14] SI J, LI G, CHENG Y, et al. Hierarchical temperature imaging using pseudo-inversed convolutional neural network aided TDLAS tomography [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 4506711.
- [15] SI J, FU G, CHENG Y, et al. A quality-hierarchical temperature imaging network for TDLAS tomography[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 4500710.
- [16] 刘小燕, 吴鑫, 孙炜, 等. 基于形态学重建和 GMM 的球团颗粒图像分割[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(3): 230-238.
- LIU X, WU X, SUN W, et al. Image segmentation of pellet particles based on morphological reconstruction and GMM [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(3): 230-238.
- [17] NADIR Z, BROWN M S, COMER M L, et al. A model-based iterative reconstruction approach to tunable diode laser absorption tomography [J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(4): 876-890.
- [18] ZORAN D, WEISS Y. From learning models of natural image patches to whole image restoration [C]. 2011 International Conference on Computer Vision, IEEE, 2011: 479-486.
- [19] KRISHNAN D, FERGUS R. Fast image deconvolution using hyper-Laplacian priors [J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2009, 22.
- [20] MCGRATTAN K B, BAUM H R, REHM R G, et al. Fire dynamics simulator — Technical reference guide[M]. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology, Building and Fire Research Laboratory, 2000.
- [21] PATANKAR S V. Numerical heat transfer and fluid flow[M]. CRC press, 2018.

作者简介



司菁菁, 2002 年于燕山大学获得学士学位, 2005 年于燕山大学获得硕士学位, 2010 年于北京邮电大学获得博士学位, 现为燕山大学教授, 主要研究方向为多媒体信号处理与机器视觉。

E-mail: sjj@ysu.edu.cn

Si Jingjing received her B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Yanshan University in 2002 and 2005, and received her Ph. D. degree from Beijing University of Posts and Telecommunications in 2010. She is currently a professor at Yanshan University. Her main research interests include multimedia signal processing and machine vision.



刘鑫, 2019 年于河南工程学院获得学士学位, 现为燕山大学信息科学与工程学院硕士研究生, 主要研究方向为激光吸收光谱层析成像。

E-mail: liuxinj0617@163.com

Liu Xin received his B. Sc. degree from Henan University of Engineering in 2019. He is currently pursuing his master degree in the School of Information Science and Engineering at Yanshan University. His main research interest is laser absorption spectroscopic tomography.



王晓莉, 2020 年于河北科技师范学院获得学士学位, 现为燕山大学信息科学与工程学院硕士研究生, 主要研究方向为激光吸收光谱层析成像。

E-mail: wangxiaoli324@163.com

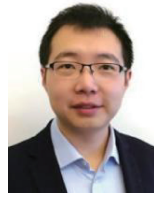
Wang Xiaoli received her B. Sc. degree from Hebei Normal University of Science & Technology in 2020. She is currently pursuing her master degree in the School of Information Science and Engineering at Yanshan University. Her main research interest is laser absorption spectroscopy tomography.



程银波(通信作者),1999年于燕山大学获得学士学位,2005年于燕山大学获得硕士学位,2010年于北京邮电大学获得博士学位,现为河北农业大学海洋学院讲师,研究方向为信号处理与深度学习。

E-mail: cyb@hebau.edu.cn

Cheng Yinbo (Corresponding author) received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Yanshan University in 1999 and 2005, and received his Ph. D. degree from Beijing University of Posts and Telecommunications in 2010. He is currently a lecturer with the Ocean Collage at Hebei Agricultural University. His current research interests include signal processing and deep learning.



刘畅,2010年于天津大学获得学士学位,2016年于北京航空航天大学获得博士学位,现为英国爱丁堡大学讲师,研究方向为激光吸收光谱,光学层析成像技术与系统设计,及其在燃烧诊断与环境监测中的应用。

E-mail: C. Liu@ed.ac.uk

Liu Chang received his B. Sc. degree from Tianjin University in 2010, and received his Ph. D. degree from Beihang University in 2016. He is currently a lecturer with the School of Engineering at University of Edinburgh, U. K. His current research interests include laser absorption spectroscopy, optical tomography techniques and system design, and their applications to combustion diagnosis and environmental monitoring.